

## Statistická Mechanika

### Notes 1

Během směny běží  $n$  strojů. Pravděpodobnost výskytu závady na stroji během směny je  $p = 0.1$  (stejná pro všechny stroje).

Jaká je pravděpodobnost, že se během směny vyskytne závada:

- jednoho stroje?
- dvou strojů?
- tří strojů?
- ...
- $n$  strojů

Jaká je pravděpodobnost, že se během směny nevyskytne závada:

- ani na jednom stroji?
- alespoň na jednom stroji

Jaká je závislost  $p(i)$ , kde  $i$  je počet strojů, na kterých se vyskytne závada?

O jaký typ rozdělení pravděpodobnosti se jedná?

(nejdříve spočítejte následující příklady)

### Příklad 3

Jaká je pravděpodobnost, že při 5ti hodech mincí padne jen jedna panna?

$$n = 2$$

$$r = 5$$

#### Předpoklady:

- jen dva výsledky jedné realizace (hodu) jsou možné (mince nezůstane stát)
- výsledky pokusů jsou na sobě nezávislé,
- šance, že padne panna nebo orel jsou stejné (a konstantní v čase)

$$x = \begin{cases} \textit{panna} \\ \textit{orel} \end{cases} \text{ nebo } x = \begin{cases} \textit{success} \\ \textit{failure} \end{cases} \text{ nebo } x = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Kolik je:

- všech možností  $N$  při 5 realizacích (hodech), když jsou jen možné 2 výsledky každé realizace (hodu)?  
 $n = 2, r = 5$

$$N = n^r$$

- všech možností pro jen jednu pannu při 5ti hodech?  
 $n_{\text{jen 1 panna}} = 5$

Jaká je tedy pravděpodobnost, že padne panna jen jednou při pěti pokusech?

- Pokud jsou pravděpodobnosti obou jevů shodné, tj.  $p(\textit{panna}) = p(\textit{orel})$ ,  
tak lze  $p = \frac{n_{\text{jen 1 panna}}}{N}$

- Jinak pomocí binomického rozdělení

$$p = \binom{5}{1} \cdot p(\textit{panna}) \cdot p(\textit{orel})^4.$$

```
In [3]: from math import factorial as f
        from __future__ import division

        N=2**5
        print "Všech možných kombinací s opakováním je N=",N

        C=f(5) / (f(1)*f(5-1))
        print "Možných výsledků pokusu kdy padne jen jedna pana je C=",C

        P=C/N
        print "Pravděpodobnost jedné panny v pěti pokusech je P=", P

        print 5/32, .5**5*5
```

```
Všech možných kombinací s opakováním je N= 32
Možných výsledků pokusu kdy padne jen jedna pana je C= 5.0
Pravděpodobnost jedné panny v pěti pokusech je P= 0.15625
0.15625 0.15625
```

#### Příklad 4

Stejně zadání jako v Příkladu 3, ale předpokládejme, že jsme si s mincí 1000x hodili, a 666x nám padla panna a 334krát orel a mince je tedy asi "cinknutá".

Ze zadání tak plyne:

$$p = P_{(A=panna)} = \frac{666}{1000} = 0.666 \dots \text{pravděpodobnost, že při hodu padne panna,}$$

$$q = P_{(A=orel)} = 0.334 \dots \text{pravděpodobnost, že při hodu padne orel, } p + q = 1!$$

Potom,

$n = 5$  hodů mincí znamená  $n$  nezávislých náhodných realizací náhodné veličiny ( $n$  náhodných jevů) a pro 1 x pannu a 4 x orla to znamená pravděpodobnost takové situace

$$P_{(panna,orel,orel,orel,orel)} = p^1 \cdot q^4$$

$$P_{(orel,panna,orel,orel,orel)} = q^1 \cdot p^1 \cdot q^3$$

...

a protože možností, kdy v pěti pokusech padne jen jednou panna, může nastat  ${}_5C_1 = 5$  krát, je výsledná pravděpodobnost jedné panny v pěti pokusech

$$P = 5 \cdot p \cdot q^4$$

Dopočítejte... P = .....

Napište zobecněný vzorec pro výpočet pravděpodobnosti, že v  $n$  pokusech je  $i$  úspěchů, je-li dána pravděpodobnost úspěchu v jedné realizaci  $p$ .

.....

.....

#### Příklad 5

Jaká je pravděpodobnost, že v 3 hodech kostkou padne jen jedna šestka?

Zajímá nás jen úspěch, tedy šestka, ostatní čísla považujeme za neúspěch  $\implies$  opět jen dva stavy

$$p = 1/6$$

$$q = 1 - 1/6$$

$$\text{můžeme rovnou } P = 3/6^3 = 3 \cdot p \cdot q^2$$

nebo odvozením

$$P = \frac{3!}{1! \cdot 2!} \cdot p \cdot q^2$$

$$n = 3, r = 6$$

#### Příklad 6

Jaká je pravděpodobnost, že v 3 hodech kostkou padne alespoň jedna šestka?  $n = 3, r = 1, 2, 3$

$$N_{(1 \text{ x šestka})} = \frac{3!}{1! \cdot (3-1)!}$$

$$N_{(2 \text{ x šestka})} = \frac{3!}{2! \cdot (3-2)!}$$

$$N_{(3 \text{ x šestka})} = 1$$

$$P = 7/6^3 = 3 \cdot p \cdot q^2 + 3 \cdot p^2 \cdot q + p^3$$

.....

### Příklad 7

Kolikrát musíme hodit kostkou, aby pravděpodobnost, že nám padne šestka byla alespoň 0.5?

In [ ]:

V tomto notesu bylo:

- permutace
- kombinace
- binomické rozdělení