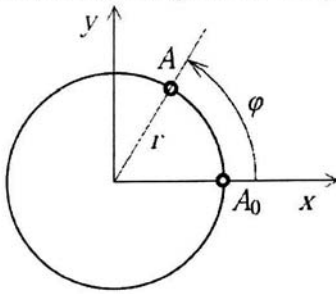


Příklad 2.2

Bod A se pohybuje z počáteční polohy A_0 po kružnici o poloměru r . Jeho pohyb je popsán úhlem φ průvodiče v závislosti na čase. Vyřešte polohu, rychlost a zrychlení bodu A v pravouhlém souřadnicovém systému a výsledky ověřte v přirozeném souřadnicovém systému. Polohu, rychlost a zrychlení bodu A vyčíslete v čase t_1 .



Dáno:

$$r = 240 \text{ mm}, \varphi = \varphi(t) = 3t - t^2 + 2t^3, t_1 = 0,35 \text{ s.}$$

Pravouhlý systém:

$$x_A = r \cdot \cos \varphi$$

$$v_{Ax} = \dot{x}_A = -r \dot{\varphi} \sin \varphi$$

$$y_A = r \cdot \sin \varphi$$

$$v_{Ay} = \dot{y}_A = r \dot{\varphi} \cos \varphi$$

$$v_A = \sqrt{v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2} = \sqrt{r^2 \dot{\varphi}^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)} = r \dot{\varphi}$$

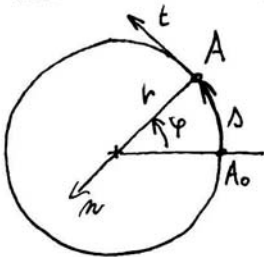
$$a_{Ax} = \dot{v}_{Ax} = \ddot{x}_A = -r \ddot{\varphi} \sin \varphi - r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi$$

$$a_{Ay} = \dot{v}_{Ay} = \ddot{y}_A = r \ddot{\varphi} \cos \varphi - r \dot{\varphi}^2 \sin \varphi$$

$$a_A = \sqrt{a_{Ax}^2 + a_{Ay}^2} = \sqrt{r^2 \ddot{\varphi}^2 \sin^2 \varphi + 2r^2 \ddot{\varphi} \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \cos \varphi + r^2 \dot{\varphi}^4 \cos^2 \varphi + r^2 \ddot{\varphi}^2 \cos^2 \varphi - 2r^2 \ddot{\varphi} \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \cos \varphi + r^2 \dot{\varphi}^4 \sin^2 \varphi} = \sqrt{r^2 \ddot{\varphi}^2 + r^2 \dot{\varphi}^4} = r \sqrt{\ddot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}^4}$$

Oblouková souřadnice $s = r\varphi$

φ [rad]



$$s = r\varphi$$

$$v = \dot{s} = r \dot{\varphi} \dots \text{leží na tečně}$$

$$a_t = \dot{v} = \ddot{s} = r \ddot{\varphi} \dots \text{leží na tečně}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{r^2 \dot{\varphi}^2}{r} = r \dot{\varphi}^2 \dots \text{leží na normále}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{r^2 \ddot{\varphi}^2 + r^2 \dot{\varphi}^4} = r \sqrt{\ddot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}^4}$$

$$\dot{\varphi} = \omega$$

$$\ddot{\varphi} = \alpha \dots v = r\omega, a_t = r\alpha, a_n = r\omega^2, a = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

Číselně:

$$t_1 = 0,35 \text{ s} \rightarrow \dot{\varphi}(t_1) = 3,035 \text{ s}^{-1} \rightarrow v = 0,7284 \text{ m s}^{-1}$$

$$\ddot{\varphi}(t_1) = 2,2 \text{ s}^{-2} \quad a = 2,2729 \text{ m s}^{-2}$$