

## Mechanika II.A – První domácí úkol

(Zadání je ze sbírky: Lederer P., Stejskal S., Březina J., Prokýšek R.:  
Sbírka příkladů z kinematiky. Skripta, vydavatelství ČVUT, 2003.)

Vážené studentky a vážení studenti,

byli bychom rádi, kdybyste k domácím úkolům z Mechaniky II.A přistoupili jako k možnosti, zkusit si vypočítat tři zadané příklady a navíc se dozvědět, zda jste je řešili správně. Každému, kdo se o to pokusí, se budeme rádi věnovat.

Na druhou stranu jsou naše zkušenosti například z minulého semestru s domácími úkoly z Mechaniky I takové, že dostaneme od studentů z různých kroužků zcela totožná a bohužel ne vždy správná řešení. Věnujeme tedy spoustu našeho času na opravování Vašich referátů, které jste však nevypracovali, ale pouze okopírovali i se všemi chybami původního autora. Abychom šetřili náš čas, přicházíme s následujícím řešením:

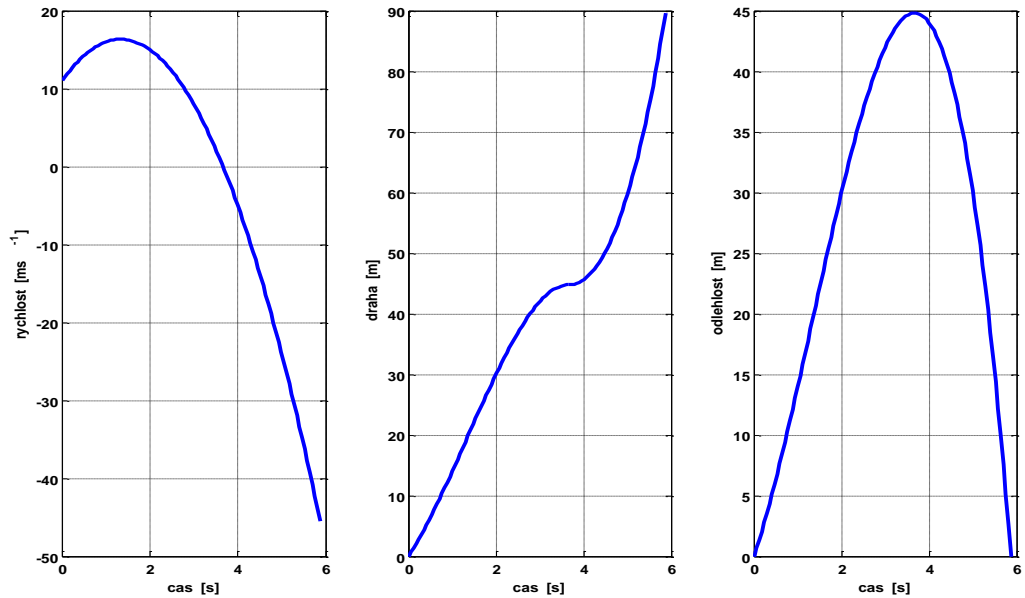
- 1) Řešení všech referátů musí být napsáno čitelně rukou. Zadání mohou být samozřejmě okopírována nebo vytištěna na počítači, řešení však nikoli! (Věřte, že i pouhé opsání nejlépe správného řešení Vám následně usnadní složení zkoušky).
- 2) Všechna zadání jsou doplněna číselnými výsledky, zaokrouhlenými na určitý počet platných číslic (zpravidla na dvě desetinná místa, ale u některých výsledků to není vhodné). Každý výsledek Vašeho řešení uvádějte, prosím, vždy zpřesněný o další dvě desetinná místa. Pokud se mají tato další dvě desetinná místa shodovat s našimi přesnějšími výsledky, **nesmíte při řešení mezivýsledky zaokrouhlovat**. Nejjednodušší pro Vás je řešit vše v MATLABu. Ten Vám také usnadní nakreslení požadovaných grafů (inspirujte se řešeními příkladů ze cvičení na adrese <http://moodle.fs.cvut.cz>, která jsou umístěna ve složce Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky , Courses , Mechanika II.A).
- 3) Poskytnuté výsledky Vám umožní vlastní kontrolu, zda jste referát vypočítali správně. **Kdo si přesto přeje kontrolu svého referátu učitelem, necht' na titulní list napíše „PROSÍM OPRAVIT“**. Ostatní referáty učitel opravovat nebude, ale samozřejmě má právo špatně vyřešené referáty vrátit k přepracování.

Věříme, že tento soubor šedesáti řešených příkladů Vám pomůže i při přípravě na zkoušku. I přes veškerou snahu nemusejí být všechny výsledky správné. Prosím, pokud jste přesvědčeni, že je některý výsledek nesprávný, zašlete Vaše řešení (pokud možno včetně souboru m-file) a Váš výsledek na email [vaclav.bauma@fs.cvut.cz](mailto:vaclav.bauma@fs.cvut.cz) . Pokud budete mít pravdu, opravíme výsledek v tomto souboru vystaveném na našem webu. Děkuji Vám za spolupráci.

Za kolektiv učitelů Mechaniky II.A

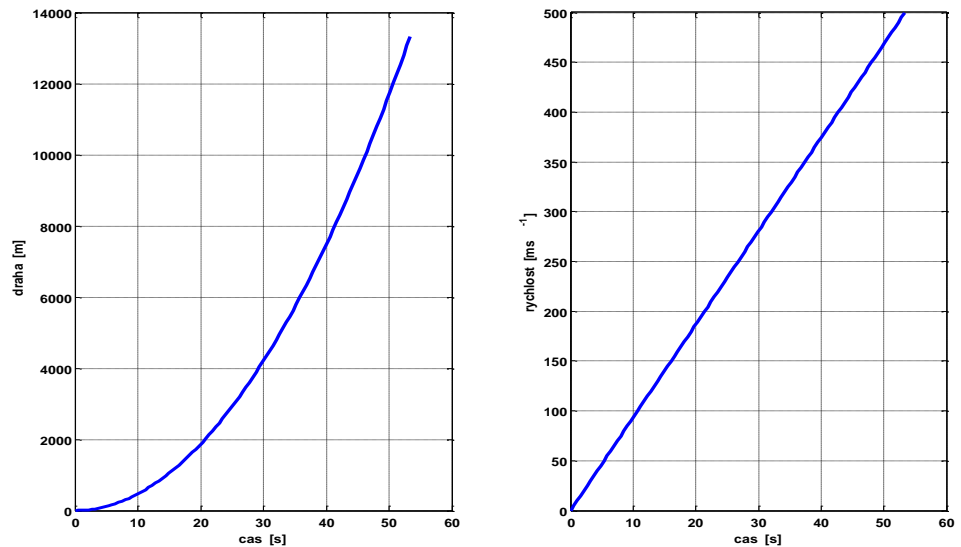
Doc. Ing. Václav Bauma, CSc.

| Zadání č. | Doplnění zadání a zaokrouhlené výsledky  |
|-----------|--|
| 1         | <p>Str. 12, Příklad 1.16</p> <p>Dodatek k zadání podle skript: Rozhodněte, zda uvedený výsledek <math>s_4</math> je dráha, kterou bod urazil za 4 sekundy nebo jeho odlehlost. Označte a vypočtete „druhou“ z veličin. Určete čas <math>t_n</math>, ve kterém se bod navrátí do výchozí polohy. Kromě závislosti rychlosti a dráhy bodu na čase nakreslete i graf jeho odlehlosti. Všechny grafy nakreslete pro čas z intervalu <math>&lt; 0; t_n &gt;</math>.</p> <p>Výsledky:<br/><math>t_z = 3,67 \text{ s}</math> , <math>v_4 = -5,00 \text{ ms}^{-1}</math> , <math>s_4 = 44,0 \text{ m}</math> , <math>s_z = 44,8 \text{ m}</math> ,<br/>„druhá“ z veličin = <math>45,6 \text{ m}</math> , <math>t_n = 5,87 \text{ s}</math></p> |



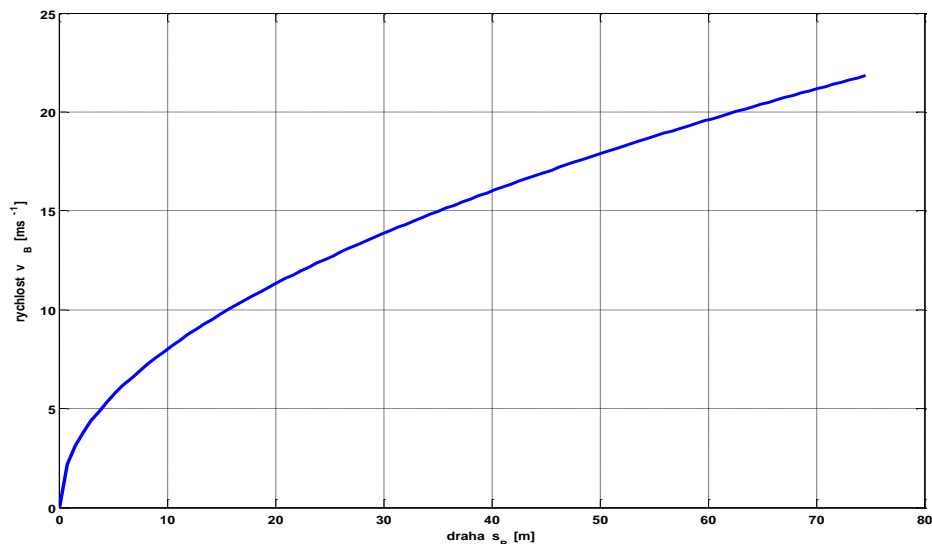
- 2 Str. 12, Příklad 1.17  
 Dodatek k zadání podle skript: Výsledky vyčíslete pro  $k = 0,01$  ,  $m = 700 \text{ ms}^{-1}$  ,  $n = 75 \text{ s}$  ,  $v_1 = 500 \text{ ms}^{-1}$ . Nakreslete grafy závislosti dráhy a rychlosti rakety na čase.

Výsledky:  
 $t_1 = 53,4 \text{ s}$  ,  $s_1 = 13,3 \text{ km}$



- 3 Str. 12, Příklad 1.18  
 Dodatek k zadání podle skript: Vyjádřete závislost  $v_B = v_B(s_B)$ , nakreslete její graf a vypočítejte z ní rychlost bodu  $B$  v místě, kde urazil vzdálenost  $s_B = 54 \text{ m}$ .

Výsledky:  
 $\varphi = 66,3$  stupňů ,  $v_B = \sqrt{2as_B}$  ,  $v_{B54} = 18,6 \text{ ms}^{-1}$



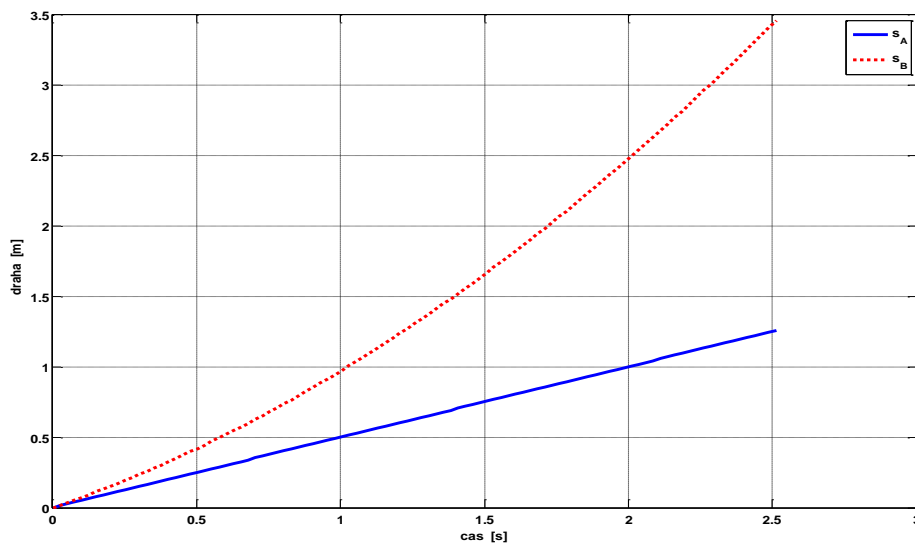
4

Str. 12, Příklad 1.19

Dodatek k zadání podle skript: Výsledky vyčíslete pro hodnoty  $r_1 = 0,8 \text{ m}$ ,  $r_2 = 1,1 \text{ m}$ ,  $v_A = 0,5 \text{ ms}^{-1}$  a  $v_{B0} = 0,7 \text{ ms}^{-1}$  a nakreslete grafy drah  $s_A$  a  $s_B$  v závislosti na čase od 0 do  $T$ .

Výsledky:

$$a_{Bt} = 0,537 \text{ ms}^{-2}, \quad T = 2,51 \text{ s}, \quad a_A = 0,31 \text{ ms}^{-2}, \quad a_B = 3,86 \text{ ms}^{-2}$$



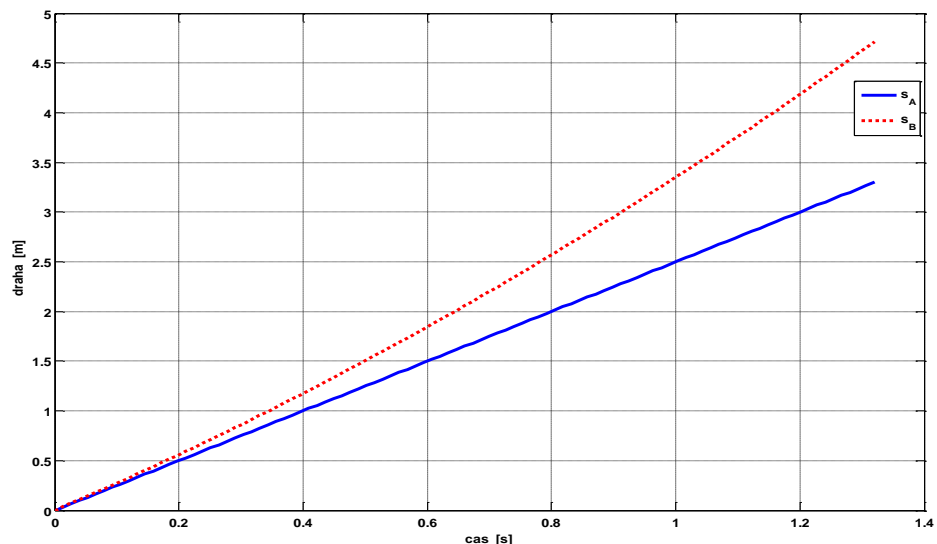
5

Str. 12, Příklad 1.20

Dodatek k zadání podle skript: Výsledky vyčíslete pro hodnoty  $r = 1,0 \text{ m}$ ,  $l = 1,3 \text{ m}$ ,  $c = 2,5 \text{ ms}^{-1}$  a nakreslete grafy drah  $s_A$  a  $s_B$  v závislosti na čase.

Výsledky:

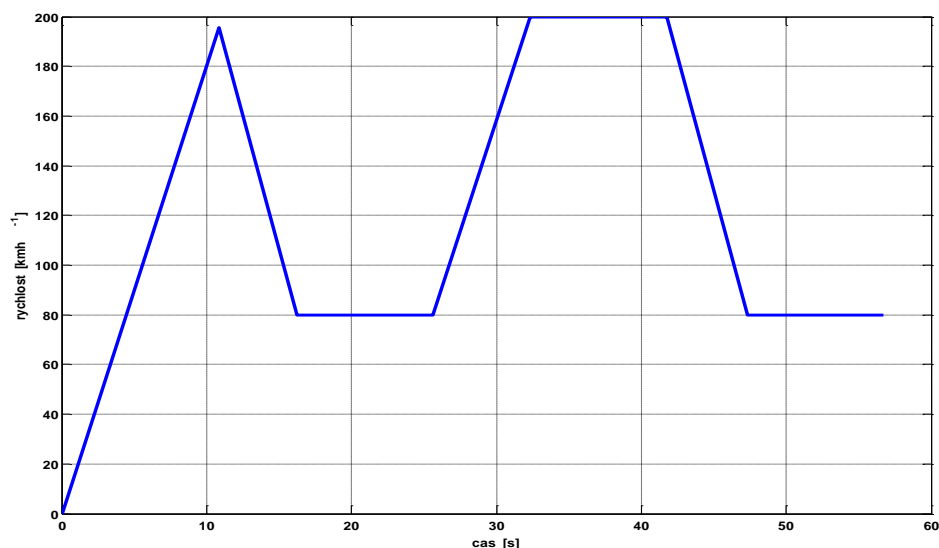
$$v_{B0} = 2,66 \text{ ms}^{-1}, \quad a_{Bt} = 1,37 \text{ ms}^{-2}$$



6 Str. 13, Příklad 1.21  
 Dodatek k zadání podle skript: Nakreslete graf rychlosti závodníka v závislosti na čase od startu do konce druhé zatáčky.

Výsledky:

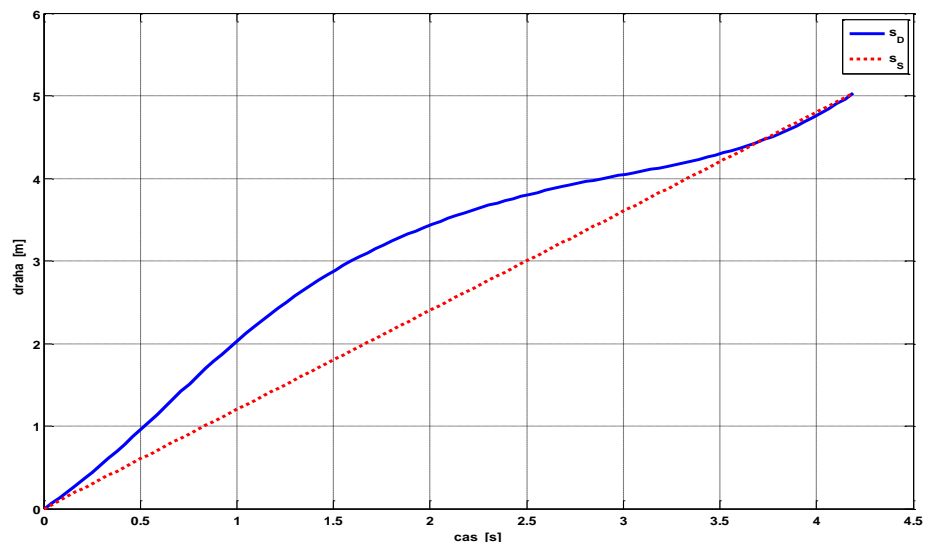
$t = 938 \text{ s}$  ( $\approx 15$  minut a 38 s),  $v_{\text{prům}} = 139 \text{ km/h}$



7 Str. 13, Příklad 1.22  
 Dodatek k zadání podle skript: Dále vypočtete dráhu středu  $S$  válce a čas  $t_1$ , za který se válec otočí o úhel  $2\pi$  rad. Dráhy obou bodů vyčíslete v čase  $t_1$  pro hodnoty  $c = 1,2 \text{ ms}^{-1}$ ,  $r = 0,8 \text{ m}$ ,  $e = 0,5 \text{ m}$ ,  $l = 1,8 \text{ m}$  a nakreslete grafy dráhy obou bodů v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$t_1 = 4,19 \text{ s}$ ,  $s_S = 5,03 \text{ m}$ ,  $s_D = 5,03 \text{ m}$



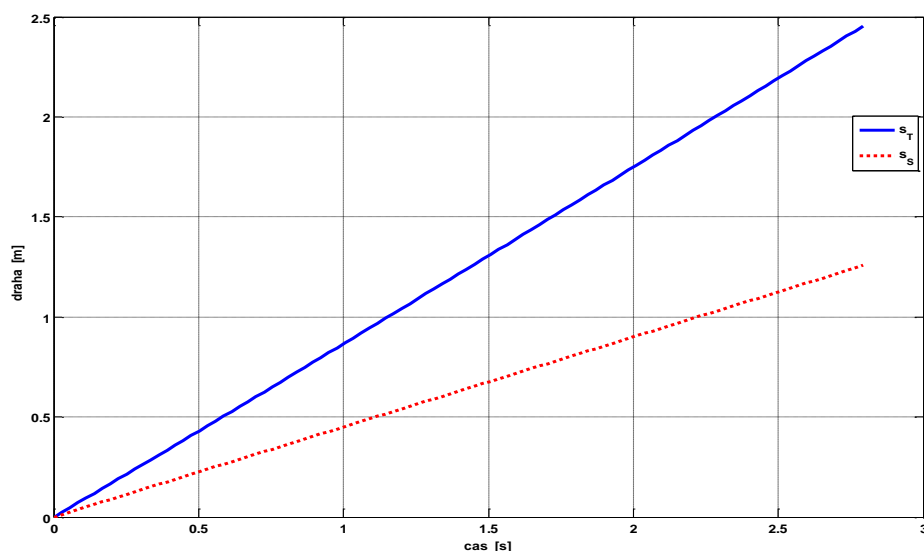
8

Str. 13, Příklad 1.23

Dodatek k zadání podle skript: Dále vypočtete dráhu středu  $S$  válce, sestavte rovnice pohybu válce, vyřešte pohyb tělíska  $T$ , úhlovou rychlost, úhlové zrychlení válce a čas  $t_1$ , za který se váleček otočí o úhel  $2\pi$  rad. Dráhy bodu  $S$  a tělíska  $T$  a úhlovou rychlost a úhlové zrychlení válce vyčíslete v čase  $t_1$  pro hodnoty  $l = 0,8$  m,  $r = 0,2$  m,  $c = 0,45$  ms<sup>-1</sup> a nakreslete grafy dráhy bodu a tělíska v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$t_1 = 2,79 \text{ s}, s_S = 1,26 \text{ m}, s_T = 2,45 \text{ m}, \omega_v = 2,25 \text{ s}^{-1}, a_v = 0,00 \text{ s}^{-2}$$



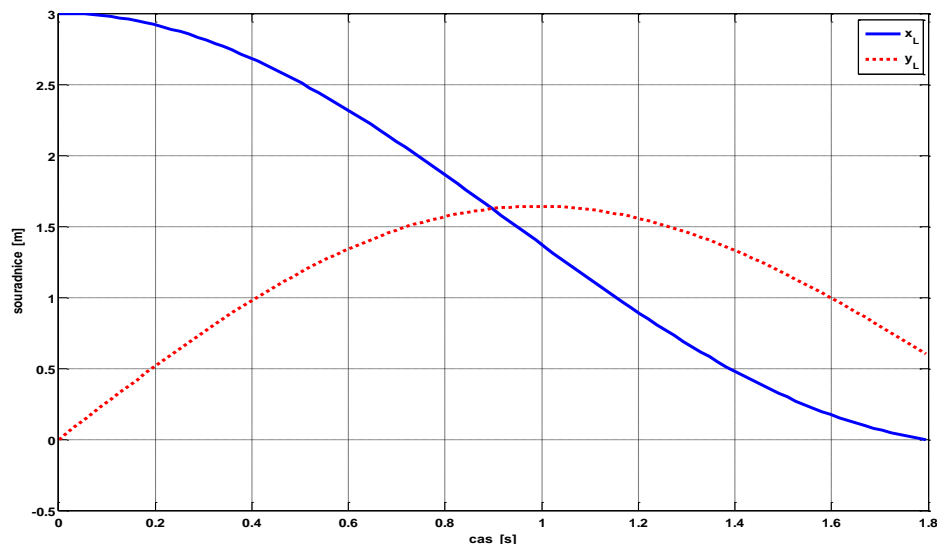
9

Str. 13, Příklad 1.24

Dodatek k zadání podle skript: Řešte **pouze** v nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému s počátkem v bodě  $D$ . Souřadnice  $x_L$  a  $y_L$  bodu  $L$  vyčíslete pro hodnoty  $l = 0,6$  m,  $r = 1,2$  m,  $c = 2,1$  ms<sup>-1</sup> v čase  $t_1 = 0,9$  s a nakreslete grafy souřadnic v závislosti na čase od 0 do času, kdy bod  $A$  bude totožný s bodem  $D$ . Dále vypočtete, v jakém čase bude bod  $L$  v nejvyšší poloze a jaká bude jeho y-ová souřadnice?

Výsledky:

$$x_L = 1,62 \text{ m}, y_L = 1,63 \text{ m}, t_{yL\max} = 0,99 \text{ s}, y_{L\max} = 1,64 \text{ m}$$



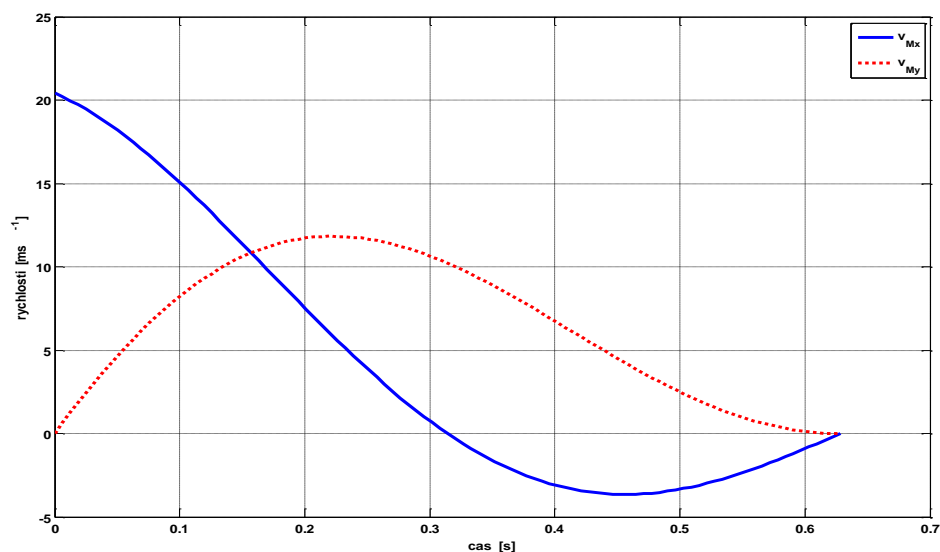
10

Str. 13, Příklad 1.25

Dodatek k zadání podle skript: Řešení provedte v nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému s počátkem ve středu válce. Souřadnice  $x_M$ ,  $y_M$ , složky rychlosti  $v_{Mx}$ ,  $v_{My}$  a složky zrychlení  $a_{Mx}$ ,  $a_{My}$  bodu  $M$  vyčíslete pro hodnoty  $r = 1,3$  m,  $l_0 = \pi r$ ,  $\varphi(t) = \omega t$  rad,  $\omega = 5$  s<sup>-1</sup> v čase  $t_1 = 0,2$  s a nakreslete grafy složek rychlosti v závislosti na čase od 0 do času, kdy se bod  $M$  dotkne válce.

Výsledky:

$$x_M = 1,64 \text{ m}, \quad y_M = -2,60 \text{ m}, \quad v_{Mx} = 7,52 \text{ ms}^{-1}, \quad v_{My} = 11,7 \text{ ms}^{-1}, \\ a_{Mx} = -76,1 \text{ ms}^{-2}, \quad a_{My} = 10,3 \text{ ms}^{-2}$$



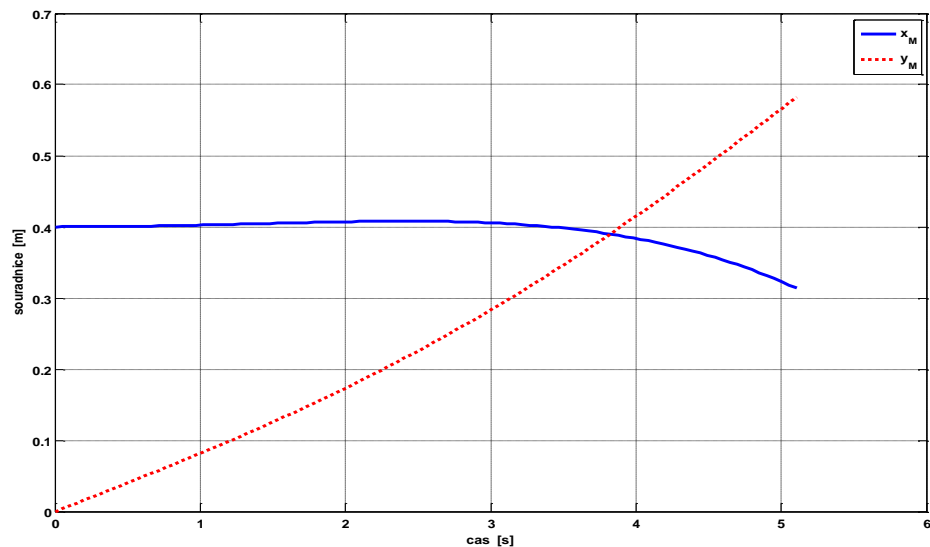
11

Str. 14, Příklad 1.26

Dodatek k zadání podle skript: Souřadnice  $x_M$  a  $y_M$  bodu  $M$  vyčíslete pro hodnoty  $d = 1,4$  m,  $r = 0,65$  m,  $b = 0,35$  m,  $c = 0,2$  ms<sup>-1</sup> v čase  $t_1 = 1,7$  s a nakreslete grafy souřadnic v závislosti na čase od 0 do času, kdy bod  $A$  bude v nejnižším místě své trajektorie.

Výsledky:

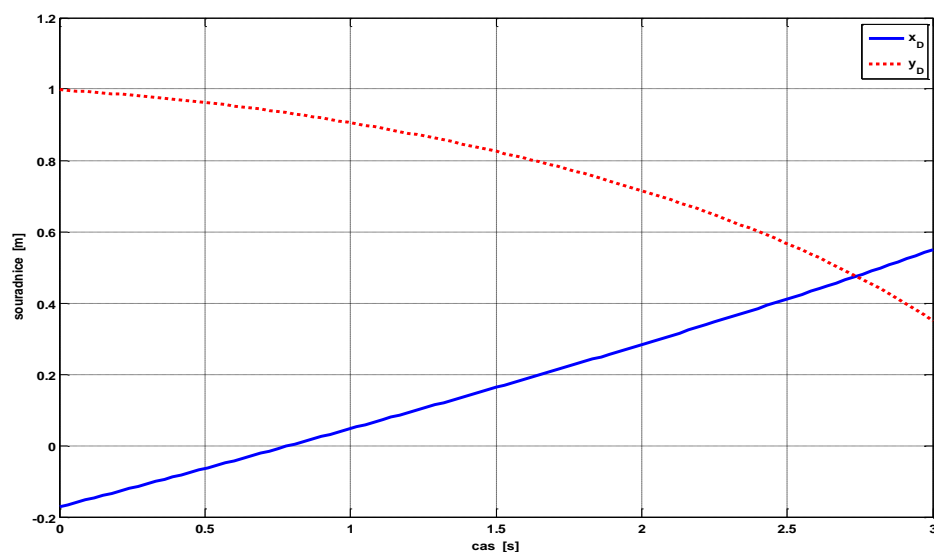
$$x_M = 0,41 \text{ m}, \quad y_M = 0,14 \text{ m}$$



- 12 Str. 14, Příklad 1.27  
 Dodatek k zadání podle skript: Souřadnice  $x_D$  a  $y_D$  bodu  $D$  vyčíslete pro hodnoty  $l = 1,5 \text{ m}$ ,  $d = 0,95 \text{ m}$ ,  $h = 0,35 \text{ m}$ ,  $\beta = 60$  stupňů,  $s(t) = v_A t \text{ m}$ ,  $v_A = 0,5 \text{ ms}^{-1}$  v čase  $t_1 = 1,7 \text{ s}$  a nakreslete grafy souřadnic v závislosti na čase od 0 do času, kdy bod  $B$  bude v počátku souřadnicového systému  $O$ .

Výsledky:

$$x_D = 0,21 \text{ m}, y_D = 0,79 \text{ m}$$



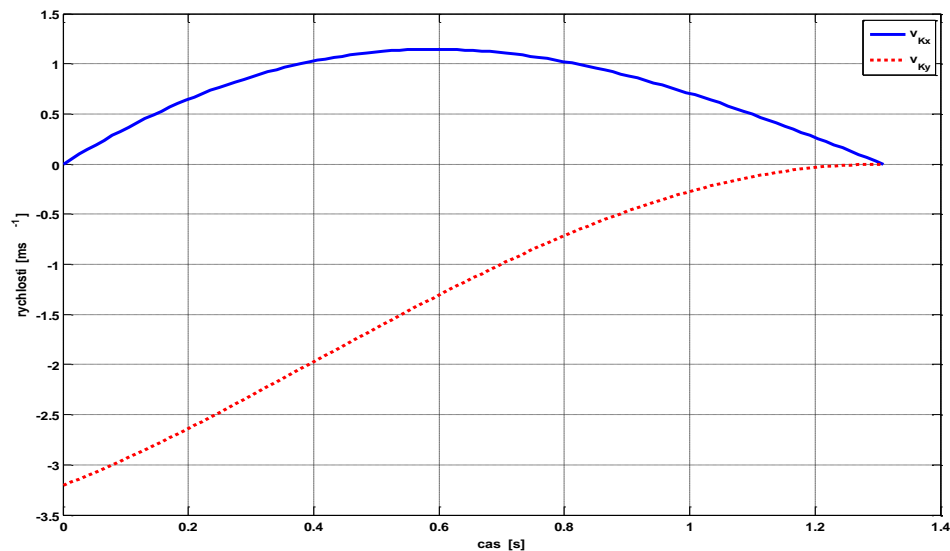
- 13 Str. 15, Příklad 1.28  
 Dodatek k zadání podle skript: Řešte **pouze** pohyb bodu  $K$ . Velikost rychlosti a velikost zrychlení ověřte v nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému s počátkem ve středu válcové plochy. Rychlost, normálovou a tečnou složku zrychlení, zrychlení, souřadnice  $x_K$ ,  $y_K$ , složky rychlosti  $v_{Kx}$ ,  $v_{Ky}$  a složky zrychlení  $a_{Kx}$ ,  $a_{Ky}$  bodu  $K$  vyčíslete pro hodnoty  $r = 1,7 \text{ m}$ ,  $l = \frac{1}{2}\pi r$ ,  $\omega = 1,2 \text{ s}^{-1}$  v čase  $t_1 = 0,2 \text{ s}$  a nakreslete grafy složek rychlosti v závislosti na čase od 0 do času, kdy se bod  $K$  dotkne válcové plochy.

Výsledky:

$$v = 2,71 \text{ ms}^{-1}, a_{Kt} = 3,26 \text{ ms}^{-2}, a_{Kn} = 2,45 \text{ ms}^{-2}, a_K = 4,08 \text{ ms}^{-2},$$

$$x_K = -2,60 \text{ m}, y_K = 1,11 \text{ m}, v_{Kx} = 0,65 \text{ ms}^{-1}, v_{Ky} = -2,64 \text{ ms}^{-1},$$

$$a_{Kx} = 2,58 \text{ ms}^{-2}, a_{Ky} = 3,15 \text{ ms}^{-2}$$



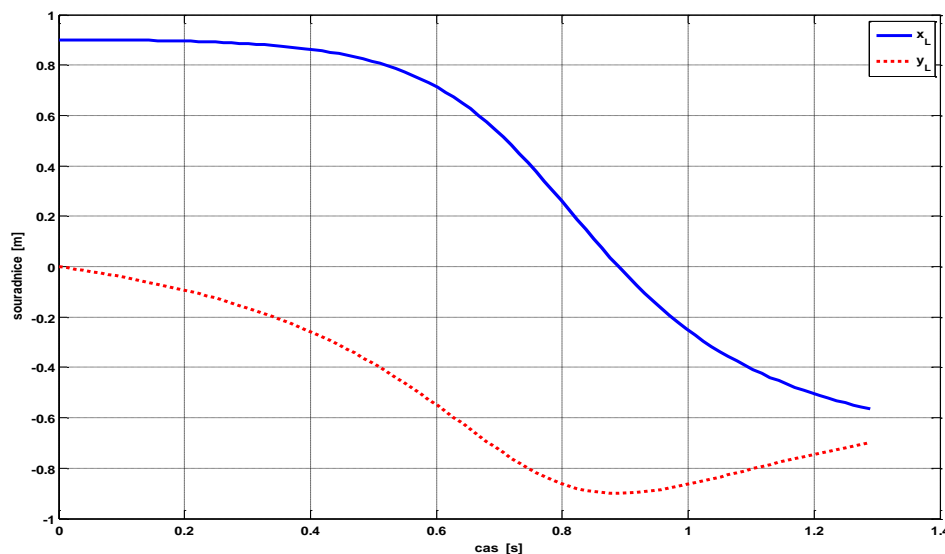
14

Str. 15, Příklad 1.29

Dodatek k zadání podle skript: Souřadnice stínu  $x_L$  a  $y_L$  vypočtete v nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému s počátkem v bodě  $S$ , vyčíslete je pro hodnoty  $r = 900$  mm,  $\gamma = 25^\circ$ ,  $v_0 = 0,85$  ms<sup>-1</sup>,  $a_A = 0,6$  ms<sup>-2</sup> v čase  $t_1 = 1,3$  s, dále vyčíslete rychlost stínu v nejnižším bodě kružnice a nakreslete grafy souřadnic stínu v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_L = -0,57 \text{ m}, y_L = -0,69 \text{ m}, v_L = 2,69 \text{ ms}^{-1}$$



15

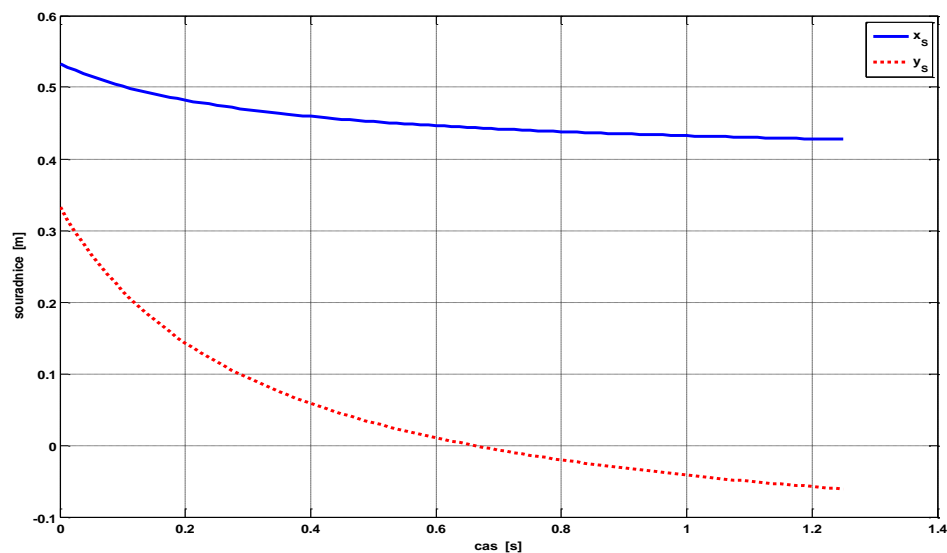
Str. 15, Příklad 1.30

Dodatek k zadání podle skript: Souřadnice stínu  $x_S$  a  $y_S$  vypočtete v zadaném nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému, vyčíslete je pro hodnoty  $h = 600$  mm,  $\gamma = 20^\circ$ ,  $c = 4,1$  ms<sup>-1</sup>,  $x_A = 400$  mm,  $y_A = 250$  mm,  $z_A = 150$  mm v čase  $t_1 = 1,25$  s a nakreslete grafy souřadnic stínu v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_S = 0,43 \text{ m}, y_S = -0,061 \text{ m}$$





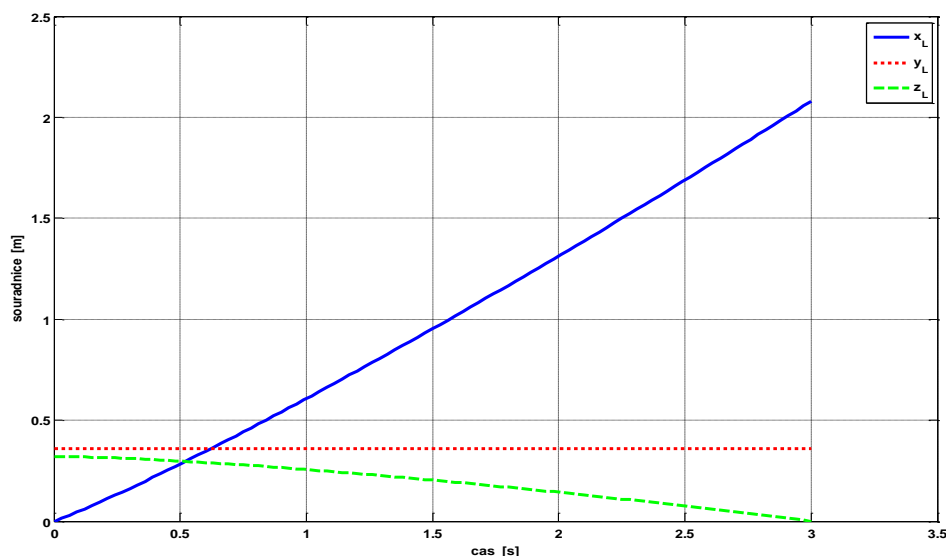
16

Str. 15, Příklad 1.31

Dodatek k zadání podle skript: Souřadnice  $x_L$ ,  $y_L$  a  $z_L$  bodu  $L$  vypočítejte v zadaném nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému, vyčíslete je pro hodnoty  $\overline{OD}_0 = h = 600$  mm,  $\overline{OE}_0 = p = 800$  mm,  $\overline{OF} = q = 1600$  mm,  $\overline{EL} = l = 600$  mm a  $c = 0,8$  ms<sup>-1</sup> v čase  $t_1 = 2,1$  s a nakreslete grafy souřadnic bodu  $L$  v závislosti na čase od 0 do času, ve kterém bude bod  $E$  totožný s bodem  $F$ .

Výsledky:

$x_L = 1,39$  m,  $y_L = 0,36$  m,  $z_L = 0,13$  m



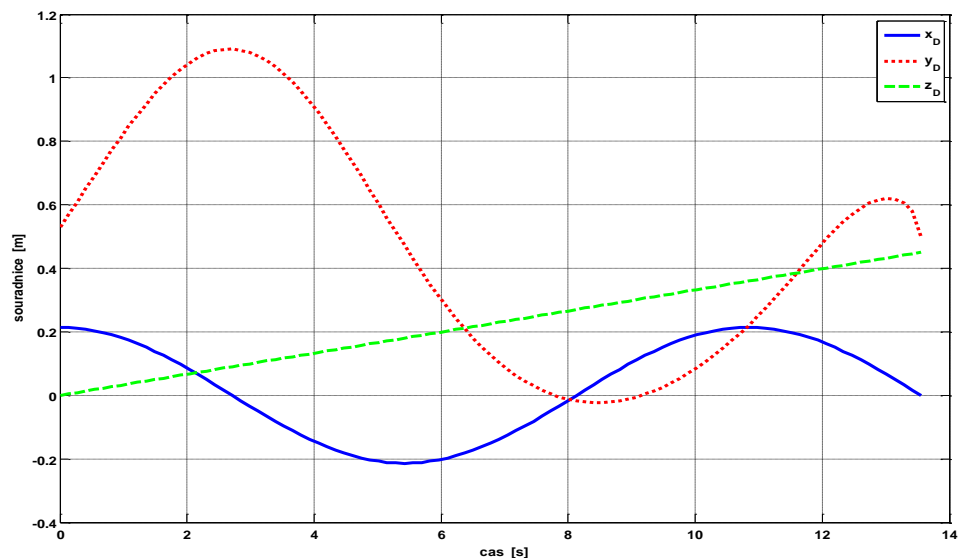
17

Str. 16, Příklad 1.32

Dodatek k zadání podle skript: Souřadnice  $x_D$ ,  $y_D$  a  $z_D$  bodu  $D$  vypočítejte v zadaném nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému, vyčíslete je pro hodnoty  $r = 500$  mm,  $\gamma = \pi/12$  rad,  $\overline{AB} = l = 2,5\pi r \tan \gamma$ ,  $\overline{BD} = d = 450$  mm a  $c = 0,3$  ms<sup>-1</sup> v čase  $t_1 = 1,2$  s a nakreslete grafy souřadnic bodu  $D$  v závislosti na čase od 0 do času, ve kterém se bod  $B$  dotkne válcové plochy.

Výsledky:

$x_D = 0,16$  m,  $y_D = 0,88$  m,  $z_D = 0,040$  m



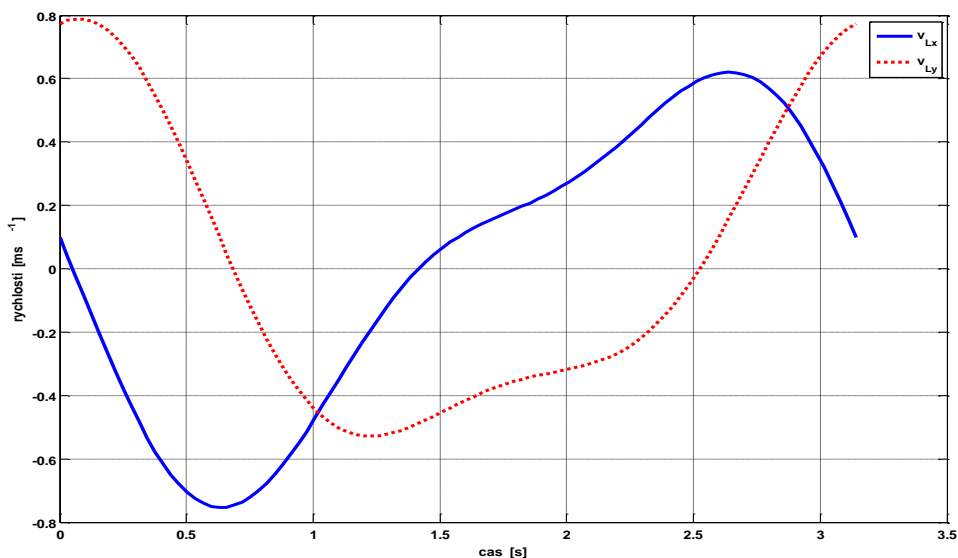
18

Str. 16, Příklad 1.33

Dodatek k zadání podle skript: Souřadnice  $x_L$  a  $y_L$ , složky rychlosti  $v_{Lx}$ ,  $v_{Ly}$  a složky zrychlení  $a_{Lx}$ ,  $a_{Ly}$  bodu  $L$  vypočtete v nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému s počátkem v bodě  $O$ , vyčíslete je pro hodnoty  $\varphi(t) = \omega t$  rad,  $\omega = 2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\overline{OS} = l = 300 \text{ mm}$ ,  $r = 100 \text{ mm}$ ,  $\Omega = 2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\gamma = \pi/3$  rad v čase  $t_1 = 0,2 \text{ s}$  a nakreslete grafy složek rychlosti v závislosti na čase od 0 do času, kdy se přímka otočí o úhel  $2\pi$  rad.

Výsledky:

$$x_L = 0,37 \text{ m}, \quad y_L = 0,16 \text{ m}, \quad v_{Lx} = -0,29 \text{ ms}^{-1}, \quad v_{Ly} = 0,75 \text{ ms}^{-1}, \\ a_{Lx} = -1,87 \text{ ms}^{-2}, \quad a_{Ly} = -0,69 \text{ ms}^{-2}$$



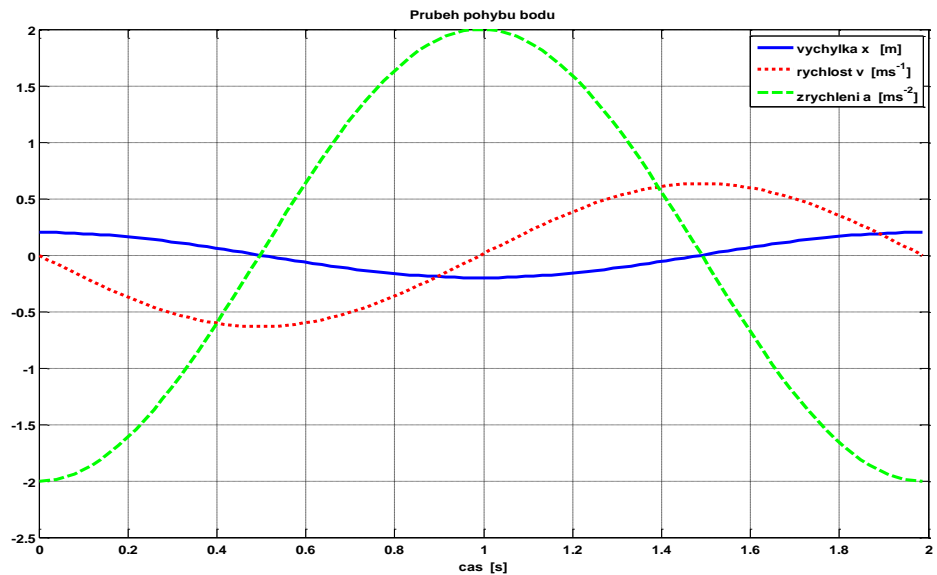
19

Str. 17, Příklad 1.38

Dodatek k zadání podle skript: Vypočtete rychlost a zrychlení bodu v čase  $t_1$  a nakreslete grafy výchylky, rychlosti a zrychlení bodu v závislosti na čase od 0 do doby periody  $T$ .

Výsledky:

$$T = 1,99 \text{ s}, \quad x = 0,10 \text{ m}, \quad v = -0,54 \text{ ms}^{-1}, \quad a = -1,02 \text{ ms}^{-2}$$



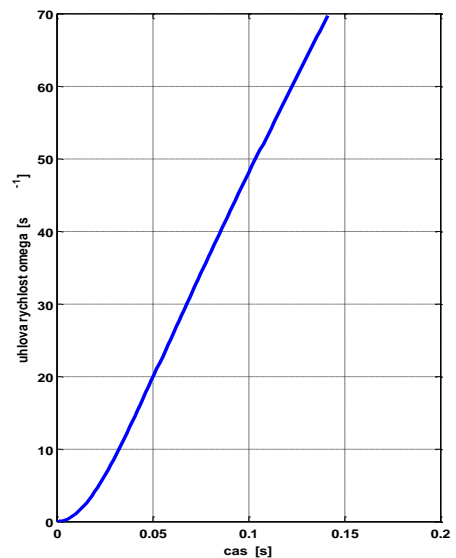
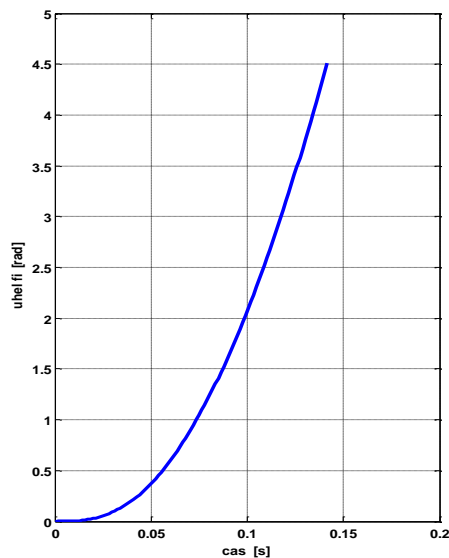
20

Str. 21, Příklad 2.7

Dodatek k zadání podle skript: Kromě úhlové rychlosti  $\omega_1$ , určete i úhel pootočení  $\varphi_1$  a úhlové zrychlení  $\alpha_1$  setrvačniku v okamžiku, kdy držák proběhl dráhu  $l$  a nakreslete grafy úhlu pootočení a úhlové rychlosti setrvačniku v závislosti na čase během celého pohybu držáku po dráze  $l$ .

Výsledky:

$$\varphi_1 = 4,51 \text{ rad}, \omega_1 = 69,7 \text{ s}^{-1}, \alpha_1 = 516 \text{ s}^{-2}$$



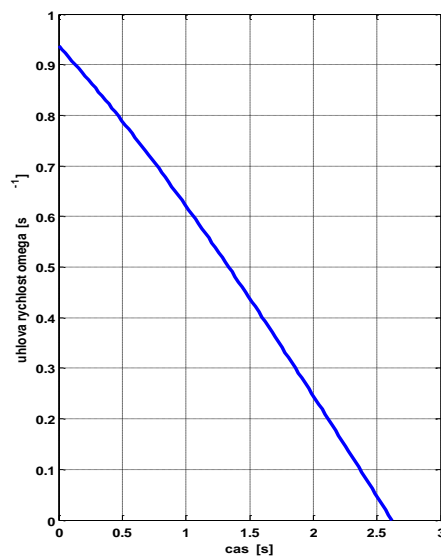
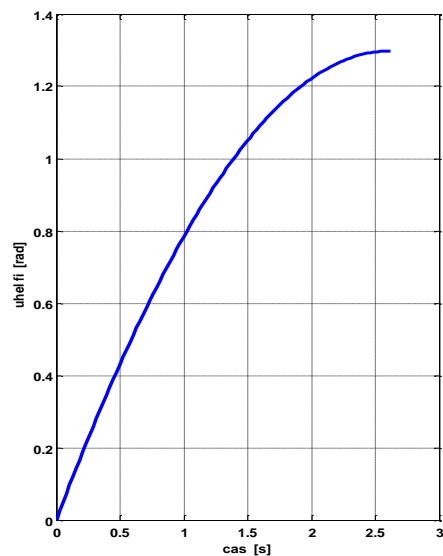
21

Str. 22, Příklad 2.8

Dodatek k zadání podle skript: Kromě úhlové rychlosti  $\omega$ , určete i úhel pootočení  $\varphi$  a úhlové zrychlení  $\alpha$  bubnu v okamžiku, kdy páka je pootočena o úhel  $\psi = \psi_1$  a nakreslete grafy závislosti úhlu pootočení a úhlové rychlosti bubnu na čase během pootočení páky od  $\psi = 0$  rad do  $\psi = \pi/2$  rad.

Výsledky:

$$\varphi = 1,15 \text{ rad}, \omega = 0,34 \text{ s}^{-1}, \alpha = -0,39 \text{ s}^{-2}$$



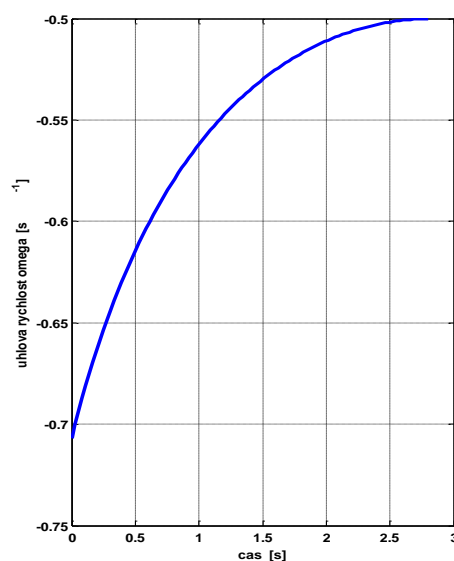
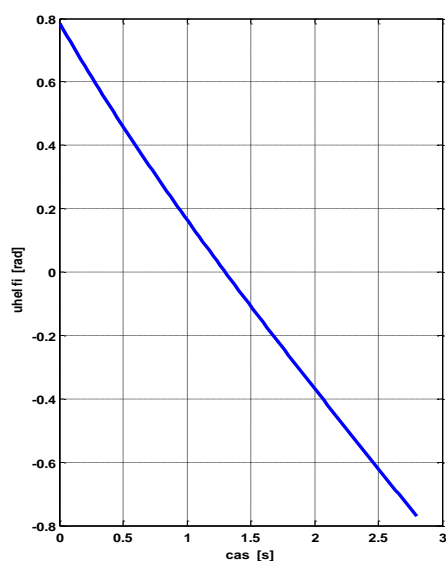
22

Str. 22, Příklad 2.9

Dodatek k zadání podle skript: Úhel pootočení, úhlovou rychlost a úhlové zrychlení tyče vyčíslete v čase  $t_1 = 1,8$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu pootočení a úhlové rychlosti tyče na čase v intervalu  $\langle 0; 2,8 \rangle$  s.

Výsledky:

$$\varphi = -0,27 \text{ rad} , \omega = -0,52 \text{ s}^{-1} , \alpha = 0,036 \text{ s}^{-2}$$



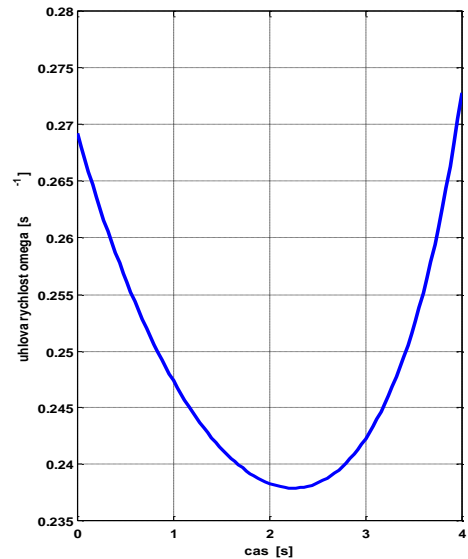
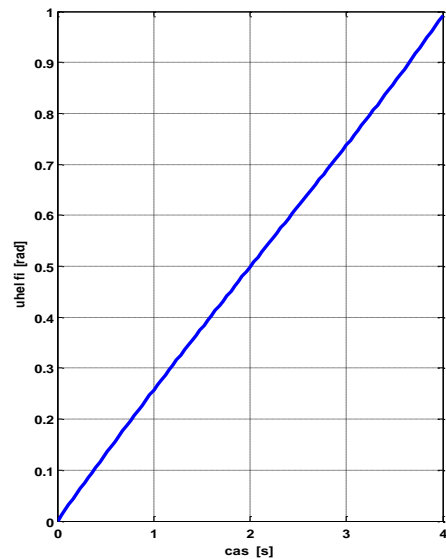
23

Str. 22, Příklad 2.10

Dodatek k zadání podle skript: Kromě úhlu  $\varphi_1$  a úhlové rychlosti  $\omega_1$  určete i úhlové zrychlení  $\alpha_1$  poklopu v čase  $T$  a nakreslete grafy úhlu pootočení a úhlové rychlosti poklopu v závislosti na čase v intervalu  $\langle 0; T \rangle$  s.

Výsledky:

$$\varphi_1 = 0,99 \text{ rad} , \omega_1 = 0,27 \text{ s}^{-1} , \alpha_1 = 0,059 \text{ s}^{-2}$$



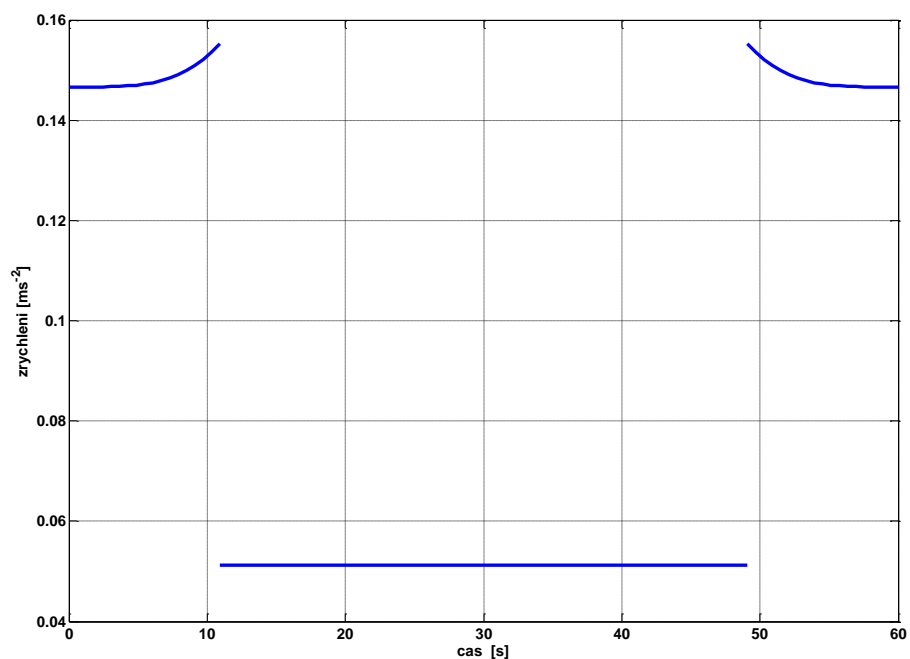
24

Str. 23, Příklad 2.11

Dodatek k zadání podle skript: Nakreslete graf závislosti celkového zrychlení koncového bodu ramene mostu v závislosti na čase během celého pohybu.

Výsledky:

$$k = 0,0029 \text{ s}^{-2}, \omega_{II} = 0,0320 \text{ s}^{-1}$$



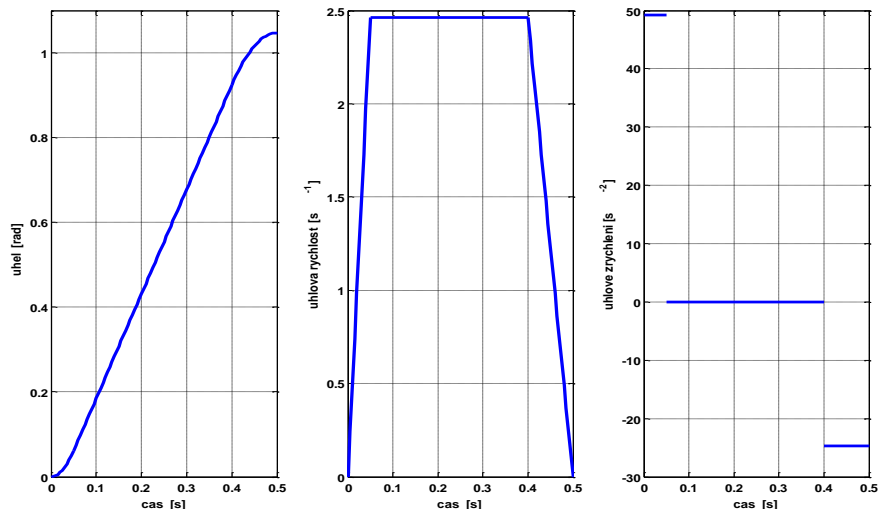
25

Str. 24, Příklad 2.14

Dodatek k zadání podle skript: Vyčíslete uhlové zrychlení ramene v prvním úseku, uhlovou rychlost ramene ve druhém úseku a uhlové zrychlení ramene ve třetím úseku.

Výsledky:

$$\alpha_1 = 49,28 \text{ s}^{-2}, \omega_2 = 2,46 \text{ s}^{-1}, \alpha_2 = 24,640 \text{ s}^{-2}$$



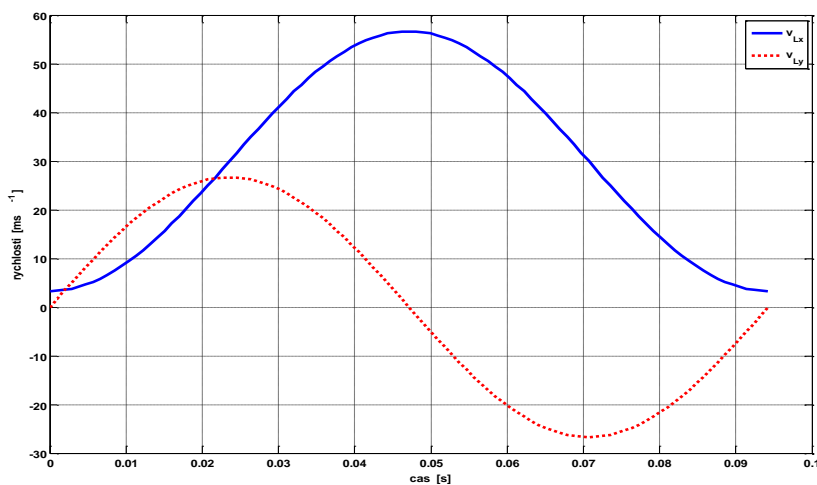
26

Str. 27, Příklad 2.18

Dodatek k zadání podle skript: V počáteční poloze (v čase  $t_0 = 0$  s) byl bod  $L$  v nejnižší poloze. Řešení provedte v nepohyblivém pravouhlém souřadnicovém systému s počátkem v bodě  $L_0$ . Pro zadané hodnoty  $r = 450$  mm,  $e = 400$  mm a  $c = 30$  ms<sup>-1</sup> vyčíslete souřadnice, rychlost a zrychlení bodu  $L$  a úhlovou rychlost kol v čase  $t_1 = 0,6$  s a nakreslete graf závislosti složek rychlosti bodu  $L$  na čase během jednoho otočení kola o 360 stupňů.

Výsledky:

$$x_L = 17,7 \text{ m}, y_L = 0,67 \text{ m}, v_L = 51,8 \text{ ms}^{-1}, a_L = 1778 \text{ ms}^{-2}, \omega = 66,7 \text{ s}^{-1}$$



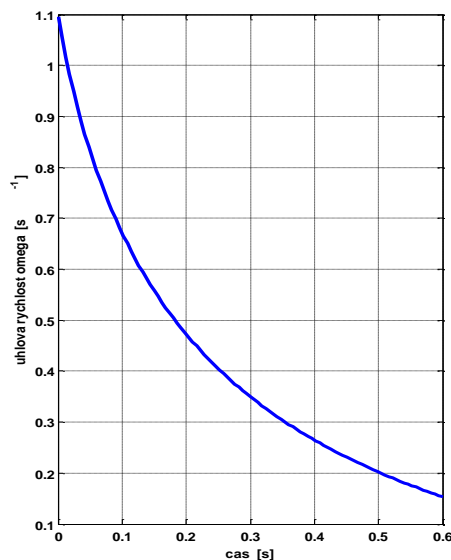
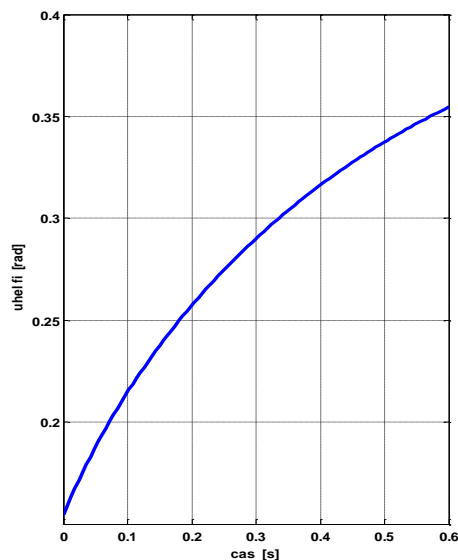
27

Str. 35, Příklad 3.10

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  tělesa ve tvaru trojúhelníku se z nakreslené počáteční polohy, ve které měl počáteční rychlost  $v_{A0}$ , pohybuje po vodorovné přímce s konstantním zpomalením  $a_A$ . Bod  $B$  je přitom veden po kružnici. Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vypočítejte pohyb bodu  $C$  a úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $v_{A0} = 0,5$  ms<sup>-1</sup>,  $a_A = 0,2$  ms<sup>-2</sup>, počáteční vzdálenost  $d$  bodů  $A$  a  $S$ :  $d = 1550$  mm,  $\overline{AB} = m = 1150$  mm,  $\overline{BC} = k = 500$  mm,  $\overline{AC} = l = 1500$  mm a  $r = 450$  mm vyčíslete polohu tělesa, polohu bodu  $C$  a úhlovou rychlost tělesa v čase  $t_1 = 0,6$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 1,29 \text{ m}, y_A = 0,00 \text{ m}, \varphi = 0,35 \text{ rad}, x_C = 0,072 \text{ m}, y_C = 0,88 \text{ m}, \omega = 0,15 \text{ s}^{-1}$$



28

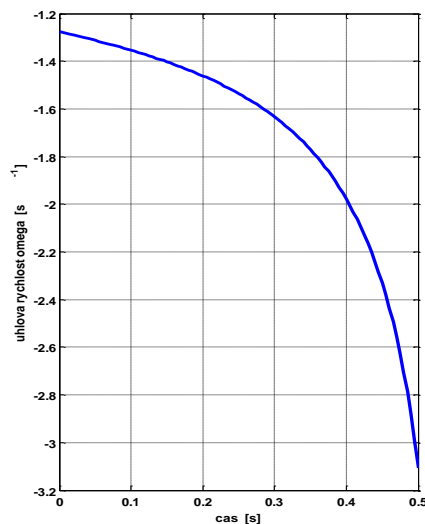
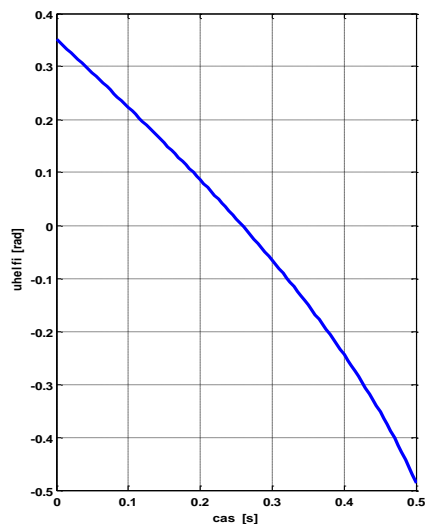
Str. 35, Příklad 3.11

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  tyče  $\overline{AB}$  se z počáteční polohy  $A_0$  pohybuje konstantní rychlostí  $v_A$ . Bod  $B$  se smýká po nakloněné rovině. Sestavte rovnice pohybu tyče. Vyřešte pohyb bodu  $D$ , který leží na tyči ve vzdálenosti  $h$  od bodu  $A$  a úhlovou rychlost tyče. Vypočtěte polohu tyče, polohu bodu  $D$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Dáno:  $\overline{AB} = l = 1700$  mm,  $\overline{AD} = h = 1400$  mm,  $d = 900$  mm,  $\beta = 40^\circ$ ,  $v_A = 2,6$  ms<sup>-1</sup>,  $t_1 = 0,5$  s.

Výsledky:

$x_A = 0,00$  m,  $y_A = 1,30$  m,  $\varphi = -0,49$  rad,  $x_D = 1,24$  m,  $y_D = 0,65$  m,  $\omega = -3,11$  s<sup>-1</sup>



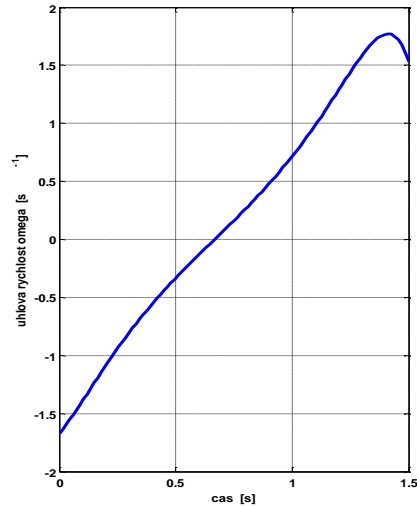
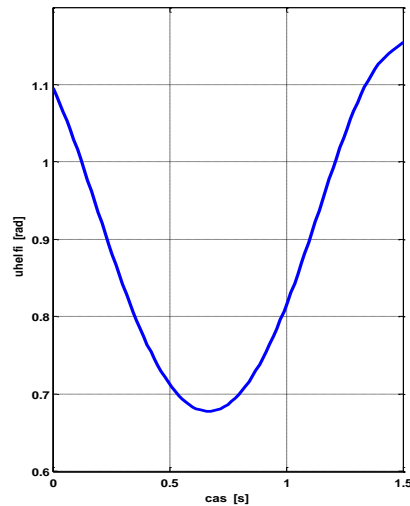
29

Str. 36, Příklad 3.13

Dodatek k zadání podle skript: Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vyřešte polohu tělesa a polohu bodu  $B$  v čase  $t_1 = 1,5$  s pohyb bodu  $B$  a úhlovou rychlost tělesa a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$\overline{AC}_{\min} = 0,23$  m,  $t_{vp} = 1,33$  s,  $x_A = 0,21$  m,  $y_A = -0,34$  m,  $\varphi = 1,16$  rad,  $x_B = 0,70$  m,  $y_B = 0,76$  m,  $\omega = 1,53$  s<sup>-1</sup>



30

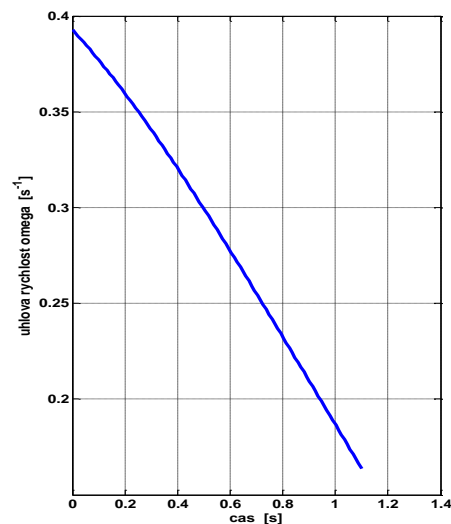
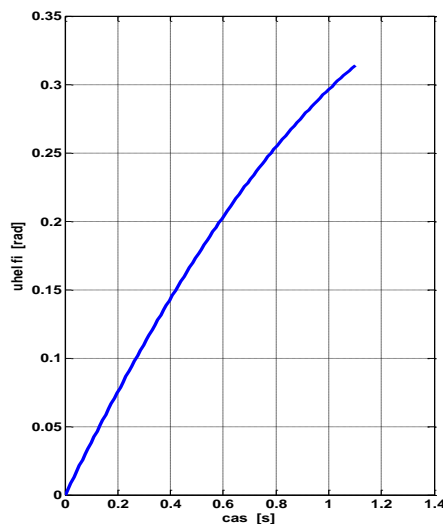
Str. 36, Příklad 3.14

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Zalomená tyč s koncovými body  $A$  a  $M$  se pohybuje z nakreslené počáteční polohy tak, že její bod  $A$  je veden s konstantním zpomalením  $a_A$  po svislé přímce. Počáteční rychlost bodu  $A$  je  $v_{A0}$ . Sestavte rovnice pohybu tyče. Vyřešte pohyb bodu  $M$  a úhlovou rychlost tyče. Vypočítejte polohu tyče, polohu bodu  $M$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Dáno:  $r = 450$  mm,  $b = 1400$  mm,  $m = 1850$  mm,  $p = 150$  mm,  $v_{A0} = 0,55$  ms<sup>-1</sup>,  $a_A = -0,3$  ms<sup>-2</sup>,  $t_1 = 1,1$  s.

Výsledky:

$x_A = 0,00$  m,  $y_A = 0,18$  m,  $\varphi = 0,31$  rad,  $x_M = 1,81$  m,  $y_M = 0,60$  m,  $\omega = 0,16$  s<sup>-1</sup>



31

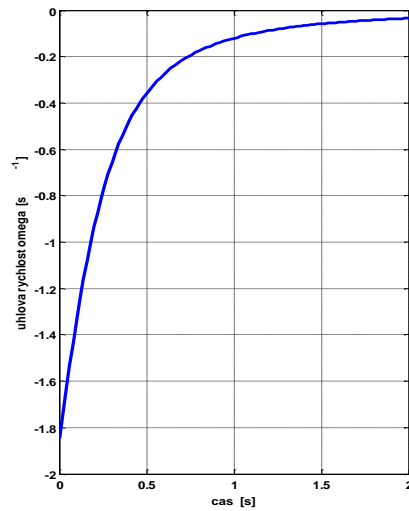
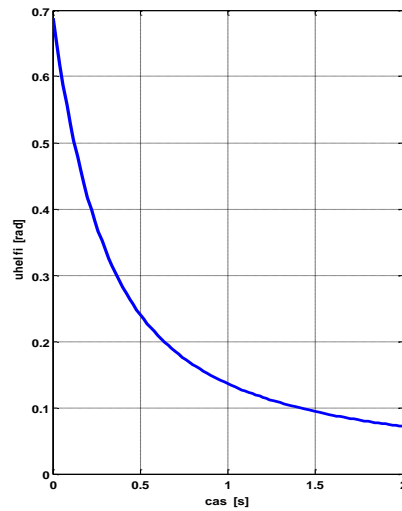
Str. 36, Příklad 3.15

Dodatek k zadání podle skript: Vypočítejte úhlovou rychlost kmenu. Pro zadané hodnoty  $v_A = 2,0$  ms<sup>-1</sup>,  $\overline{AB} = l = 5500$  mm,  $h = 300$  mm,  $r = 600$  mm a  $b = 150$  mm vyčíslete polohu kmenu, polohu bodu  $B$  a úhlovou rychlost kmenu v čase  $t_1 = 0,55$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti kmenu na čase od 0 do  $t_2 = 2,0$  s.

Výsledky:

$x_A = 1,25$  m,  $y_A = 0,90$  m,  $\varphi = 0,22$  rad,  $x_B = -4,11$  m,  $y_B = -0,32$  m,  $\omega = -0,31$  s<sup>-1</sup>





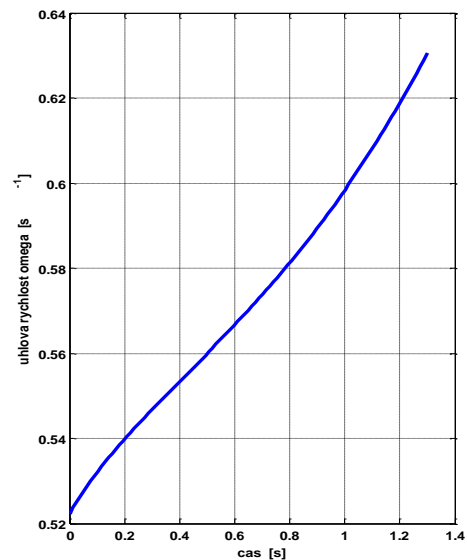
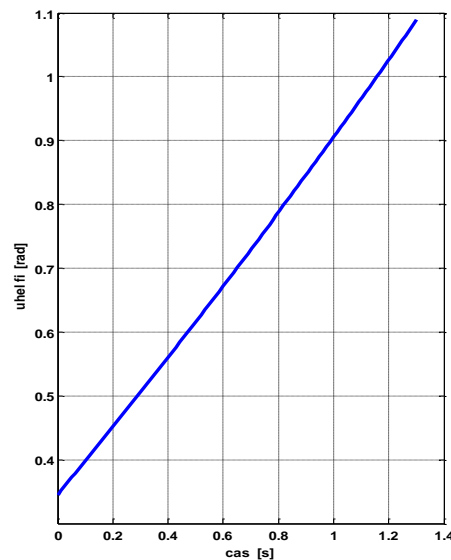
32

Str. 37, Příklad 3.16

Dodatek k zadání podle skript: Vypočtete úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $v_0 = 0,15 \text{ ms}^{-1}$ ,  $a = 0,25 \text{ ms}^{-2}$ ,  $\overline{AB} = l = 850 \text{ mm}$ ,  $\overline{AC} = d = 600 \text{ mm}$ ,  $\overline{CD} = h = 200 \text{ mm}$  a  $\overline{A_0O} = b = 800 \text{ mm}$  vyčíslete polohu tělesa, polohu bodu  $D$  a úhlovou rychlost tělesa v čase  $t_1 = 1,3 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 0,41 \text{ m}, y_A = 0,00 \text{ m}, \varphi = 1,09 \text{ rad}, x_D = 0,51 \text{ m}, y_D = 0,62 \text{ m}, \omega = 0,63 \text{ s}^{-1}$$



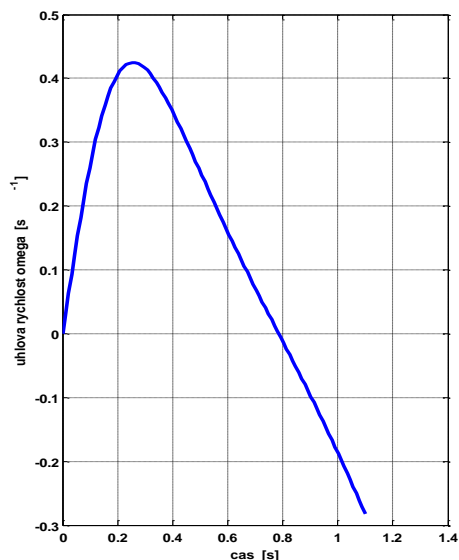
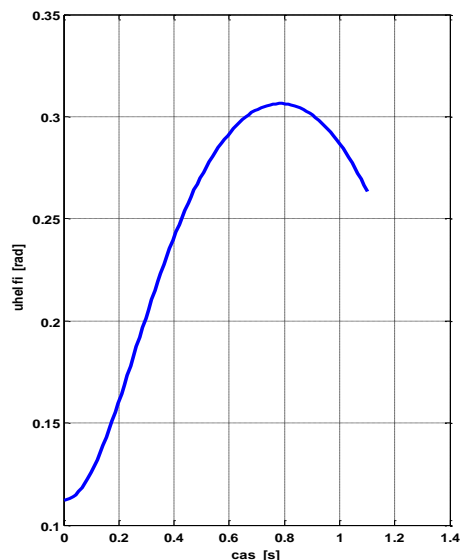
33

Str. 37, Příklad 3.17

Dodatek k zadání podle skript: Vypočtete úhlovou rychlost tyče. Uvažujte  $s = s_0 + s_0 \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0)$ . Pro zadané hodnoty  $b = 500 \text{ mm}$ ,  $d = 140 \text{ mm}$ ,  $\beta = \pi/6 \text{ rad}$ ,  $\overline{KL} = l = 1400 \text{ mm}$ ,  $s_0 = 280 \text{ mm}$ ,  $\Omega = 4 \text{ s}^{-1}$  a  $\varphi_0 = -\pi/2 \text{ rad}$  vyčíslete polohu tyče, polohu bodu  $L$ , složky rychlosti bodu  $L$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 1,1 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_K = -0,44 \text{ m}, y_K = 0,25 \text{ m}, \varphi = 0,26 \text{ rad}, x_L = 0,91 \text{ m}, y_L = -0,11 \text{ m}, \\ v_{Lx} = 1,03 \text{ ms}^{-1}, v_{Ly} = -0,15 \text{ ms}^{-1}, \omega = -0,28 \text{ s}^{-1}$$



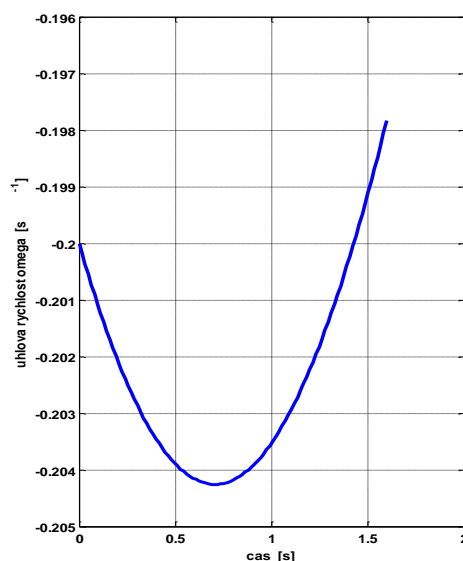
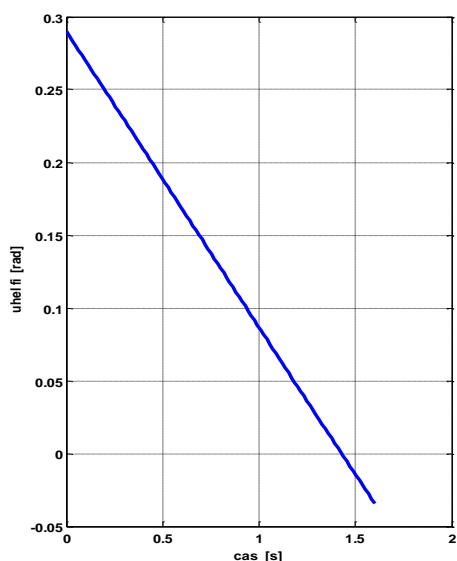
34

Str. 37, Příklad 3.18

Dodatek k zadání podle skript: Sestavte rovnice pohybu tyče a vypočítejte úhlovou rychlost tyče. Pro zadané hodnoty  $r = 400 \text{ mm}$ ,  $b = 1400 \text{ mm}$ ,  $\overline{MN} = l = 1800 \text{ mm}$  a  $c = 0,28 \text{ ms}^{-1}$  vyčíslete polohu tyče, polohu bodu  $N$ , složky rychlosti bodu  $N$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 1,6 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$x_M = 0,00 \text{ m}$ ,  $y_M = 0,45 \text{ m}$ ,  $\varphi = -0,034 \text{ rad}$ ,  $x_N = 1,80 \text{ m}$ ,  $y_N = 0,39 \text{ m}$ ,  
 $v_{Nx} = -0,012 \text{ ms}^{-1}$ ,  $v_{Ny} = -0,076 \text{ ms}^{-1}$ ,  $\omega = -0,20 \text{ s}^{-1}$



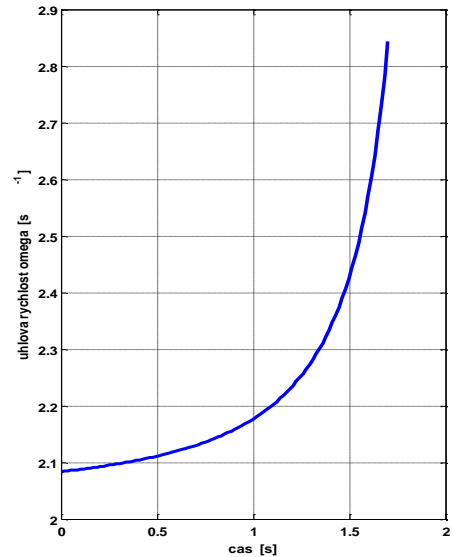
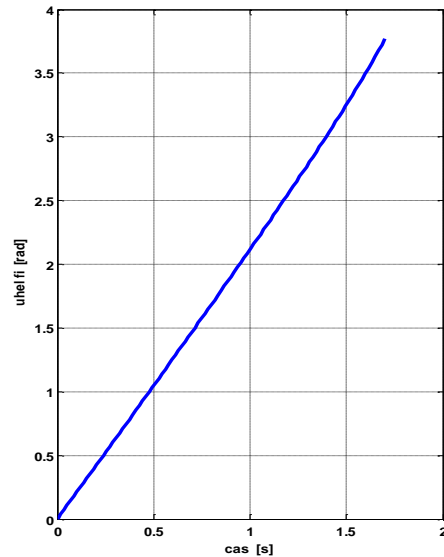
35

Str. 37, Příklad 3.19

Dodatek k zadání podle skript: Vyřešte úhlovou rychlost válce. Pro zadané hodnoty  $r = 250 \text{ mm}$ ,  $b = 1200 \text{ mm}$  a  $c = 0,51 \text{ ms}^{-1}$  vyčíslete polohu válce a velikost jeho úhlové rychlosti v čase  $t_1 = 1,7 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti válce na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$x_S = 0,94 \text{ m}$ ,  $y_S = 0,00 \text{ m}$ ,  $\varphi = 3,77 \text{ rad}$ ,  $\omega = 2,84 \text{ s}^{-1}$



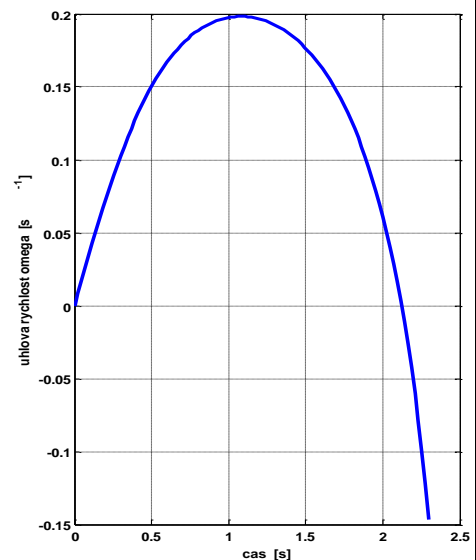
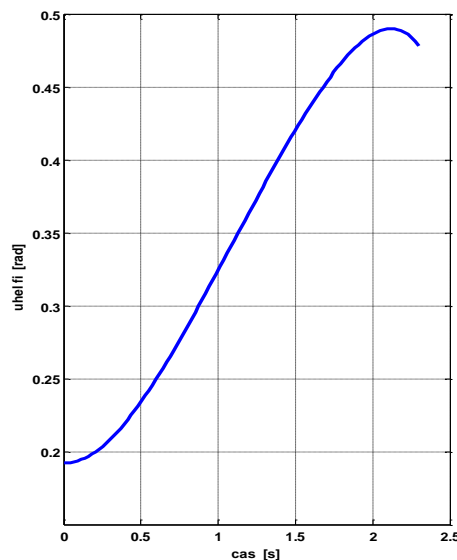
36

Str. 38, Příklad 3.21

Dodatek k zadání podle skript: Vyřešte úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $a_A = 0,2 \text{ ms}^{-2}$ ,  $d = 1200 \text{ mm}$ ,  $r = 400 \text{ mm}$ ,  $\overline{AB} = l = 850 \text{ mm}$  a  $\overline{BC} = h = 300 \text{ mm}$  vyčíslete polohu tělesa, polohu bodu  $T$  a úhlovou rychlost tělesa v čase  $t_1 = 2,3 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 0,53 \text{ m}, y_A = 0,00 \text{ m}, \varphi = 0,48 \text{ rad}, x_T = 0,84 \text{ m}, y_T = 0,33 \text{ m}, \omega = -0,15 \text{ s}^{-1}$$



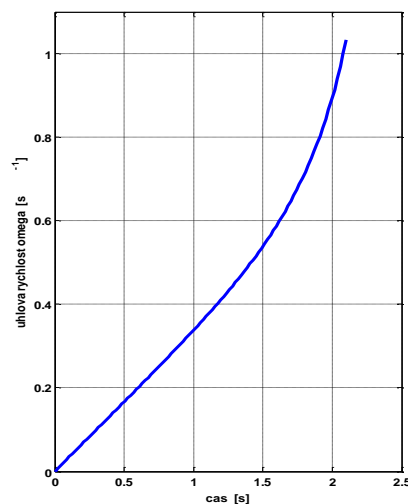
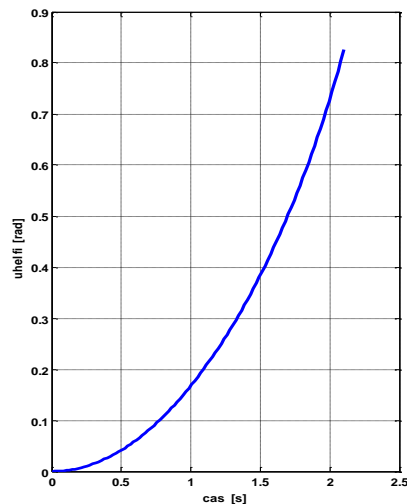
37

Str. 38, Příklad 3.23

Dodatek k zadání podle skript: Vyřešte úhlovou rychlost půlválce. Pro zadané hodnoty  $a_A = 0,2 \text{ ms}^{-2}$ ,  $r = 600 \text{ mm}$  a  $m = 250 \text{ mm}$ , vyčíslete polohu půlválce, polohu bodu  $M$  a úhlovou rychlost půlválce v čase  $t_1 = 2,1 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti půlválce na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 0,00 \text{ m}, y_A = 0,16 \text{ m}, \varphi = 0,83 \text{ rad}, x_M = 0,58 \text{ m}, y_M = 0,78 \text{ m}, \omega = 1,03 \text{ s}^{-1}$$



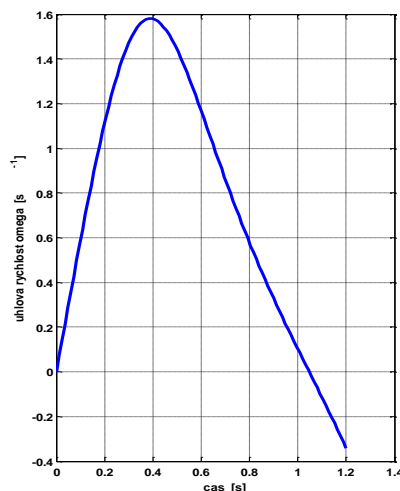
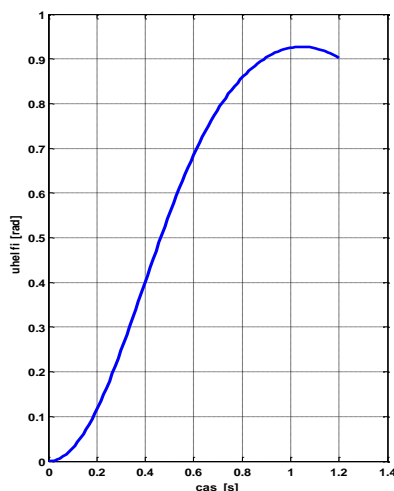
38

Str. 38, Příklad 3.25

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod A tělesa tvořeného dvěma úsečkami se pohybuje v drážce  $b$  harmonickým pohybem  $s = s_0 + s_0 \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0)$ . Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vyřešte pohyb bodu  $L$  a úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $d = 300$  mm,  $s_0 = 200$  mm,  $\Omega = 3$  s<sup>-1</sup>,  $\varphi_0 = -\pi/2$  rad,  $\overline{AJ} = m = 150$  mm a  $\overline{JL} = n = 100$  mm vyčíslte polohu tyče, polohu bodu  $L$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 1,2$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$x_A = 0,00$  m,  $y_A = 0,38$  m,  $\varphi = 0,90$  rad,  $x_L = 0,015$  m,  $y_L = 0,56$  m,  $\omega = -0,34$  s<sup>-1</sup>



39

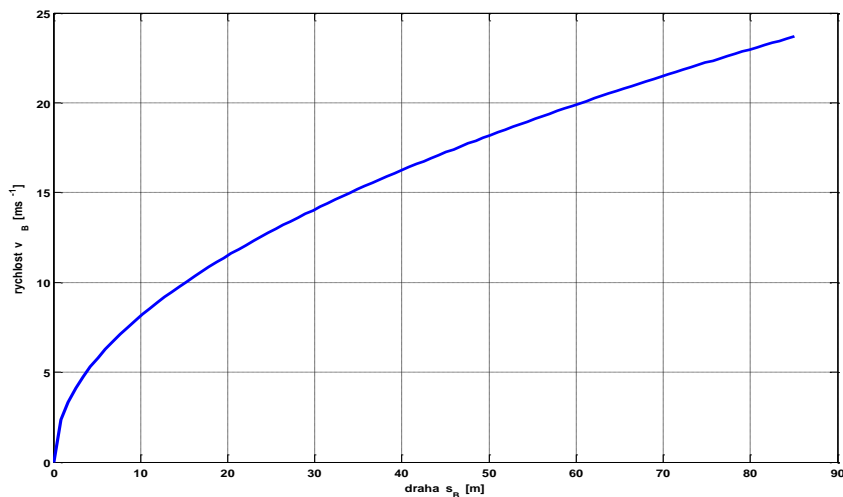
Str. 12, Příklad 1.18

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod A se pohybuje z počáteční klidové polohy  $A_0$  po přímce  $p$  s konstantním zrychlením  $a_A$ . Ve stejném okamžiku jako bod A vyrazí z bodu  $B_0$  po přímé dráze bod B rovnoměrně zrychleným pohybem. Pod jakým úhlem  $\varphi$  se musí pohybovat, aby se s bodem A setkal? Vyjádřete závislost  $v_B = v_B(s_B)$ , nakreslete její graf a vypočtete z ní rychlost bodu B v místě, kde urazil vzdálenost  $s_B = 33$  m.

Dáno:  $h = 45$  m,  $v_{A0} = 0$  ms<sup>-1</sup>,  $a_A = 2,8$  ms<sup>-2</sup>,  $v_{B0} = 0$  ms<sup>-1</sup>,  $a = 3,3$  ms<sup>-2</sup>.

Výsledky:

$\varphi = 58,0$  stupňů,  $v_B = \sqrt{2as_B}$ ,  $v_{B33} = 14,8$  ms<sup>-1</sup>



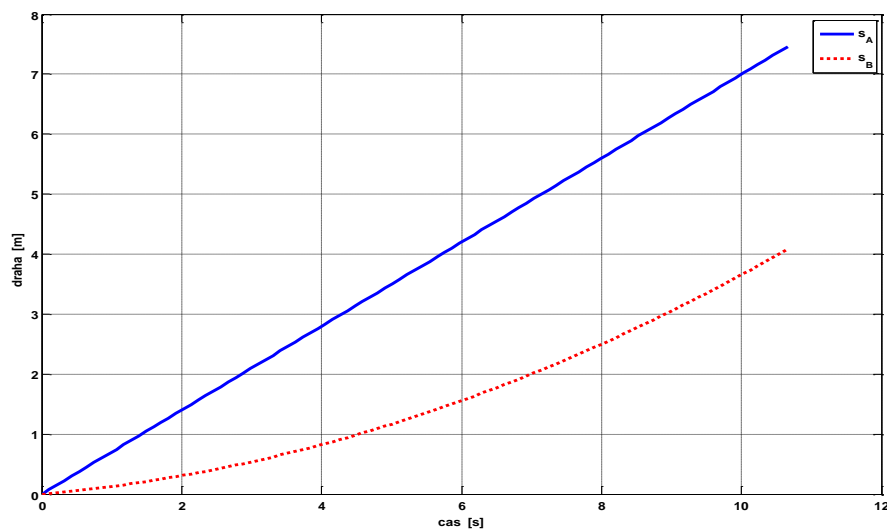
40

Str. 12, Příklad 1.19

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Po kružnicích o poloměrech  $r_1$  a  $r_2$  se pohybují body  $A$  a  $B$  z výchozích poloh  $A_0$  a  $B_0$ . Bod  $A$  se pohybuje rovnoměrně ( $v_A = \text{const.}$ ), bod  $B$  má počáteční rychlost  $v_{B0}$  a pohybuje se s konstantním tečným zrychlením  $a_{Bt}$ . Jak veliké musí být zrychlení  $a_{Bt}$ , aby se oba body setkaly v místě  $C$ , při druhém průchodu bodu  $A$  tímto místem. Vypočítejte také čas  $t_s$ , za který se oba body setkají a výsledná zrychlení obou bodů v okamžiku setkání. Výsledky vyčíslete pro hodnoty  $r_1 = 0,95$  m,  $r_2 = 1,3$  m,  $v_A = 0,7$  ms<sup>-1</sup> a  $v_{B0} = 0,1$  ms<sup>-1</sup> a nakreslete grafy drah  $s_A$  a  $s_B$  v závislosti na čase.

Výsledky:

$$a_{Bt} = 0,053 \text{ ms}^{-2}, T = 10,7 \text{ s}, a_A = 0,52 \text{ ms}^{-2}, a_B = 0,35 \text{ ms}^{-2}$$



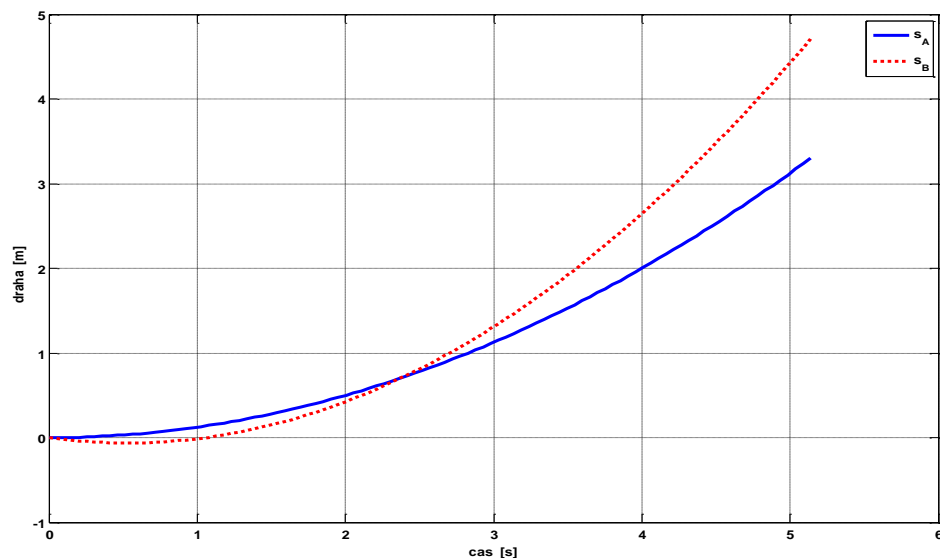
41

Str. 12, Příklad 1.20

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  se pohybuje z klidové polohy  $A_0$  po přímce  $p$  rovnoměrně zrychleným pohybem. Ve stejném okamžiku se začne z polohy  $B_0$  pohybovat bod  $B$  po kružnici  $k$ . V počáteční poloze má bod  $B$  rychlost  $v_{B0}$  a pohybuje se s konstantním tečným zrychlením  $a_{Bt}$ . Jaké musí být hodnoty  $v_{B0}$  a  $a_{Bt}$ , mají-li se body  $A$  a  $B$  postupně setkat v průsečících  $H$  a  $K$ ? Výsledky vyčíslete pro hodnoty  $r = 1,0$  m,  $l = 1,3$  m,  $v_{A0} = 0$  ms<sup>-1</sup> a  $a_A = 0,25$  ms<sup>-2</sup> a nakreslete grafy drah  $s_A$  a  $s_B$  v závislosti na čase.

Výsledky:

$$v_{B0} = -0,24 \text{ ms}^{-1}, a_{Bt} = 0,45 \text{ ms}^{-2}$$



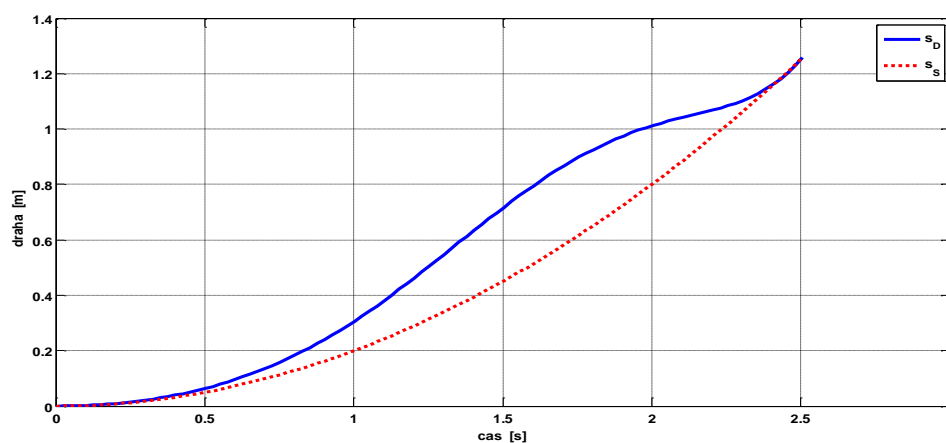
42

Str. 13, Příklad 1.22

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Z počáteční klidové polohy nakreslené v obrázku se válec odvaluje rovnoměrně zrychleným pohybem vlevo. V bodě  $A$  je k němu kloubem připojena tyč  $\overline{AD}$ . Sestavte rovnice pohybu tyče. Vyřešte pohyb bodu  $D$  a úhlovou rychlost tyče. Dále vypočtete dráhu středu  $S$  válce a čas  $t_1$ , za který se válec otočí o úhel  $2\pi$  rad. Dráhy obou bodů vyčíslete v čase  $t_1$  pro hodnoty  $v_{S0} = 0 \text{ ms}^{-1}$ ,  $a = 0,4 \text{ ms}^{-2}$ ,  $r = 200 \text{ mm}$ ,  $e = 140 \text{ mm}$ ,  $\overline{AD} = l = 800 \text{ mm}$  a nakreslete grafy dráhy obou bodů v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$t_1 = 2,51 \text{ s}, s_S = 1,26 \text{ m}, s_D = 1,26 \text{ m}$$



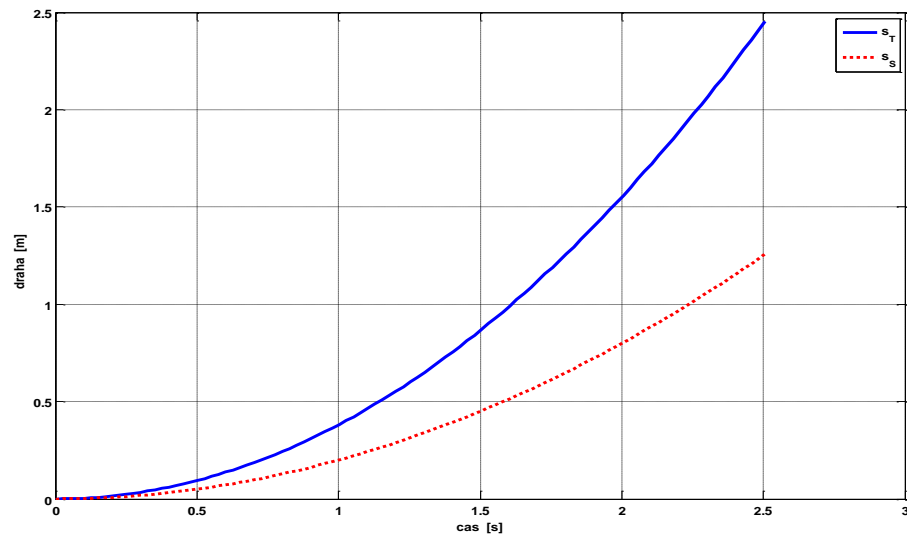
43

Str. 13, Příklad 1.23

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Struna připojená k tělísku  $T$  je provlečena úzkou štěrbinou a druhým koncem připevněna na obvodu válce o poloměr  $r$ . Válec se z počáteční klidové polohy nakreslené v obrázku odvaluje rovnoměrně zrychleným pohybem vpravo. Sestavte rovnice pohybu válce. Vyřešte pohyb tělísku  $T$  a úhlovou rychlost a úhlové zrychlení válce. Dále vypočtete dráhu středu  $S$  válce a čas  $t_1$ , za který se válec otočí o úhel  $2\pi$  rad. Dráhy bodu  $S$  a tělísku  $T$  a úhlovou rychlost a úhlové zrychlení válce vyčíslete v čase  $t_1$  pro hodnoty  $l = 0,8 \text{ m}$ ,  $r = 0,2 \text{ m}$ ,  $v_{S0} = 0 \text{ ms}^{-1}$  a  $a = 0,4 \text{ ms}^{-2}$  a nakreslete grafy dráhy bodu a tělísku v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$t_1 = 2,51 \text{ s}, s_S = 1,26 \text{ m}, s_T = 2,45 \text{ m}, \omega_v = 5,01 \text{ s}^{-1}, \alpha_v = 2,00 \text{ s}^{-2}$$



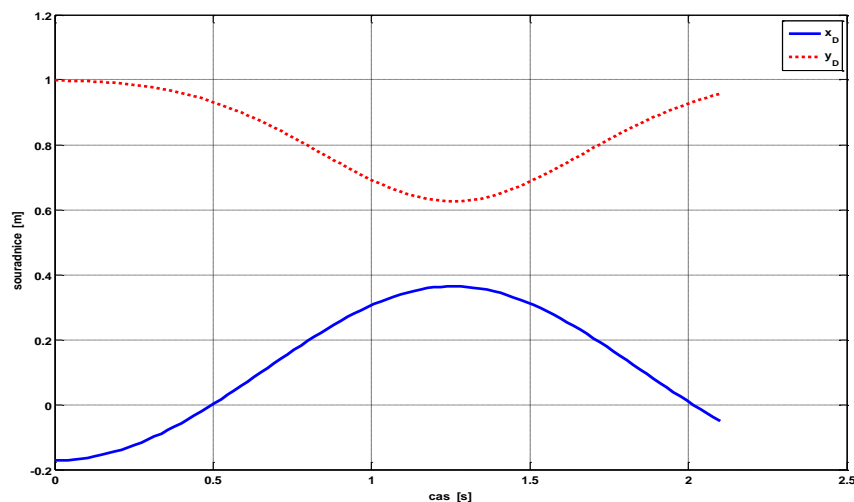
44

Str. 14, Příklad 1.27

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  tělesa se pohybuje harmonickým pohybem  $s = s_0 + s_0 \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0)$  po přímce  $x$ . Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vyřešte pohyb bodu  $D$  a úhlovou rychlost tělesa. Rovnice pohybu tělesa, souřadnice  $x_D$  a  $y_D$  bodu  $D$  a úhlovou rychlost tělesa vyčíslete pro hodnoty  $\overline{AB} = l = 1500$  mm,  $\overline{AC} = d = 950$  mm,  $\overline{CD} = h = 350$  mm,  $\beta = \pi/3$  rad,  $s_0 = 580$  mm,  $\Omega = 2,5$  s<sup>-1</sup>,  $\varphi_0 = -\pi/2$  rad v čase  $t_1 = 2,1$  s a nakreslete grafy souřadnic  $x_D$  a  $y_D$  v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 0,28 \text{ m}, \quad y_A = 0,00 \text{ m}, \quad \varphi = 0,88 \text{ rad}, \quad x_D = -0,050 \text{ m}, \\ y_D = 0,96 \text{ m}, \quad \omega = 0,73 \text{ s}^{-1}$$



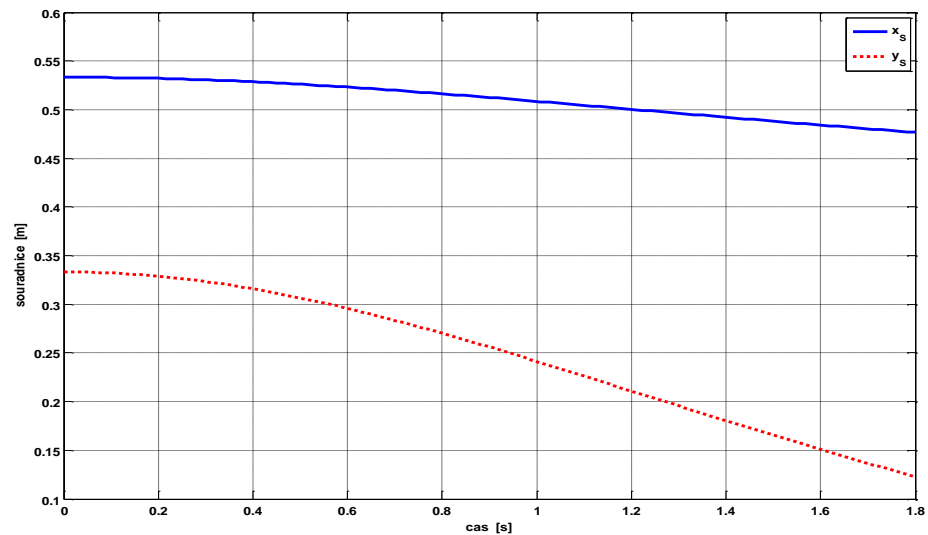
45

Str. 15, Příklad 1.30

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Po přímce  $p$  v rovině  $yz$  se z počáteční klidové polohy  $Z_0$  pohybuje konstantním zrychlením  $a$  bodový světelný zdroj. Vyjádřete, jak se pohybuje stín, který vrhá bod  $A$  na rovinu  $xy$ . Souřadnice stínu  $x_S$  a  $y_S$  vypočítejte v zadaném nepohyblivém pravoúhlém souřadnicovém systému, vyčíslete je pro hodnoty  $h = 600$  mm,  $\gamma = 20^\circ$ ,  $a = 0,6$  ms<sup>-2</sup>,  $x_A = 400$  mm,  $y_A = 250$  mm,  $z_A = 150$  mm v čase  $t_1 = 1,8$  s a nakreslete grafy souřadnic stínu v závislosti na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_S = 0,48 \text{ m}, \quad y_S = 0,12 \text{ m}$$



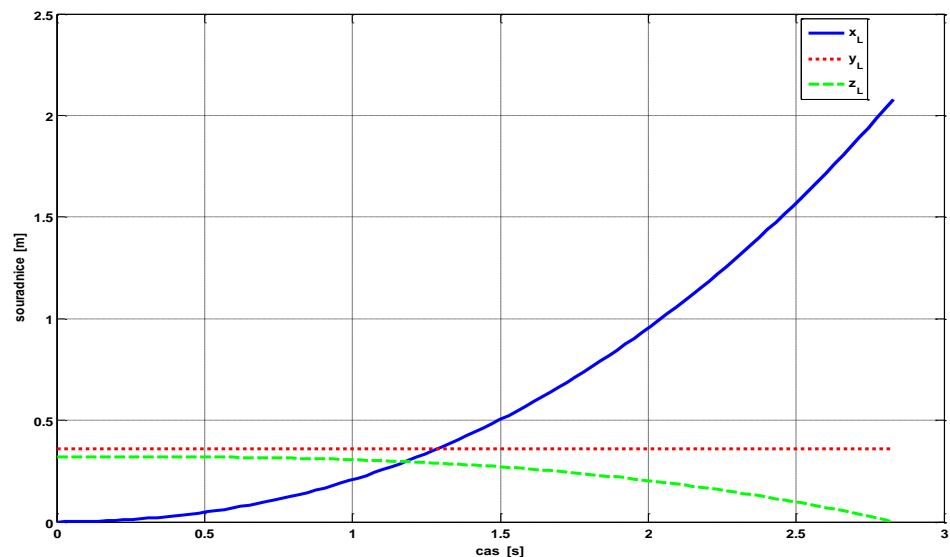
46

Str. 15, Příklad 1.31

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Úsečka  $\overline{DE}$  je vedena koncovými body po přímkách  $d$  a  $e$ . Pohyb začíná v klidové poloze nakreslené na obrázku. Bod  $D$  se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením  $a$ . Vyjádřete, jak se pohybuje bod  $L$  a vypočtete jeho polohu v čase  $t_1$ . Souřadnice  $x_L$ ,  $y_L$  a  $z_L$  bodu  $L$  vypočtete v zadaném nepohyblivém pravouhlém souřadnicovém systému, vyčíslete je pro hodnoty  $\overline{OD}_0 = h = 600$  mm,  $\overline{OE}_0 = p = 800$  mm,  $\overline{OF} = q = 1600$  mm,  $\overline{EL} = l = 600$  mm,  $v_{D0} = 0$  ms<sup>-1</sup> a  $a = 0,6$  ms<sup>-2</sup> v čase  $t_1 = 1,8$  s a nakreslete grafy souřadnic bodu  $L$  v závislosti na čase od 0 do času, ve kterém bude bod  $E$  totožný s bodem  $F$ .

Výsledky:

$x_L = 0,75$  m ,  $y_L = 0,36$  m ,  $z_L = 0,23$  m



47

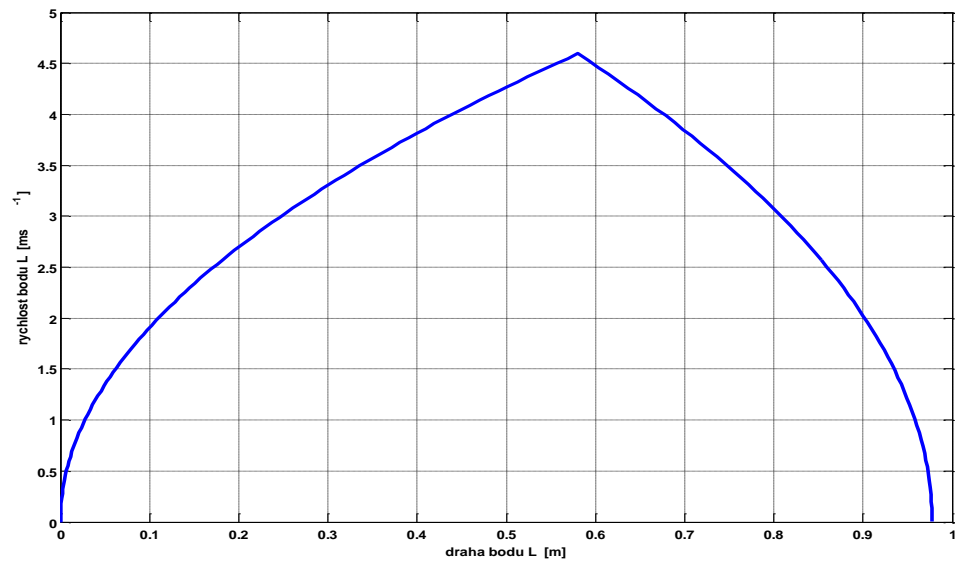
Str. 24, Příklad 2.14

Ze skript použijte pouze obrázek 2.14a !!! Rameno délky  $\overline{OL} = R = 1,4$  m se má co nejrychleji otočit o úhel  $\varphi_c = 40$  stupňů z jedné klidové polohy do druhé klidové polohy. Rameno se rozbíhá konstantním úhlovým zrychlením  $\alpha_1 = 13$  s<sup>-2</sup> a zastavuje se konstantním úhlovým zpžděním  $\alpha_2 = -19$  s<sup>-2</sup>. Bod  $L$  se může pohybovat maximální rychlostí  $v_{\max} = 5$  ms<sup>-1</sup>. Vypočtete dobu  $t_c$  pohybu ramene a maximální rychlost  $v_{L\max}$  bodu  $L$ . Dále odvoďte závislost rychlosti bodu  $L$  na proběhnuté dráze a nakreslete její graf.



Výsledky:

$t_c = 0,43 \text{ s}$  ,  $v_{L\max} = 4,60 \text{ ms}^{-1}$  , 1. úsek  $v_L = \sqrt{2\alpha_1 R s_L}$  , 2. úsek  $v_L = \sqrt{2\alpha_2 R (s_L - s_{1\max}) + v_{L\max}^2}$  , kde  $s_{1\max}$  je dráha bodu L v prvním úseku



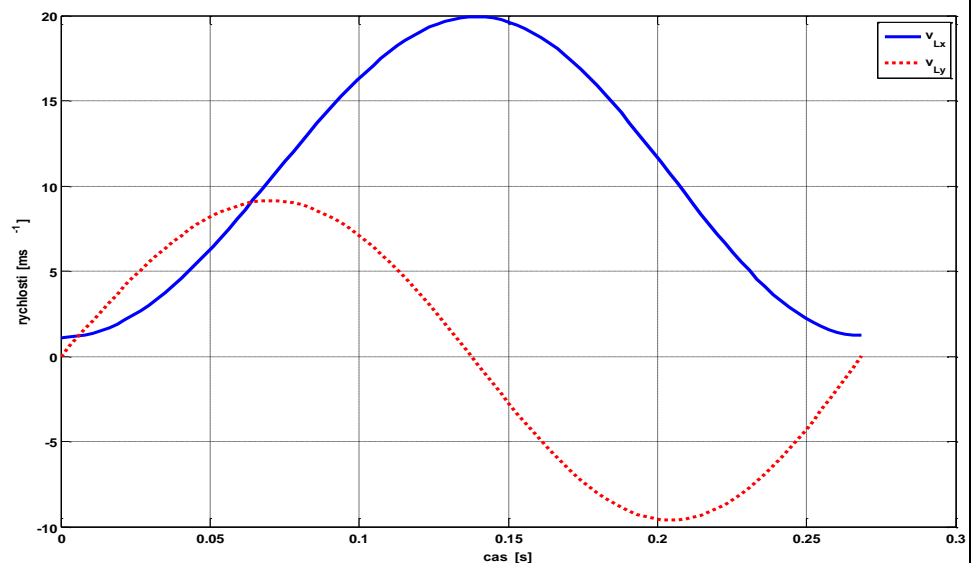
48

Str. 27, Příklad 2.18

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Lokomotiva zvyšuje svojí rychlost konstantním zrychlením  $a$  z počáteční rychlosti  $v_0$ . Její kola se odvalují po kolejnicích. V počáteční poloze (v čase  $t_0 = 0 \text{ s}$ ) byl bod L v nejnižší poloze. Sestavte rovnice pohybu lokomotivní spojnice  $s$ . Vyřešte pohyb, rychlost a zrychlení bodu L a úhlovou rychlost kol. Řešení proveďte v nepohyblivém pravouhlém souřadnicovém systému s počátkem v bodě  $L_0$ . Pro zadané hodnoty  $r = 450 \text{ mm}$  ,  $e = 400 \text{ mm}$  ,  $v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$  a  $a = 4 \text{ ms}^{-2}$  vyčíslete souřadnice, rychlost a zrychlení bodu L a úhlovou rychlost kol v čase  $t_1 = 3,2 \text{ s}$  a nakreslete graf závislosti složek rychlosti bodu L na čase během jednoho otočení kola o 360 stupňů.

Výsledky:

$x_L = 52,6 \text{ m}$  ,  $y_L = 0,77 \text{ m}$  ,  $v_L = 42,3 \text{ ms}^{-1}$  ,  $a_L = 1025 \text{ ms}^{-2}$  ,  $\omega = 50,7 \text{ s}^{-1}$



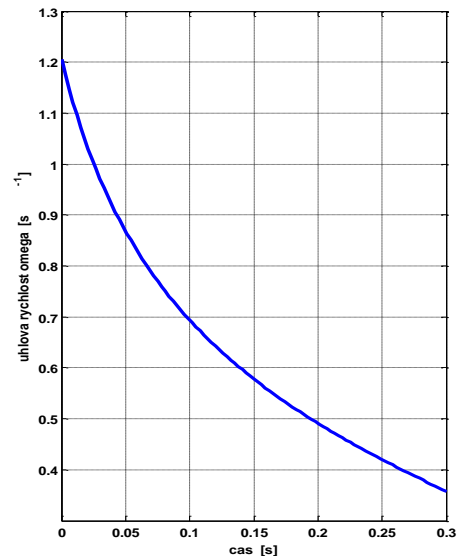
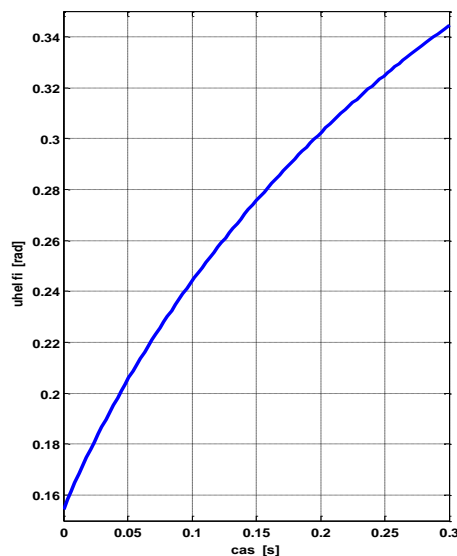
49

Str. 35, Příklad 3.10

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  tělesa ve tvaru trojúhelníku se z nakreslené počáteční polohy pohybuje konstantní rychlostí  $v_A$  po vodorovné přímce směrem k bodu  $S$ . Bod  $B$  je přitom veden po kružnici. Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vypočtěte pohyb bodu  $C$  a úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $v_A = 0,8 \text{ ms}^{-1}$ , počáteční vzdálenost  $d$  bodů  $A$  a  $S$ :  $d = 1550 \text{ mm}$ ,  $\overline{AB} = m = 1150 \text{ mm}$ ,  $\overline{BC} = k = 500 \text{ mm}$ ,  $\overline{AC} = l = 1500 \text{ mm}$  a  $r = 450 \text{ mm}$  vyčíslete polohu tělesa, polohu bodu  $C$  a úhlovou rychlost tělesa v čase  $t_1 = 0,3 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 1,31 \text{ m}, y_A = 0,00 \text{ m}, \varphi = 0,34 \text{ rad}, x_C = 0,087 \text{ m}, \\ y_C = 0,87 \text{ m}, \omega = 0,36 \text{ s}^{-1}$$



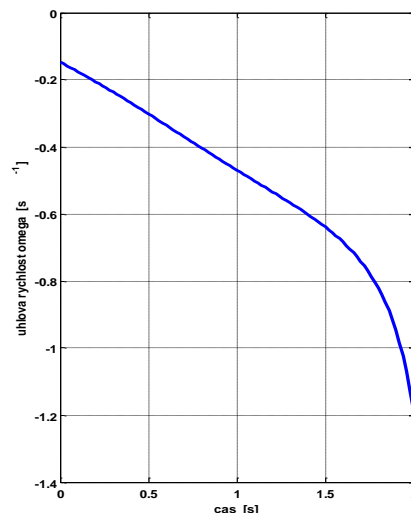
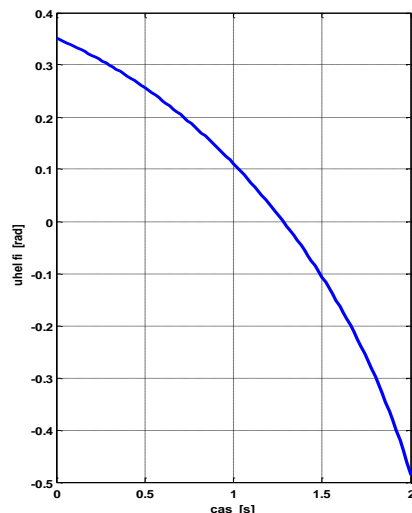
50

Str. 35, Příklad 3.11

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  tyče  $\overline{AB}$  se z počáteční polohy  $A_0$ , ve které měl počáteční rychlost  $v_{A0}$ , pohybuje konstantním zrychlením  $a_A$ . Bod  $B$  se smýká po nakloněné rovině. Sestavte rovnice pohybu tyče. Vyřešte pohyb bodu  $D$ , který leží na tyči ve vzdálenosti  $h$  od bodu  $A$  a úhlovou rychlost tyče. Pro zadané hodnoty:  $\overline{AB} = l = 1700 \text{ mm}$ ,  $\overline{AD} = h = 1400 \text{ mm}$ ,  $d = 900 \text{ mm}$ ,  $\beta = 40^\circ$ ,  $v_{A0} = 0,3 \text{ ms}^{-1}$  a  $a_A = 0,35 \text{ ms}^{-2}$  vyčíslete polohu tyče, polohu bodu  $D$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 2,0 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 0,00 \text{ m}, y_A = 1,30 \text{ m}, \varphi = -0,49 \text{ rad}, x_D = 1,24 \text{ m}, y_D = 0,65 \text{ m}, \\ \omega = -1,19 \text{ s}^{-1}$$



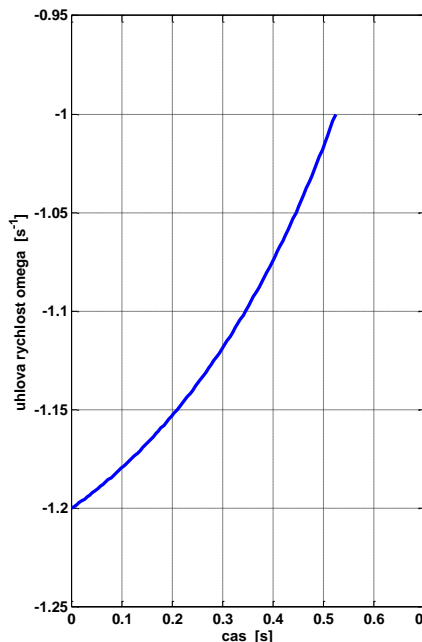
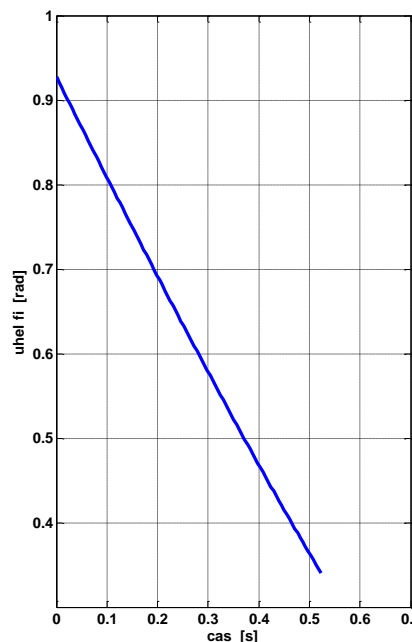
51

Str. 36, Příklad 3.13

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Těleso  $\overline{AB}$  se pohybuje z nakreslené počáteční polohy tak, že jeho bod  $A$  je veden konstantní rychlostí  $v_A$  po kružnici směrem k bodu  $C$ . Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vyřešte pohyb bodu  $B$  a úhlovou rychlost tělesa. Pro zadanou rychlost  $v_A = 1,2 \text{ ms}^{-1}$  vyčíslete polohu tělesa, polohu bodu  $B$  a úhlovou rychlost tělesa v čase, kdy bod  $A$  urazí polovinu své dráhy směrem k bodu  $C$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do času, kdy bod  $A$  bude totožný s bodem  $C$ .

Výsledky:

$$x_A = -0,28 \text{ m}, y_A = -0,28 \text{ m}, \varphi = 0,62 \text{ rad}, x_B = 0,69 \text{ m}, y_B = 0,42 \text{ m}, \omega = -1,13 \text{ s}^{-1}$$



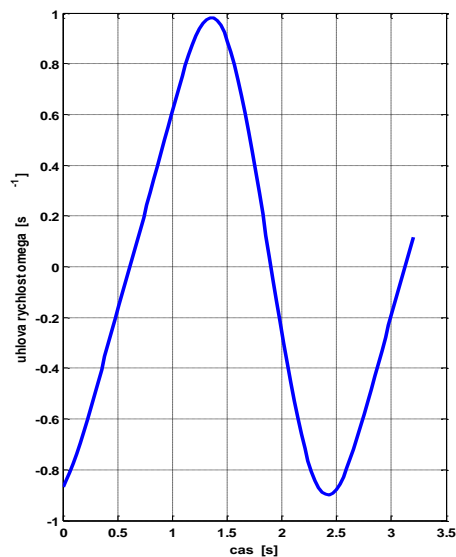
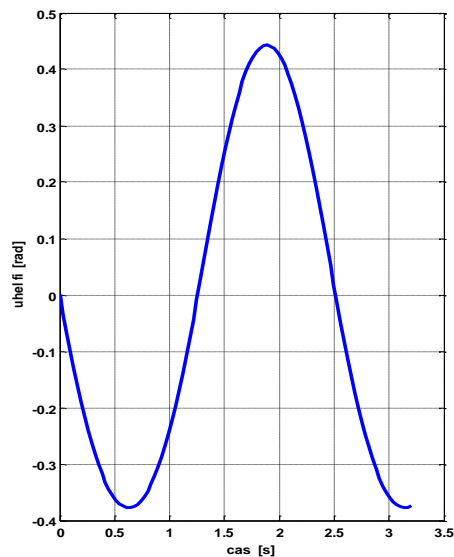
52

Str. 36, Příklad 3.14

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  se pohybuje harmonickým pohybem se středem v nakreslené počáteční poloze. V pravoúhlém souřadnicovém systému s počátkem v bodě  $B$  je jeho souřadnice  $y_A$  popsána vztahem  $y_A = r + p + s_0 \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0)$ . Sestavte rovnice pohybu tyče. Vyřešte pohyb bodu  $M$  a úhlovou rychlost tyče. Pro zadané hodnoty:  $r = 450 \text{ mm}$ ,  $b = 1400 \text{ mm}$ ,  $m = 1850 \text{ mm}$ ,  $p = 150 \text{ mm}$ ,  $\Omega = 2,5 \text{ s}^{-1}$  a  $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$  vyčíslete polohu tyče, polohu bodu  $M$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 3,2 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$x_A = 0,00 \text{ m}$  ,  $y_A = 1,19 \text{ m}$  ,  $\varphi = -0,37 \text{ rad}$  ,  $x_M = 1,67 \text{ m}$  ,  $y_M = 0,38 \text{ m}$  ,  
 $\omega = 0,12 \text{ s}^{-1}$



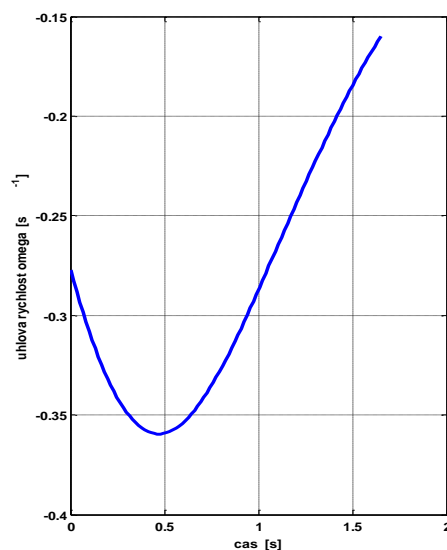
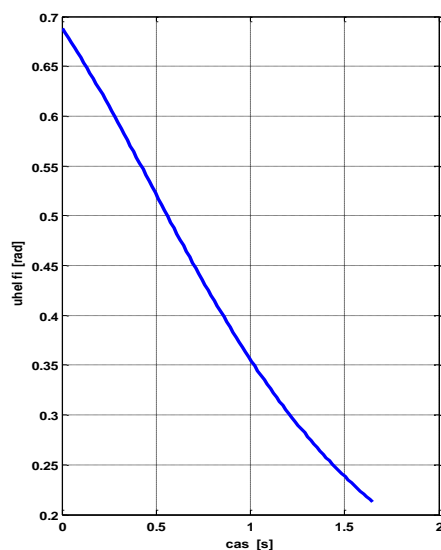
53

Str. 36, Příklad 3.15

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Traktor pohybující se rovnoměrně zrychleným pohybem s počáteční rychlostí  $v_{A0}$  a konstantním zrychlením  $a_A$  vytahuje kmen  $\overline{AB}$  z polohy  $\overline{A_0B_0}$  na vodorovnou plošinu. Sestavte rovnice pohybu kmenu, vypočtete trajektorii koncového bodu  $B$  a úhlovou rychlost kmenu. Pro zadané hodnoty  $v_{A0} = 0,3 \text{ ms}^{-1}$  ,  $a_A = 0,5 \text{ ms}^{-2}$  ,  $\overline{AB} = l = 5500 \text{ mm}$  ,  $h = 300 \text{ mm}$  ,  $r = 600 \text{ mm}$  a  $b = 150 \text{ mm}$  vyčíslete polohu kmenu, polohu bodu  $B$  a úhlovou rychlost kmenu v čase  $t_1 = 1,65 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti kmenu na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$x_A = 1,33 \text{ m}$  ,  $y_A = 0,90 \text{ m}$  ,  $\varphi = 0,21 \text{ rad}$  ,  $x_B = -4,05 \text{ m}$  ,  $y_B = -0,26 \text{ m}$  ,  
 $\omega = -0,16 \text{ s}^{-1}$

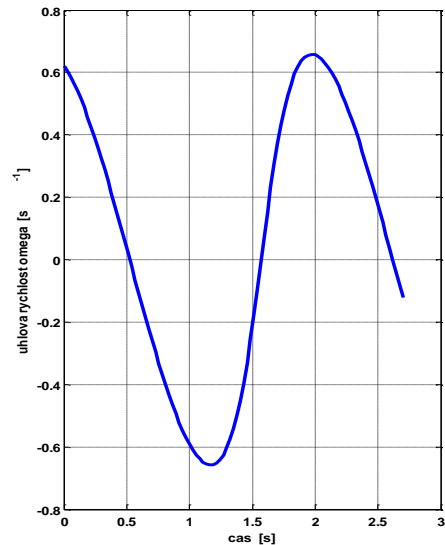
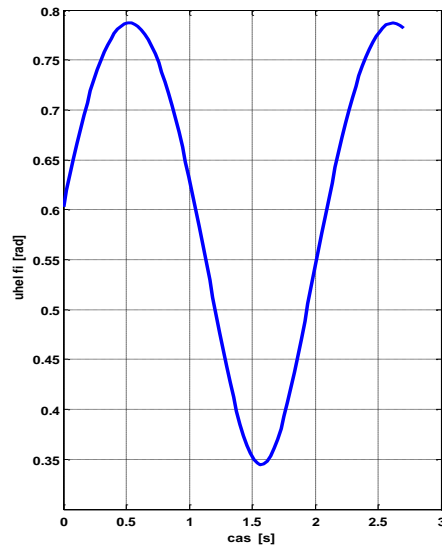


54

Str. 37, Příklad 3.16

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  se pohybuje harmonickým pohybem se středem v bodě  $A_0$ . V pravouhlém souřadnicovém systému s počátkem v bodě  $A_0$  je jeho souřadnice  $x_A$  popsána vztahem  $x_A = s_0 \cdot \sin(\Omega t + \varphi_0)$ . Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vyřešte pohyb bodu  $D$  a úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $\overline{AB} = l = 850$  mm,  $\overline{AC} = d = 600$  mm,  $\overline{CD} = h = 200$  mm,  $\overline{A_0O} = b = 700$  mm,  $s_0 = 100$  mm,  $\Omega = 3$  s<sup>-1</sup> a  $\varphi_0 = 0$  rad vyčíslete polohu tělesa, polohu bodu  $D$  a úhlovou rychlost tělesa v čase  $t_1 = 2,7$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

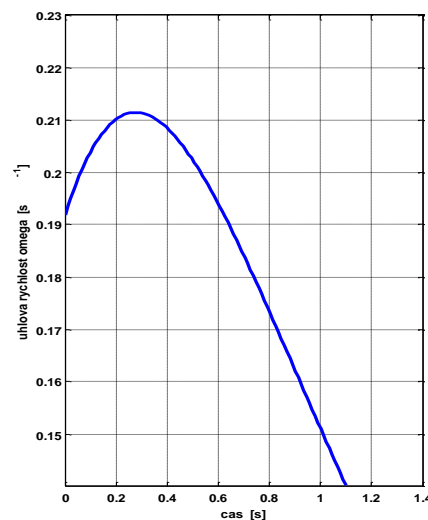
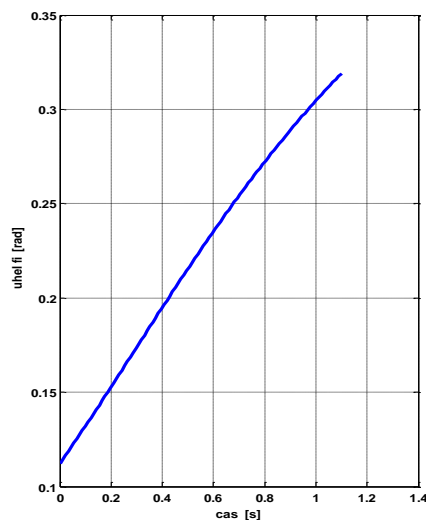
 $x_A = 0,097$  m ,  $y_A = 0,00$  m ,  $\varphi = 0,78$  rad ,  $x_D = 0,38$  m ,  $y_D = 0,56$  m ,  $\omega = -0,12$  s<sup>-1</sup>


55

Str. 37, Příklad 3.17

Dodatek k zadání podle skript: Vypočtete úhlovou rychlost tyče. Uvažujte  $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ . Pro zadané hodnoty  $b = 500$  mm,  $d = 140$  mm,  $\beta = \pi/6$  rad,  $\overline{KL} = l = 1400$  mm,  $v_0 = 0,3$  ms<sup>-1</sup> a  $a = 0,5$  ms<sup>-2</sup> vyčíslete polohu tyče, polohu bodu  $L$ , složky rychlosti bodu  $L$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 1,1$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

 $x_K = -0,67$  m ,  $y_K = 0,39$  m ,  $\varphi = 0,32$  rad ,  $x_L = 0,66$  m ,  $y_L = -0,053$  m ,  
 $v_{Lx} = -0,80$  ms<sup>-1</sup> ,  $v_{Ly} = 0,24$  ms<sup>-1</sup> ,  $\omega = 0,14$  s<sup>-1</sup>


56

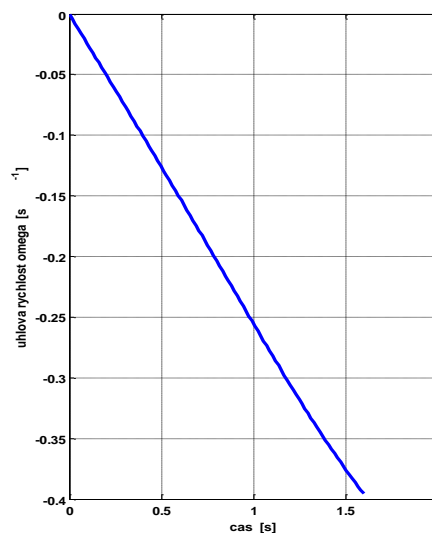
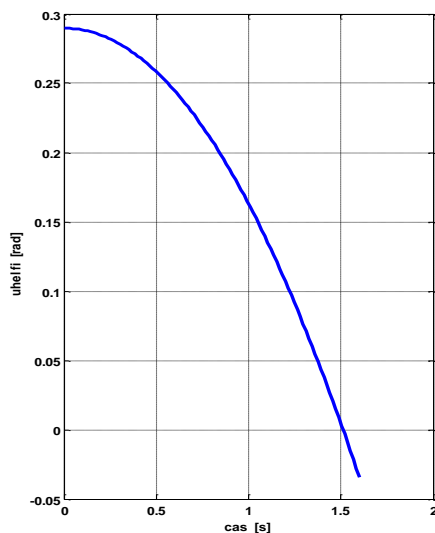
Str. 37, Příklad 3.18

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Tyč  $\overline{MN}$  se smýká po kružnici  $k$  a její bod  $M$  se z počáteční klidové polohy pohybuje konstantním zrychlením  $a$  po přímce  $p$ . Sestavte rovnice pohybu tyče. Vyřešte pohyb bodu  $N$  a úhlovou rychlost tyče.

Pro zadané hodnoty  $r = 400$  mm,  $b = 1400$  mm,  $\overline{MN} = l = 1800$  mm a  $a = 0,35$  ms<sup>-2</sup> vyčíslete polohu tyče, polohu bodu  $N$ , složky rychlosti bodu  $N$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 1,6$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

 $x_M = 0,00$  m,  $y_M = 0,45$  m,  $\varphi = -0,034$  rad,  $x_N = 1,80$  m,  $y_N = 0,39$  m,

 $v_{Nx} = -0,024$  ms<sup>-1</sup>,  $v_{Ny} = -0,15$  ms<sup>-1</sup>,  $\omega = -0,40$  s<sup>-1</sup>


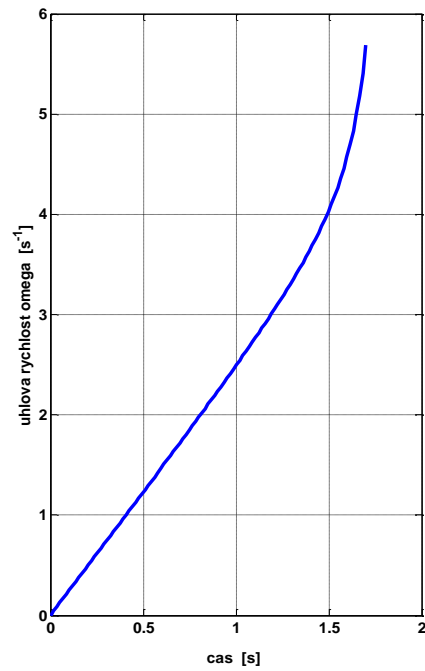
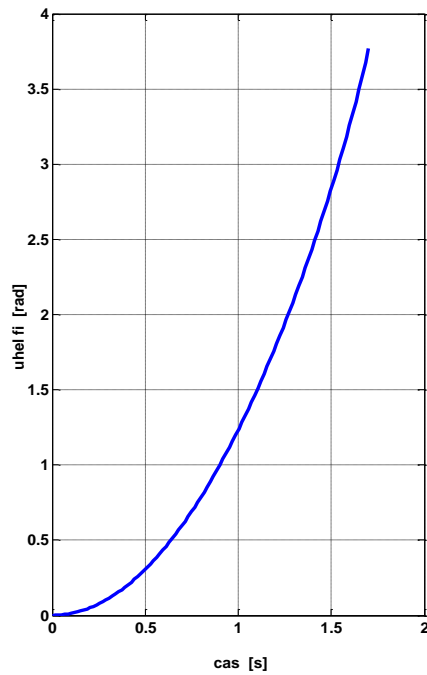
57

Str. 37, Příklad 3.19

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Z počáteční klidové polohy podle obrázku se pohybuje závaží  $Z$  konstantním zrychlením  $a$  dolů a lano uvádí do valivého pohybu válec. Sestavte rovnice pohybu válce a vyřešte jeho úhlovou rychlost. Pro zadané hodnoty  $r = 250$  mm,  $b = 1200$  mm a  $a = 0,6$  ms<sup>-2</sup> vyčíslete polohu válce a velikost jeho úhlové rychlosti v čase  $t_1 = 1,7$  s a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti válce na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

 $x_S = 0,94$  m,  $y_S = 0,00$  m,  $\varphi = 3,77$  rad,  $\omega = 5,69$  s<sup>-1</sup>



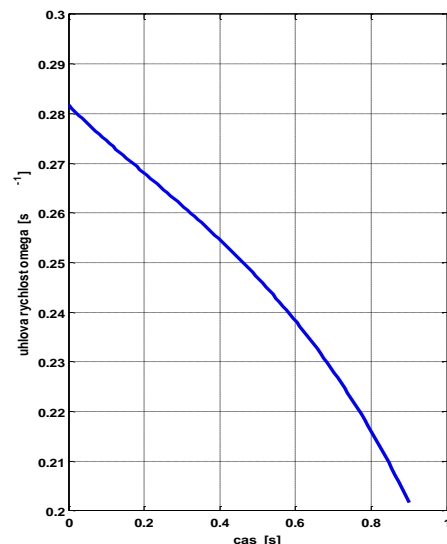
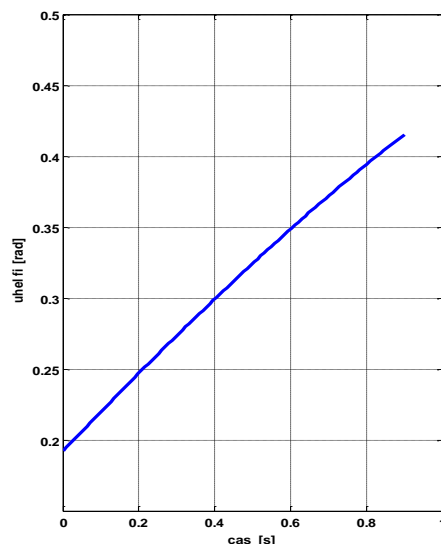
58

Str. 38, Příklad 3.21

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  tělesa ve tvaru obdélníku se z počáteční polohy  $A_0$ , ve které měl počáteční rychlost  $v_{A0}$  orientovanou směrem doprava, pohybuje po přímce  $p$  s konstantním zrychlením  $a_A$ . Bod  $B$  je přitom veden po kružnici  $k$ . Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vyřešte pohyb střediska obdélníku  $T$  a úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $v_{A0} = 0,15 \text{ ms}^{-1}$ ,  $a_A = 0,2 \text{ ms}^{-2}$ ,  $d = 1200 \text{ mm}$ ,  $r = 400 \text{ mm}$ ,  $\overline{AB} = l = 850 \text{ mm}$  a  $\overline{BC} = h = 300 \text{ mm}$  vyčíslete polohu tělesa, polohu bodu  $T$  a úhlovou rychlost tělesa v čase  $t_1 = 0,9 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tělesa na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$$x_A = 0,22 \text{ m}, y_A = 0,00 \text{ m}, \varphi = 0,42 \text{ rad}, x_T = 0,54 \text{ m}, y_T = 0,31 \text{ m}, \omega = 0,20 \text{ s}^{-1}$$



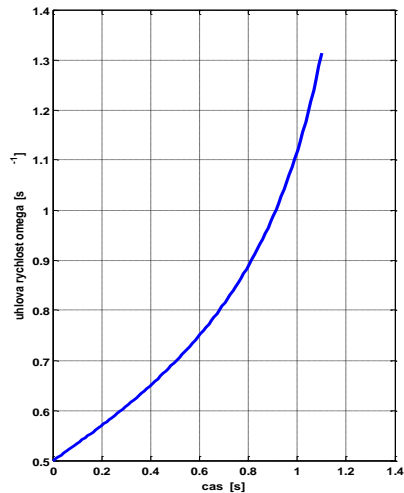
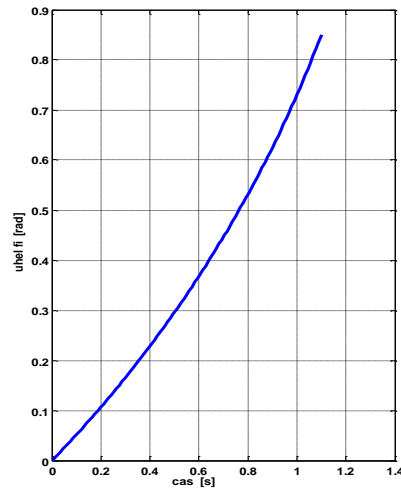
59

Str. 38, Příklad 3.23

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Společný kloub  $A$  půlválce a tyče se pohybuje z počáteční polohy  $A_0$ , ve které měl počáteční rychlost  $v_{A0}$  orientovanou směrem dolů, s konstantním zrychlením  $a_A$ . Sestavte rovnice pohybu půlválce. Vyřešte pohyb bodu  $M$  a úhlovou rychlost půlválce. Pro zadané hodnoty  $v_{A0} = 0,3 \text{ ms}^{-1}$ ,  $a_A = 0,2 \text{ ms}^{-2}$ ,  $r = 600 \text{ mm}$  a  $m = 250 \text{ mm}$ , vyčíslete polohu půlválce, polohu bodu  $M$  a úhlovou rychlost půlválce v čase  $t_1 = 1,1 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti půlválce na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$x_A = 0,00 \text{ m}$  ,  $y_A = 0,15 \text{ m}$  ,  $\varphi = 0,85 \text{ rad}$  ,  $x_M = 0,56 \text{ m}$  ,  $y_M = 0,79 \text{ m}$  ,  
 $\omega = 1,31 \text{ s}^{-1}$



60

Str. 38, Příklad 3.25

Ze skript použijte pouze obrázek!!! Bod  $A$  tělesa tvořeného dvěma úsečkami se pohybuje v drážce  $b$  rovnoměrně zrychleným pohybem vzhůru. Počáteční poloha spojnice bodů  $A$  a  $J$  byla vodorovná, počáteční rychlost bodu  $A$  byla  $v_{A0}$  a jeho konstantním zrychlení je  $a_A$ . Sestavte rovnice pohybu tělesa. Vyřešte pohyb bodu  $L$  a úhlovou rychlost tělesa. Pro zadané hodnoty  $v_{A0} = 1,5 \text{ ms}^{-1}$  ,  $a_A = 0,4 \text{ ms}^{-2}$  ,  $d = 400 \text{ mm}$  ,  $\overline{AJ} = m = 250 \text{ mm}$  a  $\overline{JL} = n = 150 \text{ mm}$  vyčístele polohu tyče, polohu bodu  $L$  a úhlovou rychlost tyče v čase  $t_1 = 0,7 \text{ s}$  a nakreslete grafy závislosti úhlu natočení a úhlové rychlosti tyče na čase od 0 do  $t_1$ .

Výsledky:

$x_A = 0,00 \text{ m}$  ,  $y_A = 1,15 \text{ m}$  ,  $\varphi = 1,24 \text{ rad}$  ,  $x_L = -0,059 \text{ m}$  ,  $y_L = 1,43 \text{ m}$  ,  
 $\omega = 0,48 \text{ s}^{-1}$

