

PROJEKT 1: ŘMS1

2. cvičení

- PŘÍKUH DIFERENČIÁLNÍ ROVNICE 3. ŘÁDU
 - STACIONÁRNÍ POPIS
 - STABILITA
 - ŘÍDITELNOST
 - POZOROVATELNOST

STAVOVÝ POPIS, STABILITA, RIGIDNOST, POZOROVATELNOST

$$2z''' - 3z'' + 4z = 2u$$

$$y = z'$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{VSTUP: } u \\ \text{VÝSTUP: } y \end{array} \right\}$$

- URČIT: - STAVOVÝ POPIS
 - STABILITA
 - RIGIDNOST
 - POZOROVATELNOST

STAVOVÝ POPIS:

ZEAVEDROU JAVY:

↳ SOUSTAVA DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC 1. ŘÁDU

$$\begin{array}{ll} x_1 = z & \dot{x}_1 = x_2 \\ x_2 = z' & \dot{x}_2 = x_3 \\ x_3 = z'' & \dot{x}_3 = \frac{3}{2}z'' - 2z + u \end{array}$$

MATRIČNÍ ZPIS

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$y = x_2$$

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underline{A}\underline{x} + \underline{B}u \\ y &= \underline{C}\underline{x} + \underline{D}u \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 1 \quad 0]$$

$$D = [0]$$

STABILITA → PŮLY SYSTÉM MUSÍ BÝT V ZÁPORNÉ PŮLOVINĚ

$$|A - \lambda I| \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \lambda$$

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ -2 & 0 & \frac{3}{2}-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ 0 & \frac{3}{2}-\lambda \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & \frac{3}{2}-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 \left(\frac{3}{2}-\lambda\right) - 2 \stackrel{!}{=} 0$$

$$-\lambda^3 + \frac{3}{2}\lambda - 2 = 0 \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = -0,9108 \\ \lambda_2 = 1,2054 + 0,8619i \\ \lambda_3 = 1,2054 - 0,8619i \end{array} \right.$$

⇒ NESTABILNÍ SYSTÉM

ŘÍDITELNOST: VYČÍME Z HODNOSTÍ MATICE ŘÍDITELNOSTI R

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \underline{B} & \underline{AB} & \underline{A^2B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} & \frac{9}{4} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{hodnost} = 3$$

$$\text{počet stavů} = \text{hodnost}(R)$$

SYSTÉM JE ŘÍDITELNÝ

matlab: $R = \text{ctrb}(A, B);$
 $\text{rank}(R)$

POZOROVATELNOST: VYČÍME Z HODNOSTÍ MATICE POZOROVATELNOSTI σ

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ C \cdot A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{hodnost} = 3$$

$$\text{počet stavů} = \text{hodnost}(\sigma)$$

SYSTÉM JE POZOROVATELNÝ

matlab: $\sigma = \text{obsv}(A, C);$
 $\text{rank}(\sigma)$