

Cvičení ZSPZ – Př.: 3

Návrh vyztužení plochého kruhového víka trubkového zahříváče

a) Řešeno jako vetknutý nosník

Dáno:

Vnitřní průměr pláště zahříváče	$D_o = 1000 \text{ mm}$
Výpočtový průměr těsnění víka	$D_t = 1050 \text{ mm}$
Roztečný průměr šroubů víka	$D_r = 1085 \text{ mm}$
Vnější průměr víka	$D_v = 1120 \text{ mm}$
Přetlak v zahříváči	$p = 300 \text{ kPa}$
Maximální povolený průhyb víka	$y = 2 \text{ mm}$
Typ a velikost výztužných profilů	I 140
Průřezový modul v ohybu profilu	$W_o = 81,9 \text{ cm}^3$
Moment setrvačnosti profilu	$J = 573 \text{ cm}^4$
Šířka profilu	$b = 66 \text{ mm}$
Měrná hmotnost profilu	$m_{pl} = 14,4 \text{ kg/m}$
Modul pružnosti	$E = 206 \text{ GPa}$
Maximální dovolené napětí	$\sigma_D = 156 \text{ MPa}$
Hustota materiálu	$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
Tloušťka plochého víka určená z technologických hledisek	$s = 10 \text{ mm}$

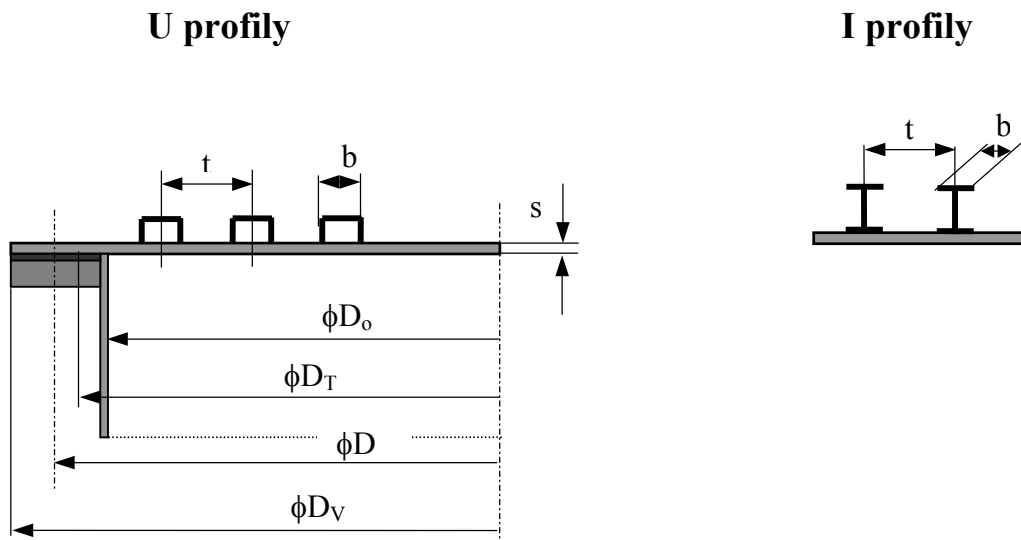
Úkol je určit:

Rozteč výztužných profilů	$t = ? \text{ mm}$
Maximální ohybové napětí ve středových výztuhách	$\sigma_{\text{omax}} = ? \text{ MPa}$
Maximální průhyb středových výztužných profilů	$y_{\text{max}} = ? \text{ mm}$
Hmotnost víka s výztuhami	$M_{\text{celk}} = ? \text{ kg}$
Porovnání s nevyztuženým víkem	$\Delta M = ? \text{ kg}$

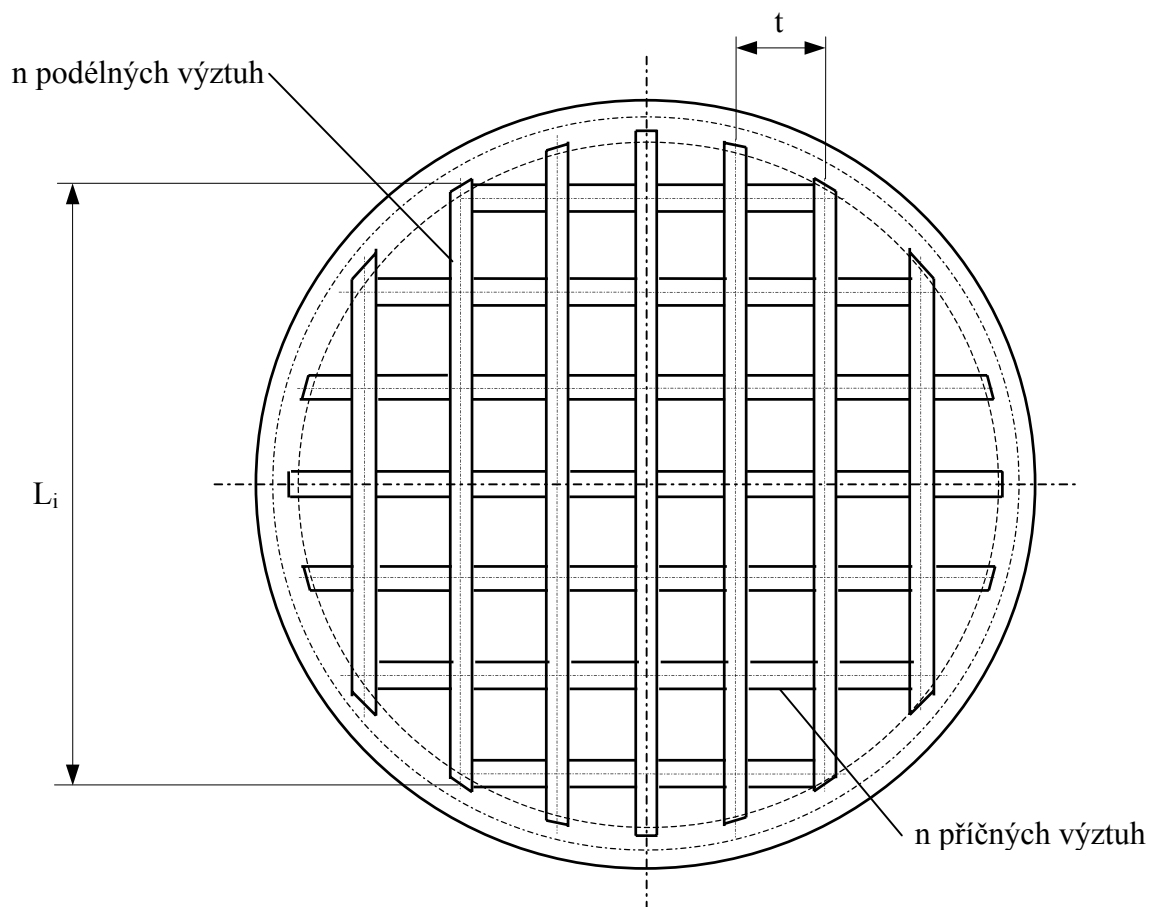
Při řešení zanedbáme tuhost plochého víka a uvažujeme pouze tuhost výztužných profilů (t.zn. že síly přenáší pouze výztužné profily). Uvažujeme případ vetknutého nosníku.

Náčrt víka s výztuhami je na obr.1.

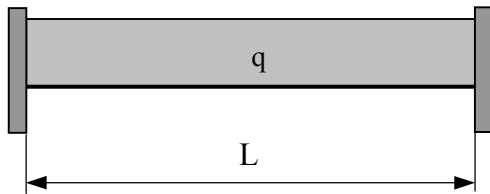
Obr.1 Náčrt vyztužení plochého víka trubkového výměníku



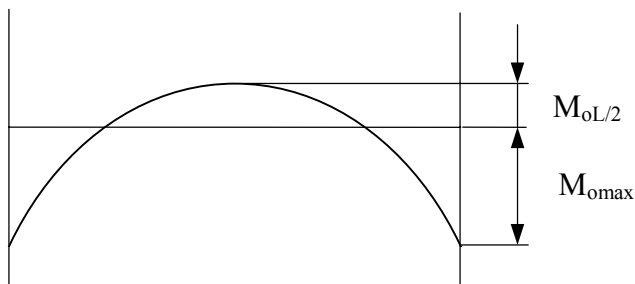
Pohled na podélné a příčné výztuhy víka



1. Průběhy zatížení a výpočetní vztahy použité pro vetknutý nosník o délce L, zatížený spojitým zatížením q.



vetknutý nosník se spojitým zatížením



průběh ohybového momentu ve vetknutém nosníku se spojitým zatížením

$$M_o(L/2) = \frac{q * L^2}{24}$$

ohybový moment uprostřed nosníku

$$M_{o\max} = M_A = M_B = -\frac{q * L^2}{12}$$

ohybový moment v místě vetknutí

$$y(L/2) = \frac{q * L^4}{384 * E * J}$$

průhyb uprostřed nosníku

2. Určení rozteče vztuh (nosníků) z napětí v nejvíce namáhaném profilu (blízko osy)

Pozn.: Profily jsou křížem, proto se zatížení dělí 2.

Určení spojitého zatížení

$$q = 1 / 2 * p * 1 * t \quad (\text{N/m; Pa, m})$$

Maximální ohybový moment

$$M_{Omax} = q * L_{max}^2 / 12 \quad (N*m; N/m, m^2)$$

Pro 1.přiblížení uvažujeme že $L_{max} \approx D_t$ (pro lichý počet výztuh to platí, pro sudý počet bude L_{max} o něco menší než $D_t \rightarrow$ jsme na straně bezpečnosti)

Skutečné napětí v nosníku musí být rovno nebo menší než napětí dovolené

$$\sigma_{Oskut} = M_{Omax} / W_O = (q * L_{max}^2) / (12 * W_O) = 1 / 2 * (p * t * L_{max}^2) / (12 * W_O) \leq \sigma_D$$

Teoretická maximální rozteč výztuh

$$t_{max} = 2 * (12 * \sigma_D * W_O) / (p * L_{max}^2)$$

$$t_{max} = 2 * (12 * 156 * 10^6 * 81,9 * 10^{-6}) / (300 * 10^3 * (1050 * 10^{-3})^2) = 0,927 \text{ m} = 927 \text{ mm}$$

Celková maximální teoretická síla působící na profil nejbliže osy

$$P_{tpmax} = p * t * L_1 / 2 \approx 300 * 0,927 * 1,050 / 2 = 146,0 \text{ kN}$$

Celková síla působící na víko

$$P_{vc} = \pi * D_t^2 / 4 * p = \pi * 1,05^2 / 4 * 300 = 259,8 \text{ kN}$$

Maximální měrné zatížení profilu umístěném nejbliže osy

$$q_{max} = p * 1 * t_{max} / 2 = 300 * 1 * 0,927 / 2 = 139,1 \text{ kN/m}$$

Maximální ohybový moment v profilu umístěném nejbliže osy

$$M_{Omax} = q_{max} * L_{max}^2 / 12 = 139,1 * 1,050^2 / 12 = 12,78 \text{ kN.m}$$

Maximální teoretické napětí v ohybu v profilu umístěném nejbliže osy

$$\sigma_{\text{omax}} = M_{\text{omax}} / W_o = 12,78 / (81,9 \cdot 10^{-6}) = 156\,000 \text{ kPa} = 156 \text{ MPa} = \sigma_D$$

Maximální teoretický průhyb profilu umístěném nejbliže osy

$$y_{\text{tmax}} = q \cdot L_{\text{max}}^4 / (384 \cdot E \cdot J) = 139,1 \cdot 10^3 \cdot 1,050^4 / (384 \cdot 206 \cdot 10^9 \cdot 573 \cdot 10^{-8}) =$$

$$y_{\text{tmax}} = 0,00037 \text{ m} \approx 0,4 \text{ mm} < 2 \text{ mm} \quad \text{vyhovuje}$$

3. Návrh počtu výztuh a skutečné hodnoty zatížení

Počet výztuh v jednom směru

$$n_t = D_t / t_{\text{max}} = 1050 / 927 = 1,13 \text{ ks}$$

Zvolený počet výztuh (minimálně nejbliže vyšší celé číslo)

$$n_{zV} = 2 \text{ ks}$$

Skutečná rozteč výztuh

$$t_{\text{skut}} = D_t / n_{zV} = 1050 / 2 = 525 \text{ mm}$$

Délka nejdelší výztuhy (nejbliže ose)

Pro lichý počet výztuh

$$L_1 = D_t$$

Pro sudý počet výztuh

$$L_1 = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{D_t}{2} - 0,5 \cdot t\right) \cdot \frac{D_t}{2} - \left(\frac{D_t}{2} - 0,5 \cdot t\right)^2}$$

V našem případě je $n = 2$ sudý počet. Potom bude délka nejdelší výztuhy

$$L_1 = 2 * \sqrt{2 * \left(\frac{1050}{2} - 0,5 * 525\right) * \frac{1050}{2} - \left(\frac{1050}{2} - 0,5 * 525\right)^2} = 909 \text{ mm}$$

Skutečné měrné zatížení nejdelší výztuhy

$$q_{\text{skut}} = 1 / 2 * p * 1 * t_{\text{skut}} = 1 / 2 * 300 * 1 * 0,525 = 78,75 \text{ kN/m}$$

Skutečný maximální ohybový moment ve výztuze nejbližší ose

$$M_{\text{omaxskut}} = q_{\text{skut}} * L_1^2 / 12 = 78,75 * 0,909^2 / 12 = 5,42 \text{ kN.m}$$

Skutečné maximální napětí v ohybu v nejdelší výztuze

$$\sigma_{\text{omaxskut}} = M_{\text{omaxskut}} / W_0 = 5,42 / 81,9 * 10^{-6} = 66000 \text{ kPa} = 66,0 \text{ MPa}$$

Maximální skutečný průhyb nejdelší výztuhy

$$y_{\text{maxskut}} = q_{\text{skut}} * L_1^4 / (384 * E * J) = 78,75 * 10^3 * 0,909^4 / (384 * 206 * 10^9 * 573 * 10^{-8}) =$$

$$y_{\text{maxskut}} = 0,00012 \text{ m} = 0,12 \text{ mm}$$

4. Určení hmotnosti vyztuženého víka

Hmotnost desky víka

$$M_D = \pi * D_V^2 / 4 * s * \rho = \pi * 1,12^2 / 4 * 0,010 * 7850 = 77,3 \text{ kg}$$

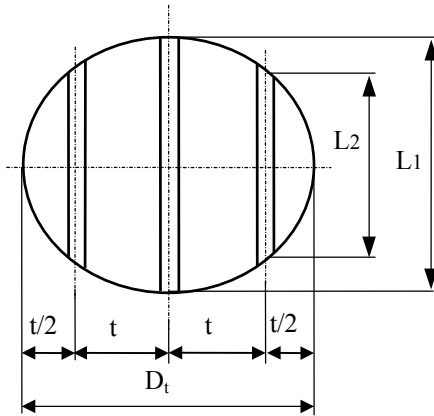
Hmotnost podélných výztuh

Délka i-té výztuhy pro sudý počet výztuh

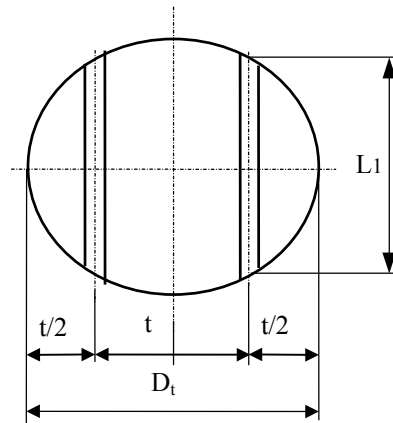
$$L_i = 2 * \sqrt{2 * \left(\frac{D_t}{2} - 0,5 * t - (i-1) * t\right) * \frac{D_t}{2} - \left(\frac{D_t}{2} - 0,5 * t - (i-1) * t\right)^2}$$

Délka i-té výztuhy pro lichý počet výztuh

$$L_i = 2 * \sqrt{2 * \left(\frac{D_t}{2} - (i-1) * t\right) * \frac{D_t}{2} - \left(\frac{D_t}{2} - (i-1) * t\right)^2}$$



n = 3 lichý počet výztuh
 $t_{skut} = D_t / n$



n = 2 sudý počet výztuh
 $t_{skut} = D_t / n$

V našem případě n = 2 výztuhy, i = 1 (pouze 2 symetrické výztuhy) můžeme použít výše uvedený výsledek $L_1 = 909$ mm.

Hmotnost 1.výztuhy

$$M_{v1} = L_1 * m_{v1} = 0,909 * 14,4 = 13,1 \text{ kg}$$

Hmotnost podélných výztuh

$$M_{vpod} = \Sigma L_i = 2 * L_1 = 2 * 13,1 = 26,2 \text{ kg}$$

Obdobně určíme hmotnost příčných výztuh (musíme odečíst úseky, ve kterých je materiál podélných výztuh – příčné výztuhy jsou navařeny z kousků mezi výztuhami podélnými)

$$M_{vpřič} \approx 24,5 \text{ kg}$$

Celková hmotnost výztuh

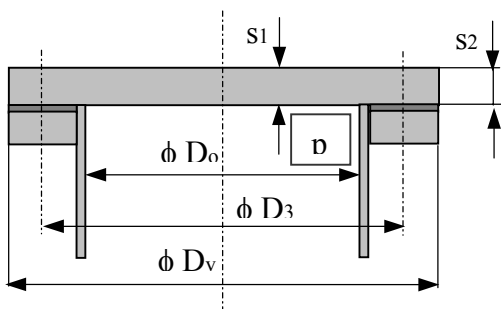
$$M_{\text{vcelk}} = M_{\text{vpod}} + M_{\text{vpřič}} = 26,2 + 24,5 = 50,7 \text{ kg}$$

Celková hmotnost vyztuženého víka

$$M_{\text{celk}} = M_D + M_{\text{vcelk}} = 77,3 + 50,7 = 128,0 \text{ kg}$$

5. Určení hmotnosti nevyztuženého víka

V tomto případě určíme minimální výpočtovou tloušťku plochého víka podle ČSN 690010, část 4.9. Náčrt víka s označením podle ČSN je na následujícím obrázku.



Vztah pro určení tloušťky víka

$$s_{1R} = K * K_0 * D_R * \sqrt{\frac{p}{\sigma_D * \varphi}}$$

[mm; -, -, mm, MPa, MPa, -]

Výpočtový průměr

$$D_R = D_3 = 1085 \text{ mm}$$

Součinitel na zeslabení víka otvory pro hrdla

$$K_0 = 1 \text{ (víko bez otvorů)}$$

Součinitel zohledňující podmínky upevnění okraje víka

$$K = 0,40$$

Součinitel na zeslabení víka svarem

$$\varphi = 1 \text{ (není svar)}$$

Minimální výpočtová tloušťka víka

$$s_{1R} = 0,4 * 1 * 1085 * \sqrt{\frac{0,3}{156 * 1}} = 19,1 \text{ mm}$$

Provedená tloušťka víka

$$s_1 = s_{1R} + c$$

c = přídavek na korozi + ost. přídavky

$$s_1 = 21 \text{ mm}$$

Hmotnost nevyztuženého víka

$$M_{VN} = \pi * D_V^2 / 4 * s_1 * \rho = \pi * 1,12^2 / 4 * 0,021 * 7850 = 162,3 \text{ kg}$$

Úspora hmotnosti při použití vyztužení

$$\Delta M = M_N - M_{\text{celk}} = 162,3 - 128,0 = 34,3 \text{ kg resp.}$$

$$\Delta M = (M_N - M_{\text{celk}}) / M_N * 100 = 100 * (162,3 - 128,0) / 162,3 = 21,1 \%$$

Jak je zřejmé z předchozích výsledků, vyšel teoretický počet výztuh 1,1 a zvolený byl $n = 2$. Proto jsou výztuhy předimenzovány, což potvrzuje vypočtené napětí $\sigma_{\text{omaxskut}} = 66,0 \text{ MPa}$, které je podstatně nižší jak napětí dovolené 156 MPa. Proto můžeme v dalších iteracích provést optimalizaci volby velikosti výztuh. Výpočty byly provedeny v Excelu a z nich vyšlo, že lze použít profily **I 100**.

6. Výpočet pro optimalizovanou velikost výztužných profilů I 100 místo původních I 140

Parametry profilu I 100:

průřezový moment v ohybu	$W_o = 34,2 \text{ cm}^3$;
moment setrvačnosti	$J = 171 \text{ cm}^4$
měrná hmotnost	$m_{p1} = 8,32 \text{ kg/m}$
šířka profilu	$b = 50 \text{ mm}$

6.1. Teoretická maximální rozteč výztuh

$$t_{\text{max}} = 2 * (12 * \sigma_D * W_o) / (p * L_{\text{max}}^2)$$
$$t_{\text{max}} = 2 * (12 * 156 * 10^6 * 34,2 * 10^{-6}) / (300 * 10^3 * (1050 * 10^{-3})^2) = 0,387 \text{ m} = 387 \text{ mm}$$

Celková maximální teoretická síla působící na profil nejbliže osy

$$P_{\text{tpmax}} = p * t * L_1 / 2 \approx 300 * 0,387 * 1,050 / 2 = 61,0 \text{ kN}$$

Celková síla působící na víko

$$P_{\text{vc}} = \pi * D_t^2 / 4 * p = \pi * 1,05^2 / 4 * 300 = 259,8 \text{ kN}$$

Maximální měrné zatížení profilu umístěném nejbliže osy

$$q_{\text{max}} = p * 1 * t_{\text{max}} / 2 = 300 * 1 * 0,387 / 2 = 58,1 \text{ kN/m}$$

Maximální ohybový moment v profilu umístěném nejbliže osy

$$M_{\text{omax}} = q_{\text{max}} * L_{\text{max}}^2 / 12 = 58,1 * 1,050^2 / 12 = 5,34 \text{ kN.m}$$

Maximální teoretické napětí v ohybu v profilu umístěném nejbliže osy

$$\sigma_{\text{omax}} = M_{\text{omax}} / W_o = 5,34 / (34,2 * 10^{-6}) = 156 000 \text{ kPa} = 156 \text{ MPa} = \sigma_D$$

Maximální teoretický průhyb profilu umístěném nejbliže osy

$$y_{\text{tmax}} = q * L_{\text{max}}^4 / (384 * E * J) = 58,1 * 10^3 * 1,050^4 / (384 * 206 * 10^9 * 573 * 10^{-8}) =$$

$$y_{\text{tmax}} = 0,0005 \text{ m} \approx 0,5 \text{ mm} < 2 \text{ mm} \quad \text{vyhovuje}$$

6.2. Návrh počtu výztuh a skutečné hodnoty zatížení

Počet výztuh v jednom směru

$$n_t = D_t / t_{\text{max}} = 1050 / 387 = 2,7 \text{ ks}$$

Zvolený počet výztuh (minimálně nejbliže vyšší celé číslo)

$$n_{zV} = 3 \text{ ks}$$

Skutečná rozteč výztuh

$$t_{\text{skut}} = D_t / n_{zV} = 1050 / 3 = 350 \text{ mm}$$

Délka nejdelší výztuhy (nejbliže ose)

Pro lichý počet výztuh

$$L_1 = D_t$$

Pro sudý počet výztuh

$$L_1 = 2 * \sqrt{2 * \left(\frac{D_t}{2} - 0,5 * t\right) * \frac{D_t}{2} - \left(\frac{D_t}{2} - 0,5 * t\right)^2}$$

V našem případě je $n = 3$... lichý počet. Potom bude délka nejdelší výztuhy

$$L_1 = D_t = 1050 \text{ mm}$$

Skutečné měrné zatížení nejdelší výztuhy

$$q_{\text{skut}} = 1 / 2 * p * 1 * t_{\text{skut}} = 1 / 2 * 300 * 1 * 0,350 = 52,5 \text{ kN/m}$$

Skutečný maximální ohybový moment ve výztuze nejbliže ose

$$M_{\text{omaxskut}} = q_{\text{skut}} * L_1^2 / 12 = 52,5 * 1,05^2 / 12 = 4,82 \text{ kN.m}$$

Skutečné maximální napětí v ohybu v nejdelší výztuze

$$\sigma_{\text{omaxskut}} = M_{\text{omaxskut}} / W_o = 4,82 / 34,2 * 10^{-6} = 141000 \text{ kPa} = 141,0 \text{ MPa}$$

Maximální skutečný průhyb nejdelší výztuhy

$$y_{\text{maxskut}} = q_{\text{skut}} * L_1^4 / (384 * E * J) = 52,5 * 10^3 * 1,05^4 / (384 * 206 * 10^9 * 171 * 10^{-8}) =$$
$$y_{\text{maxskut}} = 0,00047 \text{ m} \approx 0,5 \text{ mm}$$

6.3. Určení hmotnosti vyztuženého víka

Hmotnost desky víka

$$M_D = \pi * D_V^2 / 4 * s * \rho = \pi * 1,12^2 / 4 * 0,010 * 7850 = 77,3 \text{ kg}$$

Hmotnost podélných výztuh

Délka i-té výztuhy pro sudý počet výztuh

$$L_i = 2 * \sqrt{2 * \left(\frac{D_i}{2} - 0,5 * t - (i-1) * t\right) * \frac{D_i}{2} - \left(\frac{D_i}{2} - 0,5 * t - (i-1) * t\right)^2}$$

Délka i-té výztuhy pro lichý počet výztuh

$$L_i = 2 * \sqrt{2 * \left(\frac{D_i}{2} - (i-1) * t\right) * \frac{D_i}{2} - \left(\frac{D_i}{2} - (i-1) * t\right)^2}$$

V našem případě $n = 3$ výztuhy, $i = 2$ (pouze 1 osová a 2 symetrické výztuhy). Pro osovou výztuhu můžeme použít výše uvedený výsledek $L_1 = 1050 \text{ mm}$.

Hmotnost 1.výztuhy

$$M_{v1} = L_1 * m_{v1} = 1,050 * 8,32 = 8,7 \text{ kg}$$

Délka 2.výztuhy

$$L_2 = 2 * \sqrt{2 * \left(\frac{1050}{2} - (2-1) * 350\right) * \frac{1050}{2} - \left(\frac{1050}{2} - (2-1) * 350\right)^2}$$

$$L_2 = 783 \text{ mm}$$

Hmotnost 2.výztuhy

$$M_{v2} = L_2 * m_{v1} = 0,783 * 8,32 = 6,5 \text{ kg}$$

Hmotnost podélných výztuh

$$M_{\text{vpod}} = \sum L_i = 1 * L_1 + 2 * L_2 = 1 * 8,7 + 2 * 6,5 = 21,7 \text{ kg}$$

Obdobně určíme hmotnost příčných výztuh (musíme odečíst úseky, ve kterých je materiál podélných výztuh – příčné výztuhy jsou navařeny z kousků mezi výztuhami podélnými)

$$M_{\text{vpříč}} \approx 20,2 \text{ kg}$$

Celková hmotnost výztuh

$$M_{\text{vcelk}} = M_{\text{vpod}} + M_{\text{vpříč}} = 21,7 + 20,2 = 41,9 \text{ kg}$$

Celková hmotnost vyztuženého víka

$$M_{\text{celkopt}} = M_D + M_{\text{vcelk}} = 77,3 + 41,9 = 119,2 \text{ kg}$$

6.4. Celková hmotnost nevyztuženého víka

Je stejná jako v předchozím případě, t.zn. $M_N = 162,3 \text{ kg}$.

6.5. Úspora celkové hmotnosti při použití optimalizovaného vyztužení víka

Úspora hmotnosti při použití optimalizovaného vyztužení I 100 vůči nevyztuženému víku

$$\Delta M = M_N - M_{\text{celkopt}} = 162,3 - 119,2 = 43,1 \text{ kg resp.}$$

$$\Delta M = (M_N - M_{\text{celkopt}}) / M_N * 100 = 100 * (162,3 - 119,2) / 162,3 = 26,5 \%$$

resp. vůči vyztužení pomocí profilů I 140 je

$$\Delta M = M_{\text{celk}} - M_{\text{celkopt}} = 128,0 - 119,2 = 8,8 \text{ kg resp.}$$

$$\Delta M = (M_{\text{celk}} - M_{\text{celkopt}}) / M_{\text{celk}} * 100 = 100 * (128,0 - 119,2) / 128,0 = 6,9 \%$$

Pozn.:

Při rozhodování o volbě vyztužení je třeba brát do úvahy nejen úsporu materiálu, ale též zvýšenou pracnost této varianty (např. více svarů). Proto při každé optimalizaci (nejen v tomto jednoduchém příkladě) je nutno uvažované varianty posuzovat z více hledisek.