

Válec o středu  $S_2$  se valí po pevném válci o středu  $S_1$ .

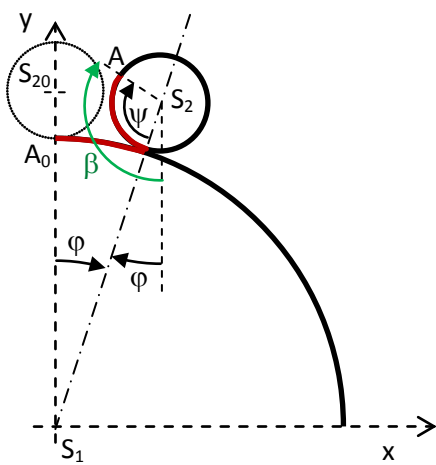
Dáno:  $R, r, \varphi = \varphi(t)$ .

Vyšetřete úhlový pohyb, úhlovou rychlost a úhlové zrychlení válce.

Sestavte rovnice pohybu tělesa.

Určete trajektorii bodu  $A$ .

Řešení:



Bod  $S_2$  se pohybuje po kružnici o poloměru  $(R + r)$  se středem v bodě  $S_1$ .

$$x_{S_2} = (R + r) \sin(\varphi)$$

$$y_{S_2} = (R + r) \cos(\varphi)$$

Můžeme zavést obloukovou souřadnici:  $s = (R + r)\varphi$ .

Rychlost:  $v = \dot{s} = (R + r)\dot{\varphi}$

Zrychlení:

$$a_t = \dot{v} = \dot{s} = (R + r)\ddot{\varphi} \quad \dots \text{tečná složka}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R+r} = \frac{(R+r)^2 \dot{\varphi}^2}{R+r} = (R + r)\dot{\varphi}^2 \quad \dots \text{normálová složka}$$

Úhlový pohyb válce:

$$\beta = \varphi + \psi \quad R\varphi = r\psi \rightarrow \psi = \frac{R\varphi}{r}$$

$$\beta = \varphi + \frac{R\varphi}{r} = \frac{R+r}{r}\varphi$$

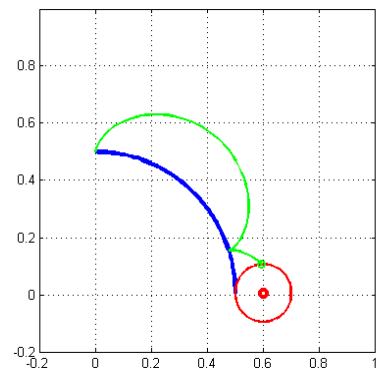
$$\omega = \dot{\beta} = \frac{R+r}{r}\dot{\varphi}$$

$$\alpha = \ddot{\beta} = \frac{R+r}{r}\ddot{\varphi}$$

Poloha bodu  $A$ :

$$x_A = x_{S_2} - r \cdot \sin(\beta) = (R + r) \sin(\varphi) - r \cdot \sin\left(\frac{R + r}{r}\varphi\right)$$

$$y_{S_2} = y_{S_2} - r \cdot \cos(\beta) = (R + r) \cos(\varphi) - r \cdot \cos\left(\frac{R + r}{r}\varphi\right)$$



Trajektorie bodu  $A$  je epicykloida.

```

% valeni.m ... vykresleni odvalovani valce po valci
clear all % smaze vsechny promenne ve workspace
close all % zavre vsechny otevrene figures
clc % vycisti prikazovou radku

R=0.5; % polomer pevneho valce
r=0.1; % polomer odvalujiciho se valce

trajektorie_xA=[]; % priprava pole pro ukladani x-ove souradnice bodu A
trajektorie_yA=[]; % priprava pole pro ukladani y-ove souradnice bodu A

for t=0:0.02:pi/2 % zacatek cyklu, cas t = <0,pi/2> s, s krokem 0.02 s
    fi=t; % nejjednodussi zavislost fi=fi(t)

    % vykresleni pevneho valce
    plot(R*sin([0:0.02:pi/2]),R*cos([0:0.02:pi/2]),'b-', 'linewidth',3)
    axis([-0.2 1.0 -0.2 1.0]) % definice os, aby se behem anim. nemenily
    axis square % nastaveni stejných meritek na osach x,y
    grid % zobrazení mřížky
    hold on % říkáme Matlabu, že budeme dál kreslit do stejného figu

    % bod S2
    xS2=(R+r)*sin(fi); % vypočet x-ove souradnice
    yS2=(R+r)*cos(fi); % vypočet y-ove souradnice
    plot(xS2,yS2,'ro', 'linewidth',3) % vykresleni bodu S2

    % maly kruh - vykresleni maleho kruhu
    plot((xS2+r*sin([0:0.02:2*pi])),(yS2+r*cos([0:0.02:2*pi])), 'r', 'linewidth',2)

    % bod A
    beta=(R+r)/r*fi; % vypočet uhlu beta (viz obrázek)
    xA=xS2-r*sin(beta); % vypočet x-ove souradnice bodu A
    yA=yS2-r*cos(beta); % vypočet y-ove souradnice bodu A
    plot(xA,yA,'go', 'linewidth',2) % vykresleni bodu A

    % trajektorie bodu A - do poli trajektorie pridavam aktualni polohu A
    trajektorie_xA=[trajektorie_xA,xA];
    trajektorie_yA=[trajektorie_yA,yA];
    % vykresleni cele dosavadni trajektorie
    plot(trajektorie_xA,trajektorie_yA,'g-', 'linewidth',2)

    hold off % do aktualniho figu uz nic dalsiho kreslit nebudeme
    drawnow % prikaz k okamitemu prekresleni
end % konec cyklu

```