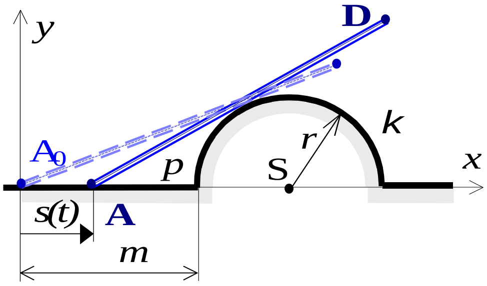
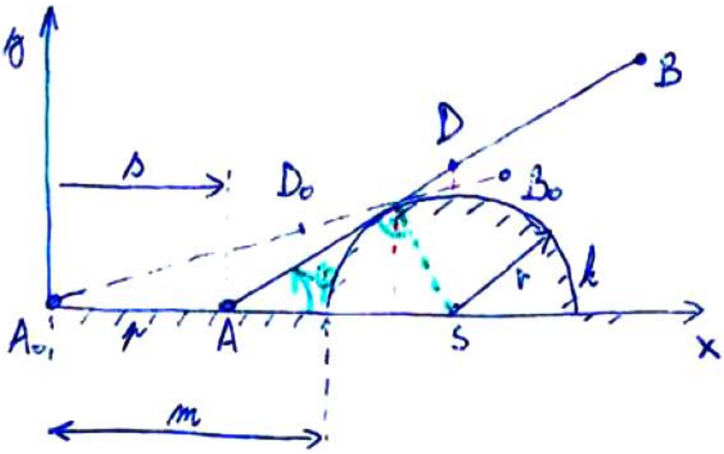
Příklad 1.

Tyč AD se při pohybu stále dotýká kružnice *k* o poloměru *r* a její bod A je veden po přímce *p*.
Známe průběh tohoto pohybu $s = s(t)$.
Určete rovnice obecného rovinného pohybu tyče a rovnice trajektorie bodu D.
Dáno: $s = s(t)$; r ; $|AD| = l$; $|A_0S| = m + r$;
Počáteční podmínky: $t = 0$: $A = A_0$.



Řešení:

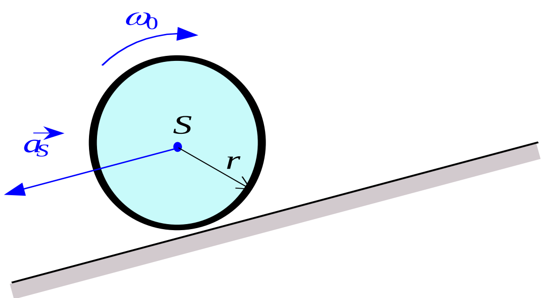


Pohyb tyče:

Pohyb bodu D:

Příklad 2.

Válec se valí po nakloněné rovině s konstantním zpožděním středu válce a_S .
Po pěti otáčkách válce klesne úhlová rychlost z hodnoty ω_0 na jednu pětinu, tzn. $\omega_1 = \omega_0 / 5$
Určete počáteční úhlovou rychlost ω_0.
Dáno: $r = 30$ mm, a_S = konst. = 1,5 ms^{-2}.



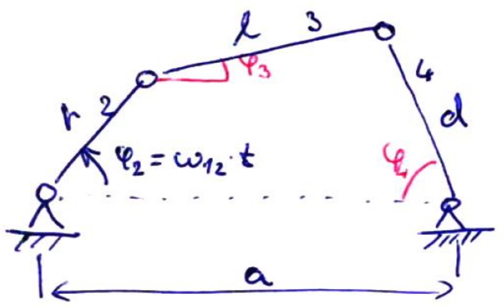
Řešení:

Odvození závislosti mezi polohou, rychlostí a zrychlením:

$$a_s = konst., \alpha = \frac{-a_s}{r}$$

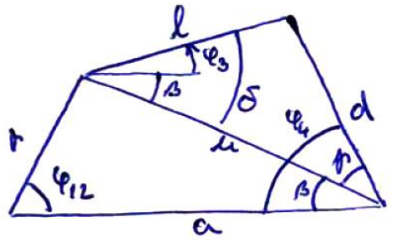
$$2\alpha \int_0^{10\pi} d\varphi = \int_{\omega_0^2}^{\frac{\omega_0^2}{25}} d(\omega^2) \rightarrow -20\frac{a_s}{r}\pi = \frac{\omega_0^2}{25} - \omega_0^2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{125}{6}\frac{a_s}{r}\pi} = 57{,}21\ s^{-1}$$

Trigonometrická metoda:



D: r, l, d, a
$\omega_{12} = konst$

U: φ_4, φ_3
(Trigonometrická metoda)



$$u^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\varphi_2$$

$$\frac{\sin\varphi_2}{u} = \frac{\sin\beta}{r} \Rightarrow \beta = \dots$$

$$l^2 = u^2 + d^2 - 2ud\cos\gamma \Rightarrow \gamma = \dots$$

$$\frac{\sin\delta}{d} = \frac{\sin\gamma}{l} \Rightarrow \delta = \dots$$

$$\varphi_3 = \delta - \beta$$

$$\varphi_4 = \gamma + \beta$$

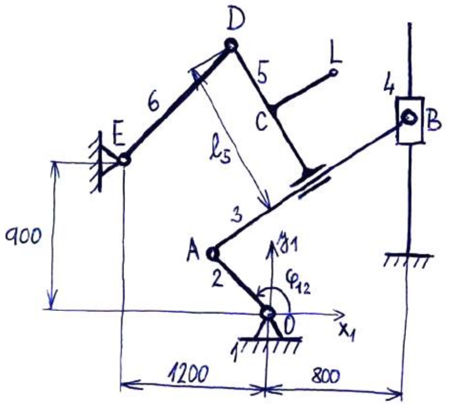
Vektorová metoda:

Počet stupňů volnosti:

Počet nezávislých smyček:

Kostragrafu:

Příklady viz http://mech.fs.cvut.cz/doku.php?id=mech:benes



Dáno:

$\overline{OA} = 500$ mm
$\overline{AB} = 1500$ mm
$\overline{CD} = 500$ mm
$\overline{CL} = 500$ mm
$\overline{DE} = 1000$ mm
$l_5 = 1000$ mm

$\varphi_{12} = \frac{1}{2}\alpha_{12} \cdot t^2 + \omega_{120} \cdot t + \varphi_{120}$

$\varphi_{120} = 135°$

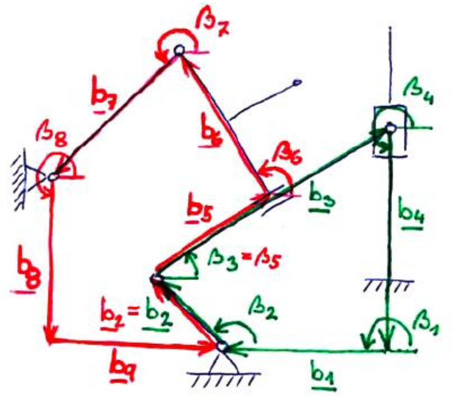
$\omega_{120} = 1\ s^{-1}$

$\alpha_{12} = 0{,}5\ s^{-2}$

Určete:
polohu, rychlost, zrychlení členů mechanismu a bodu L

$n = 3(6-1) - 2(5+2+\emptyset) - 1\cdot\emptyset = 15 - 14 = 1°$ volnosti ($\rightarrow$ bude 1 nezávislá souřadnice)

$l = 7 + \emptyset - 6 + 1 = 2$ nezávislé smyčky ($\rightarrow$ 2 vektorové rovnice $\rightarrow$ 4 skalární rovnice $\rightarrow$ 4 závislé souřadnice)



1. smyčka: $\underline{b_1} + \underline{b_2} + \underline{b_3} + \underline{b_4} = \underline{\emptyset}$

2. smyčka: $\underline{b_2} + \underline{b_5} + \underline{b_6} + \underline{b_7} + \underline{b_8} + \underline{b_9} = \underline{\emptyset}$

nezávislá s.: $\underline{q} = [\beta_2]$

závislé s.: $\underline{z} = \begin{bmatrix} \beta_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ \beta_7 \end{bmatrix}$

závislosti:

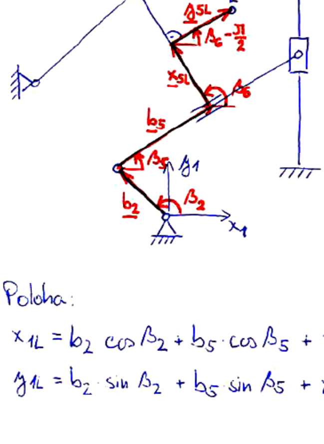
$\beta_5 = \beta_3$

$\beta_6 = \beta_3 + \frac{\pi}{2}$

konstanty: $b_1, b_2, b_3, b_6, b_7, b_8, b_9, \beta_1, \beta_4, \beta_8, \beta_9$

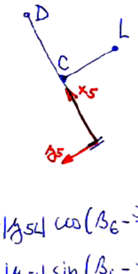
$\underline{J_z} \cdot \underline{\dot{z}} + \underline{J_q} \cdot \underline{\dot{q}} = \underline{\emptyset} \rightarrow \underline{\dot{z}} = -\underline{J_z}^{-1} \underline{J_q} \underline{\dot{q}}$

$\underline{J_z} \cdot \underline{\ddot{z}} + \underline{J_q} \cdot \underline{\ddot{q}} + \underline{j_{q^2}} = \underline{\emptyset} \rightarrow \underline{\ddot{z}} = -\underline{J_z}^{-1} (\underline{J_q} \cdot \underline{\ddot{q}} + \underline{j_{q^2}})$



$\underline{r_{1L}} = \underline{b_2} + \underline{b_5} + \underline{x_{5L}} + \underline{y_{5L}}$

Těleso 5:



$x_{5L} = l_5 - |CD|$
$y_{5L} = -CL$

Poloha:

$x_{1L} = b_2 \cos\beta_2 + b_5 \cdot \cos\beta_5 + x_{5L} \cos\beta_6 + |y_{5L}| \cos(\beta_6 - \frac{\pi}{2})$ (*)

$y_{1L} = b_2 \cdot \sin\beta_2 + b_5 \sin\beta_5 + x_{5L} \cdot \sin\beta_6 + |y_{5L}| \sin(\beta_6 - \frac{\pi}{2})$

Maticová metoda:

a) v rovině

$$T_x(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_y(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_\varphi(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) v prostoru

$$T_x(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_y(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_z(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

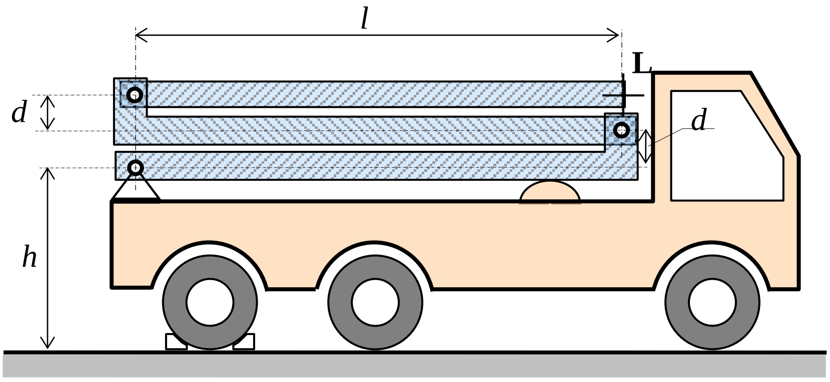
$$T_{\varphi_x}(\varphi_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_x & -\sin\varphi_x & 0 \\ 0 & \sin\varphi_x & \cos\varphi_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_{\varphi_y}(\varphi_y) = \begin{bmatrix} \cos\varphi_y & 0 & \sin\varphi_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_y & 0 & \cos\varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

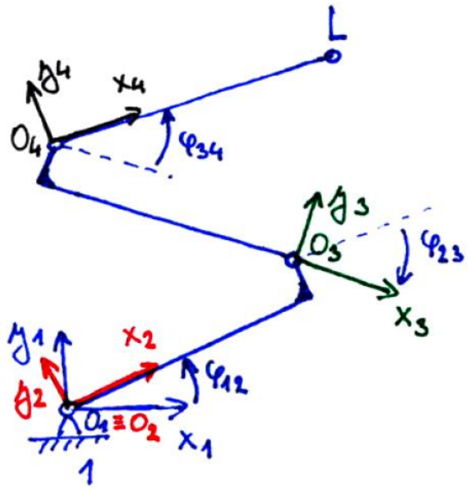
$$T_{\varphi_z}(\varphi_z) = \begin{bmatrix} \cos\varphi_z & -\sin\varphi_z & 0 & 0 \\ \sin\varphi_z & \cos\varphi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Příklad

Vyřešte pohyb koncového bodu *L* pumpy na beton při rozkládání mechanizmu.

Dáno: rozměry *l, d, h,* ω_{12} = konst, ω_{23} = konst, ω_{34} = konst **.**





$$\varphi_{12} = \omega_{12} t$$

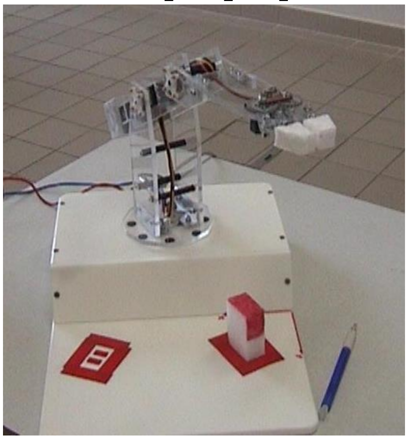
$$\varphi_{23} = \omega_{23} t$$

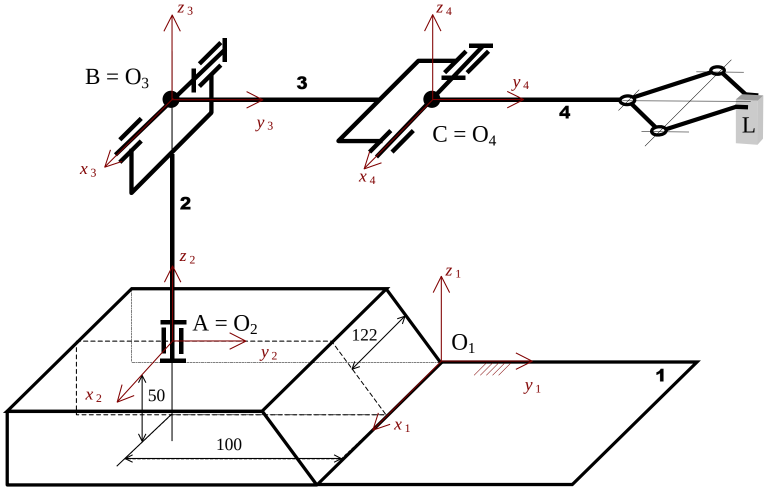
$$\varphi_{34} = \omega_{34} t$$

$$\underline{{}^{1}r_{1L}} = \underline{T_{12}} \cdot \underline{T_{23}} \cdot \underline{T_{34}} \cdot \underline{{}^{4}r_{4L}}$$

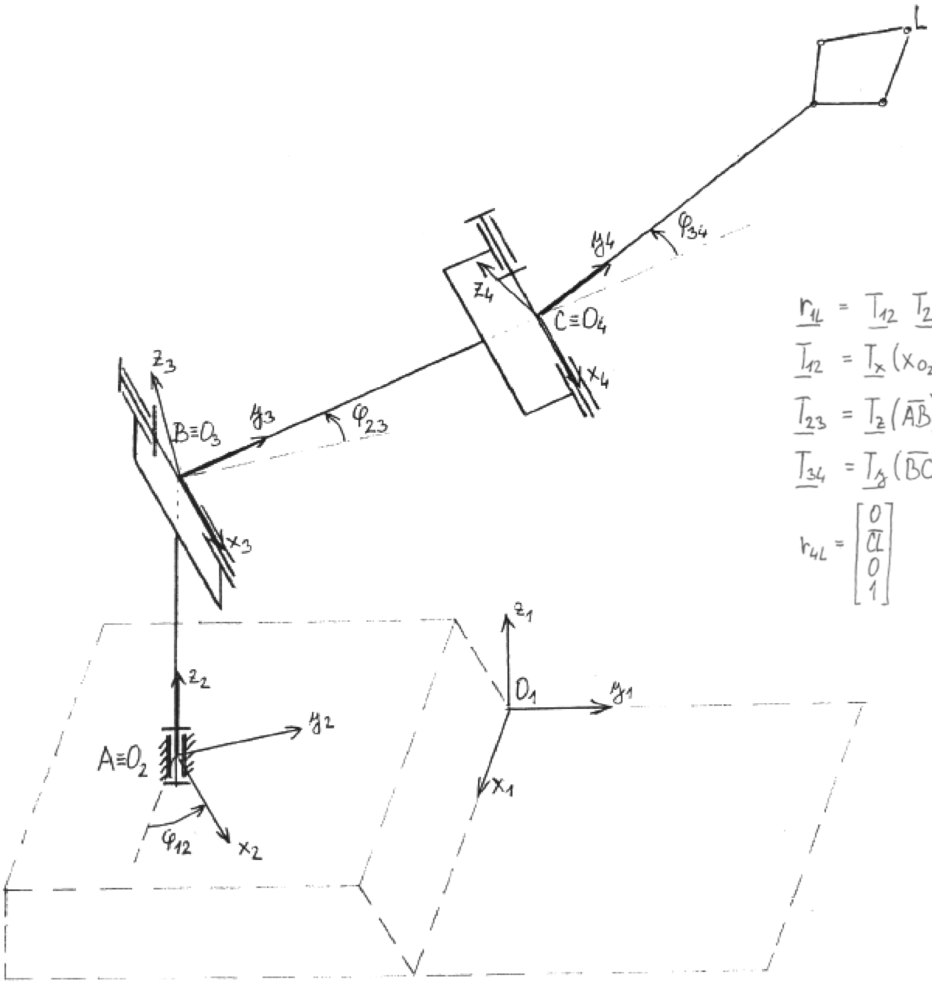
Příklad

Pomocí základních matic popište pohyb koncového bodu „teach“ robota. Odměřte potřebné rozměry a také polohu koncového bodu v počáteční a konečné poloze a ověřte výpočtem.
Dáno: $O_2[x_{O_2}; y_{O_2}; z_{O_2}] = [122; -100; 50]$, $\overline{AB} = 140$, $\overline{BC} = 90$, $\overline{CL} = 180$ – rozměry v mm.





Počáteční poloha:



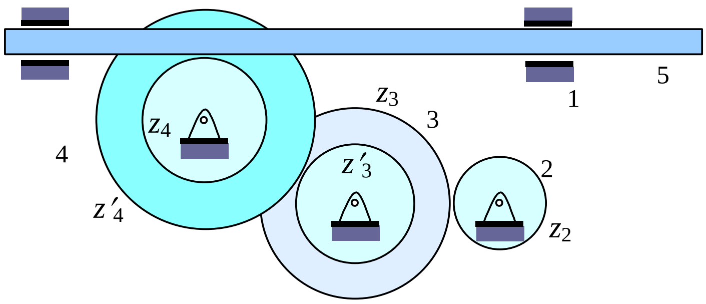
$$\underline{r}_{1L} = \underline{T}_{12}\,\underline{T}_{23}\,\underline{T}_{34}\,\underline{r}_{4L}$$

$$\underline{T}_{12} = \underline{T}_x(x_{O_2})\,\underline{T}_y(y_{O_2})\,\underline{T}_z(z_{O_2})\,\underline{T}_{\varphi_z}(\varphi_{12})$$

$$\underline{T}_{23} = \underline{T}_z(\overline{AB})\,\underline{T}_{\varphi_x}(\varphi_{23})$$

$$\underline{T}_{34} = \underline{T}_y(\overline{BC})\,\underline{T}_{\varphi_x}(\varphi_{34})$$

$$\underline{r}_{4L} = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{CL} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Příklad
Předlohová převodovka s čelními ozubenými koly a hřebenem má počty zubů kol z_2, z_3, z'_3, z_4, z'_4 a moduly m_{23}, m_{34}, m_{45}.

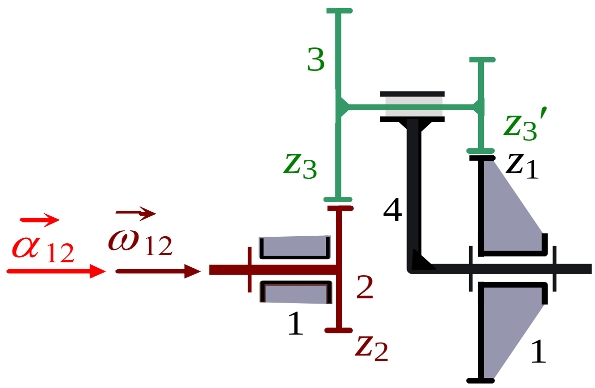
Určete převod p_{25}.

Řešení:
1) Zakreslit úhlové rychlosti.
2) Zapsat podmínky valení – tj. vztahy pro shodu obvodových rychlostí v místech spoluzabírajících zubů.

3) Vyjádřit obvodové rychlosti pomocí úhlových rychlostí.
(poloměry roztečných kružnic je třeba vyjádřit z modulů a počtu zubů ozubených kol)

4) Určit převod p_{25}.

Příklad
Planetová převodovka s dvojitým satelitem
s nekorigovaným ozubením má počty zubů
kol z_2, z_3, z'_3, z_1 a moduly m_{23}, m_{13}.
Člen 2 se rozbíhá z klidu s konstantním úhlovým zrychlením α_{12}.
Určete úhlové zrychlení α_{14}.



Řešení:
1) Zakreslit úhlové rychlosti.
2) Zapsat podmínky valení. A: $\vec{v}_{12} = \vec{v}_{13}$ B: $\vec{v}_{13} = \vec{0}(= \vec{v}_{11})$
3) Rozložit složený pohyb na unášivou a relativní složku. $13 = 14 + 43$
4) Přepsat podmínky valení pomocí úhlových rychlostí.
A: B:

5) Vyjádřit ω_{14} v závislosti na ω_{12} a derivovat na vztah pro α_{14}.

$$\omega_{12} r_2 = \omega_{14} r_2 - \left(\frac{r_1}{r'_3}\right)\omega_{14} r_3 = \omega_{14}\frac{r_2 r'_3 - r_1 r_3}{r'_3} \rightarrow \omega_{14} = \frac{r_2 r'_3}{r_2 r'_3 - r_1 r_3}\omega_{12} \rightarrow \alpha_{14} = \frac{r_2 r'_3}{r_2 r'_3 - r_1 r_3}\alpha_{12}$$

(poloměry je opět potřeba vyjádřit z modulů a počtu zubů)