4 Grafické metody ve statice a v kinematice

Dříve byla analýza a syntéza založena na grafických metodách (řešení prutových soustav Cremonovým diagramem, Eifelova věž, řešení rychlostí a zrychlení mechanismů, zjišťování středů křivosti trajektorií ...). Dnes se úlohy řeší numerickými metodami na počítačích, ale

- před spuštěním programu je třeba navrhnout vhodnou strukturu mechanismu,
- existují struktury se zvláštními rozměry, pro které standardní řešení neexistuje, počítačový program selhává a vysvětlit jeho problémy není jednoduché. Jde o chybu v zadání nebo singulární polohu a co ji způsobuje?

Proto dnes použijeme pro podrobnou kvantitativní numerickou analýzu a syntézu počítačové numerické metody, ale

- pro znalosti o kvalitativních vlastnostech mechanismů,
- pro kvalitativní odhad vlastností nějaké mechanické struktury,
- pro nalezení geometrické podstaty mechanických vlastností struktur, umožňující provedení úpravy konstrukce,
- pro získání znalostí o toku sil soustavou,

tedy pro vztah **vlastnosti** ↔ **struktura** jsou stále vhodné a užitečné grafické metody řešení.

"Program a čísla jsou slepá, obrázek je za 1000 slov."

(Grafické zobrazení numericky získaných výsledků (případně grafické řešení) je nenahraditelné.)

Proto se seznámíme se **základy grafických metod**. Vedle těchto existují i složitější úlohy, kdy je nutné používat parametrických metod, tj. část řešení volíme jako parametr a z podmínek řešení tento parametr určíme.

4.1 Grafické metody ve statice

Měřítko délek m_{d}

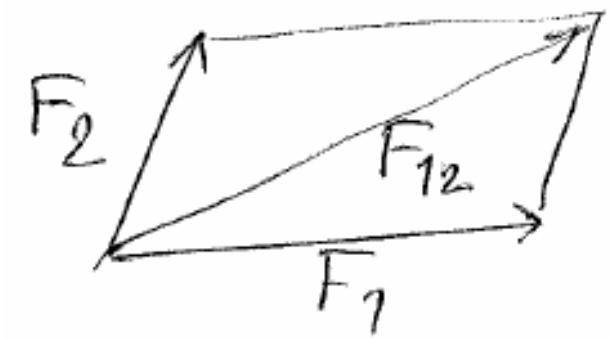
$$< d > [\mathrm{mm}] = m_{\mathrm{d}}[\mathrm{mm.m^{-1}}]\ d[\mathrm{m}]$$

Měřítko sil m_{F}

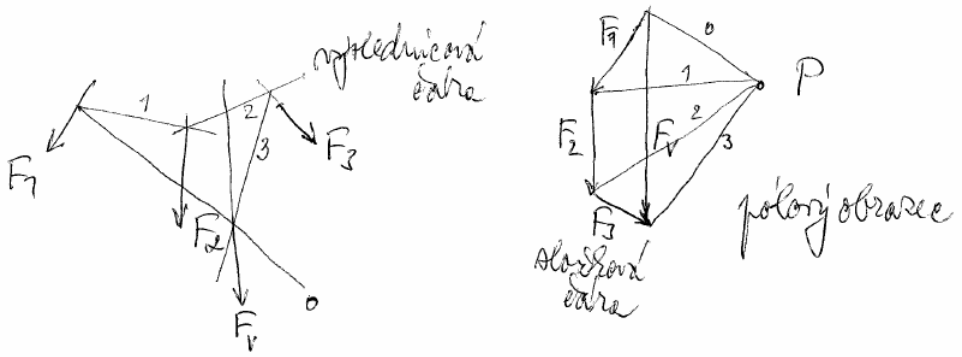
$$< F > [\mathrm{mm}] = m_{\mathrm{F}}[\mathrm{mm.N^{-1}}]\ F[\mathrm{N}]$$

4.1.1 Grafické řešení výslednice obecné rovinné soustavy sil

Zákon rovnoběžníka

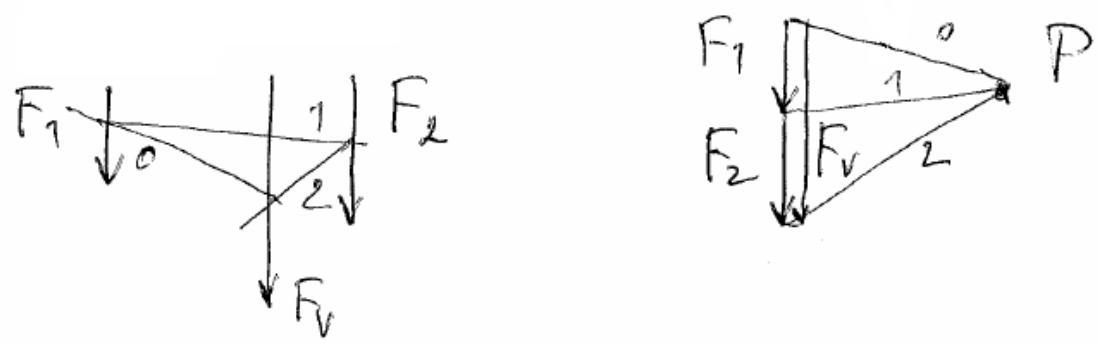


Obecný postup řešení - složková a výslednicová čára



Je-li složková čára uzavřena, pak $\mathbf{F}_v = \mathbf{0}$ a
- je-li výslednicová čára uzavřena, pak jsou síly v rovnováze,
- je-li výslednicová čára otevřena rovnoběžná, pak síly tvoří silovou dvojici $\mathbf{M}_v$.

Obecný postup je důležitý pro řešení výslednice rovnoběžných sil.



4.1.2 Rovnováha rovinných soustav

Pro grafické řešení máme k dispozici jen **tři základní věty**. Všechny vyplývají z rovnic popisujících rovnováhu obecné rovinné soustavy sil a jsou jejich grafickou interpretací ve zvláště jednoduchých případech. Jde o následující věty:

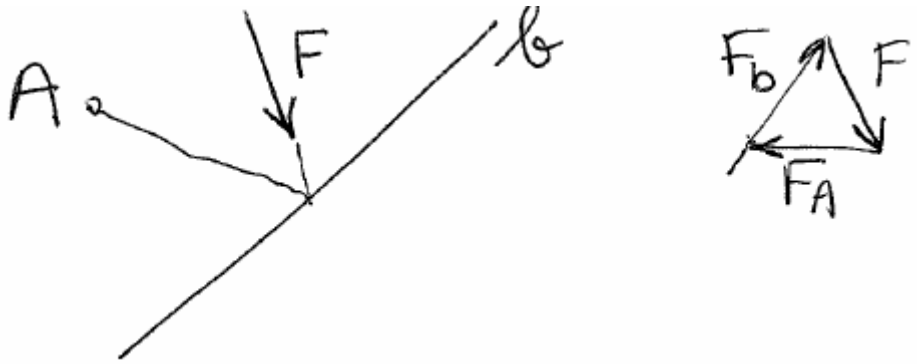
1. **Věta o rovnováze dvou sil**: Dvě síly jsou v rovnováze, leží-li na společné nositelce, jsou-li stejně veliké a jsou-li opačně orientované.

2. **Věta o rovnováze tří sil**: Tři síly jsou v rovnováze, leží-li jejich nositelky v jedné rovině a protínají-li se v jednom bodě, tvoří-li (jako vektory) uzavřený trojúhelník a v trojúhelníku se jejich šipky sledují.

3. **Věta o rovnováze silových dvojic**: Dvě sílové dvojice jsou v rovnováze, leží-li v rovnoběžných rovinách, jsou-li stejně veliké a jsou-li opačně orientované.

Tři základní úlohy (předpokládáme, že soustava působících sil byla nahrazena jejich výslednicí $\mathbf{F}$)

1. Pro rovnováhu s danou silou $\mathbf{F}$ určete dvě síly, z nichž $\mathbf{F}_A$ prochází daným bodem A a $\mathbf{F}_b$ leží na dané nositelce b.

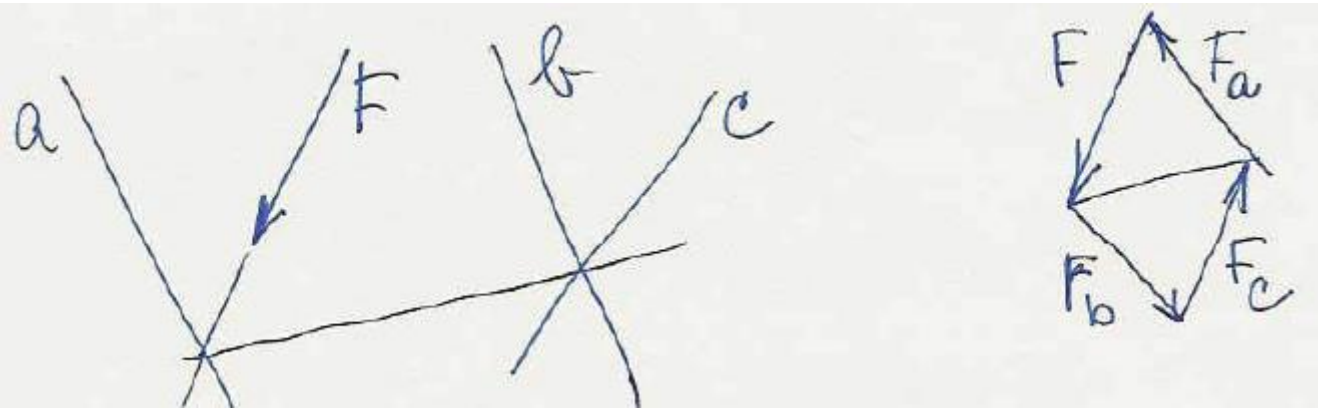


Řešení, při kterém užijeme větu o rovnováze tří sil, je znázorněno na obr. . První podmínka věty určuje nositelku síly $\mathbf{F}_A$. Druhá podmínka vede k určení velikosti hledaných sil a podle třetí podmínky stanovíme jejich orientaci.

2. Pro rovnováhu s danou silou $\mathbf{F}$ určete dvě síly, z nichž $\mathbf{F}_b$ leží na dané nositelce b a $\mathbf{F}_s$ je rovnoběžná s daným směrem s.

Řešení získáme opět splněním podmínek věty o rovnováze tří sil. Je uvedeno na na obr. .

3. Pro rovnováhu s danou silou $\mathbf{F}$ určete tři síly $\mathbf{F}_{a,b,c}$ ležící na daných nositelkách a, b, c.

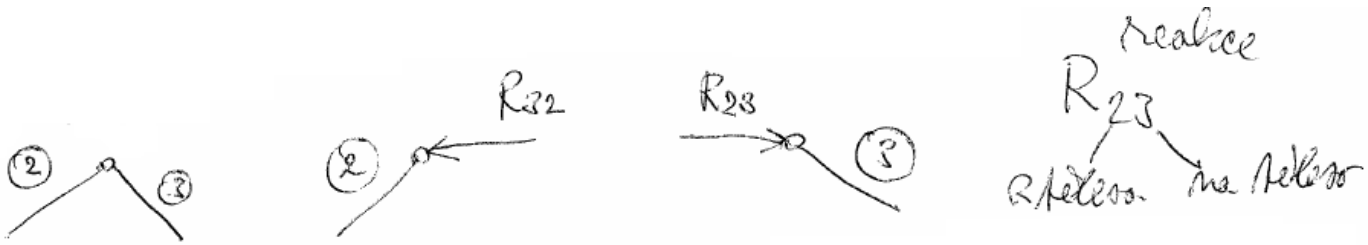


Zde je řešení složitější. Pro rovnováhu čtyř sil, které v úloze vystupují, není k dispozici žádná věta. Vyjdeme proto z následující úvahy:

Síly rozdělíme na dvě skupiny po dvou silách, např. ($\mathbf{F}$, $\mathbf{F}_a$) a ($\mathbf{F}_b$, $\mathbf{F}_c$). Myslíme-li si síly $\mathbf{F}$ a $\mathbf{F}_a$ sečteny, musí jejich částečná výslednice procházet bodem A, obr. . Podobně částečná výslednice sil $\mathbf{F}_b$ a $\mathbf{F}_c$ musí procházet bodem B. (Na tom nic nemění skutečnost, že co do velikosti všechny síly dosud neznáme a velikost zmíněných částečných výslednic neumíme určit.) Mají-li být všechny čtyři síly v rovnováze, musí být v rovnováze i částečné výslednice, které nahrazují silové účinky obou skupin sil. Podle věty o rovnováze dvou sil musí tedy obě částečné výslednice ležet na společné nositelce, kterou je přímka AB. Známe-li polohu nositelky částečných výslednic, můžeme přistoupit k určení jejich velikostí. Postupujeme podle věty o rovnováze tří sil. Začneme s tou trojicí, která obsahuje danou sílu $\mathbf{F}$. Řešení je patrné z obr..

Popsaný postup je označován jako metoda čtyř sil (Culmannova metoda). Nositelka částečných výslednic bývá též nazývána Culmannova přímka.

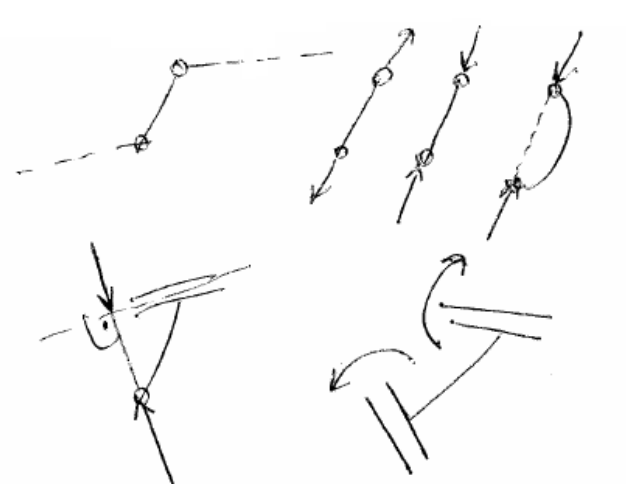
4.1.3 Grafické řešení soustav těles



Symboly

$\vec{\mathbf{F}}$ známe vše, $\overline{\mathbf{F}}$ známe nositelku, $\overset{(}{\overline{\mathbf{F}}}$ známe směr, $\dot{\mathbf{F}}$ známe působiště

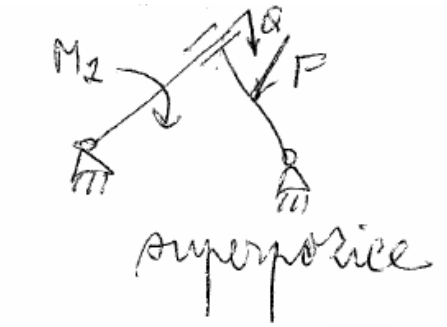
Nezatížené binární členy



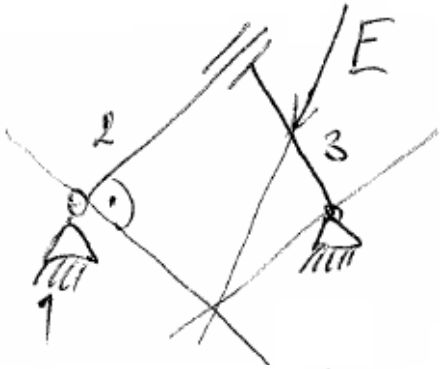
– reakční síla mezi členy vázanými rot. vazbami prochází osou rotačního vazbou

– posuvné vedení přenese jen reakční sílu kolmou na vedení nebo silovou dvojici

Příklad

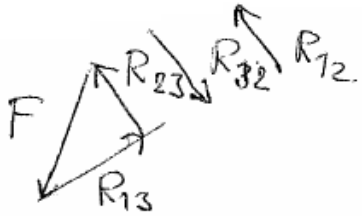


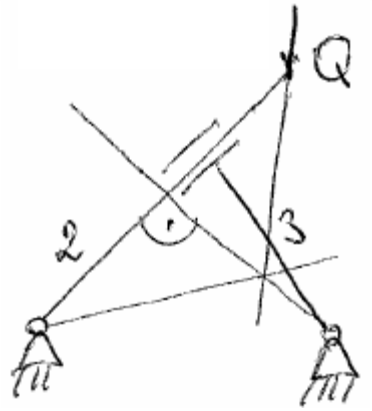
$$n = 3(3-1) - 3\cdot 2 = 0$$



$2 : \quad \dot{\mathbf{R}}_{12} \quad \overset{(}{\overline{\mathbf{R}_{32}}}$

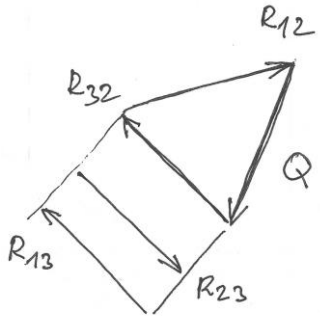
$3 : \quad \overset{(}{\overline{\mathbf{R}_{23}}} \quad \dot{\mathbf{R}}_{13} \quad \vec{\mathbf{F}}$

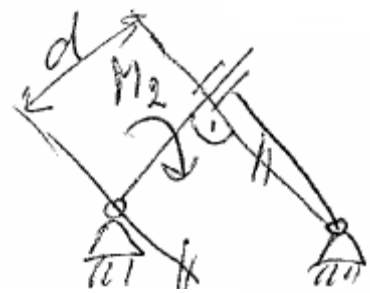




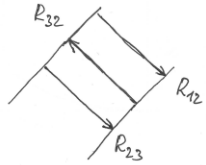
$2 : \quad \dot{\mathbf{R}}_{12} \quad \overset{(}{\overline{\mathbf{R}_{32}}} \quad \vec{\mathbf{Q}}$

$3 : \quad \overset{(}{\overline{\mathbf{R}_{23}}} \quad \dot{\mathbf{R}}_{13}$





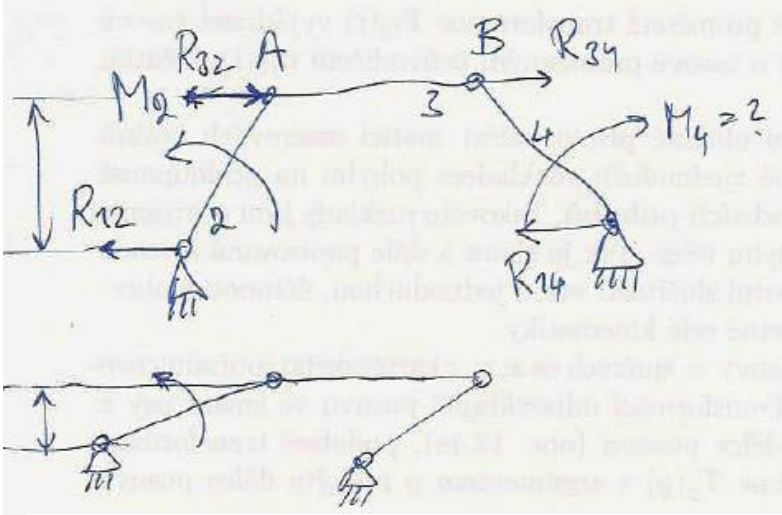
$$2 : \quad \dot{\mathbf{R}}_{12} \quad (\overline{\mathbf{R}_{32}}) \quad \overrightarrow{\mathbf{M}_2}$$
$$3 : \quad (\overline{\mathbf{R}_{23}}) \quad \dot{\mathbf{R}}_{13}$$



$R_{32}\, d - M_2 = 0$

$R_{32} = \frac{M_2}{d}$

Příklad



$$2 : \quad \dot{\mathbf{R}}_{12} \quad \dot{\mathbf{R}}_{32} \quad \overrightarrow{\mathbf{M}_2}$$
$$3 : \quad \dot{\mathbf{R}}_{23} \quad \dot{\mathbf{R}}_{43}$$
$$4 : \quad \dot{\mathbf{R}}_{14} \quad \dot{\mathbf{R}}_{34} \quad \mathbf{M}_4$$

4.2 Grafické metody v kinematice

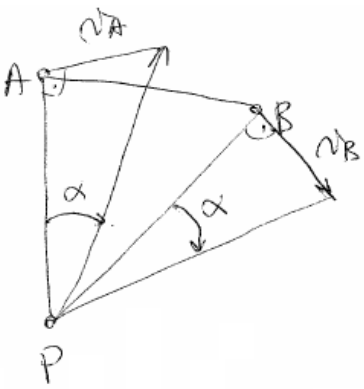
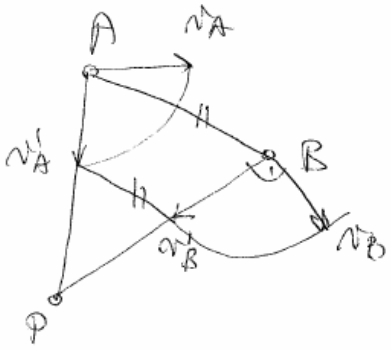
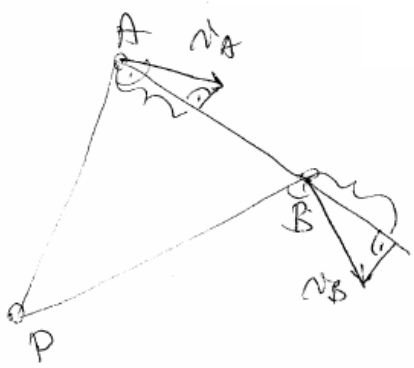
Měřítko délek m_d

$$< d > [\mathrm{mm}] \;=\; m_\mathrm{d}[\mathrm{mm.m^{-1}}]\; d[\mathrm{m}]$$

Měřítko rychlostí m_v

$$< v > [\mathrm{mm}] \;=\; m_\mathrm{v}[\mathrm{mm.m^{-1}s}]\; v[\mathrm{ms^{-1}}]$$

4.2.1 Základní věty

Zorné úhly. Rychlosti všech bodů tělesa jsou z pólu pohybu vidět pod stejnými zornými úhly (i co do smyslu).

$$\omega = \frac{\frac{<v_\mathrm{A}>}{m_\mathrm{v}}}{\frac{<\overline{AP}>}{m_\mathrm{d}}} \tag{4.1}$$