

# Základy kinematiky ozubení

**Evolventa** – evoluta představuje vztah mezi rovinnými křivkami.

**Evoluta** je tvořena body, které jsou středy křivosti (středy oskulačních kružnic) jiné křivky.

**Evolventa** vyjadřuje opačný vztah – je to křivka kolmá na všechny tečny jiné křivky.

Obvykle se tyto vztahy řeší pro evolventu kružnice – kružnice je potom evolutou evolventy.

Definice evolventy:

Bod spojený s přímkou, která se beze skluzu valí po kružnici, opisuje evolventu (prodlouženou, zkrácenou, základní). Pro výrobu se užívá jiná vlastnost – evolventa vzniká jako obálka vytvořená pohybem přímky pevně spojené s jinou přímkou, která se valí po kružnici.

**Trochoida** (kotálnice) je křivka, která vznikne jako obálka vytvořená pohybem křivky pevně spojené s jinou křivkou, která se valí (kotálí) po další pevné křivce. Pro tvorbu ozubení může být použita nejen přímka (evolventní ozubení), ale také kružnice (cykloidní ozubení).

Pevná kružnice, po které se valí tzv. tvořící křivka (přímka), je u čelního ozubení roztečná kružnice, evoluta je ve vztahu evolventa – evoluta základní kružnice. Při valení je stejná vzdálenost odvalena na valící se přímce a na oblouku základní kružnice.

Z rovnosti délky oblouku a úsečky plyne:  $r \cdot \operatorname{tg} \alpha = r \cdot (\alpha + \Delta\alpha)$  tj.  $\Delta\alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$

Vyjádřená funkce (evolventní, involuta) je tabelována a často používána v geometrii ozubení.

# Ozubené převody

Převody ozubenými koly patří k nejstarším mechanismům a nejvíce rozšířeným ve strojích. Podle pohybu základních (náhradních) těles se soukolí rozdělují (**náhradní třecí převod**):

- soukolí valivá
- soukolí šroubová

**Vzájemná poloha os** otáčení kol soukolí může být:

- ❖ rovnoběžná (čelní kola)
- ❖ různoběžná (průsečík - kuželová)
- ❖ mimoběžná (šroubová, šneková, hypoidní a spir.)

Podle druhu **profilové křivky** jsou kola:

- evolventní
- cykloidní
- zvláštní

Podle **tvaru tělesa** kola:

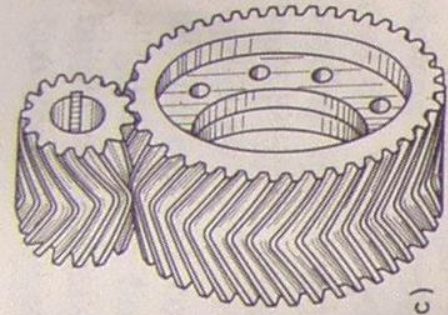
- čelní (válec) a šroubová
- kuželová
- šneky, šneková kola (válec, globoid) aj.

Ozubená kola mohou mít ozubení:

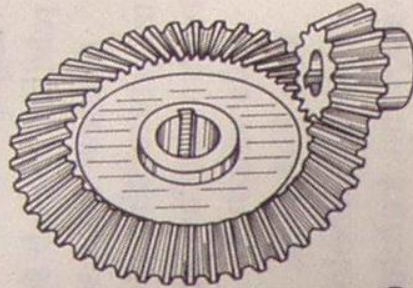
- ✓ **vnější** (na povrchu válce, kuželu aj.)
- ✓ **vnitřní** (uvnitř dutého válce aj.)

Pro výrobu ozubení je **základním útvarem** hřeben pro čelní ozubení  
a ploché kuželové kolo pro kuželové ozubení.

# Ozubená soukolí

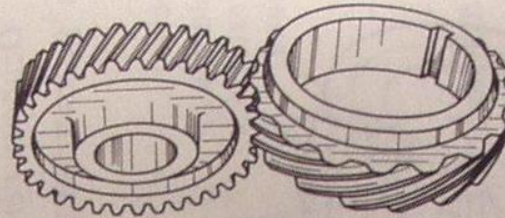


čelní se šípovými zuby

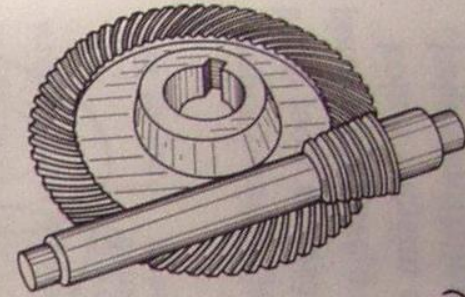


kuželové s přímými zuby

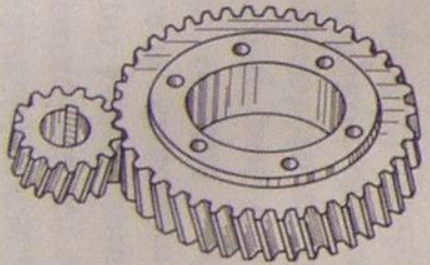
pastorek a hřeben



šroubové soukolí

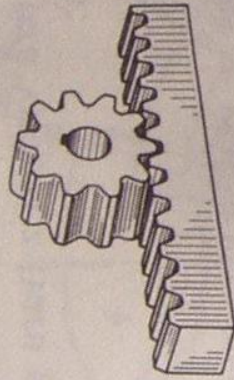


spiroidní soukolí

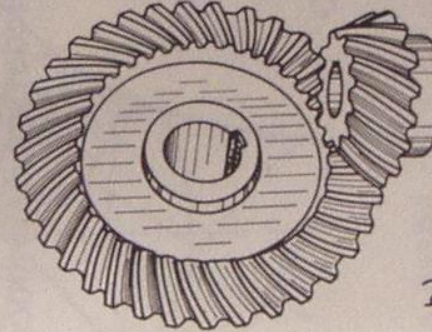


čelní se šikmými zuby

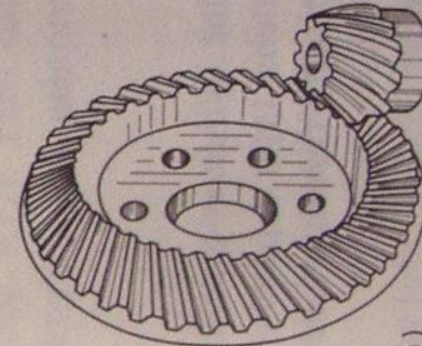
čelní s přímými zuby



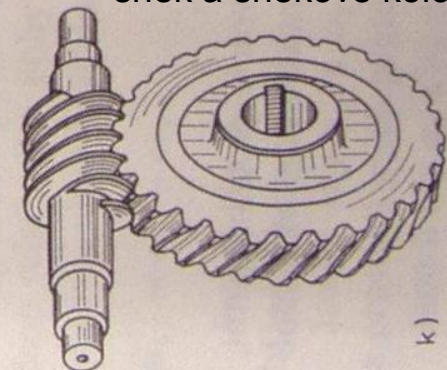
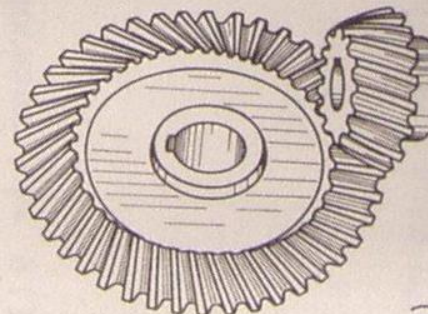
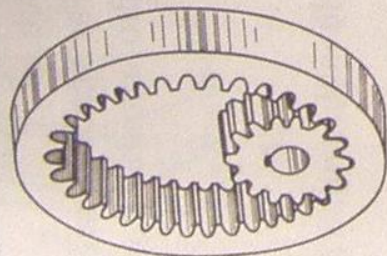
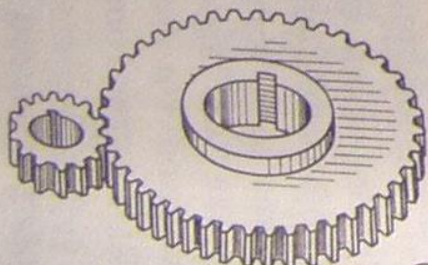
kolo s vnitřním ozubením



kuželové se šikmými zuby



hypoidní soukolí



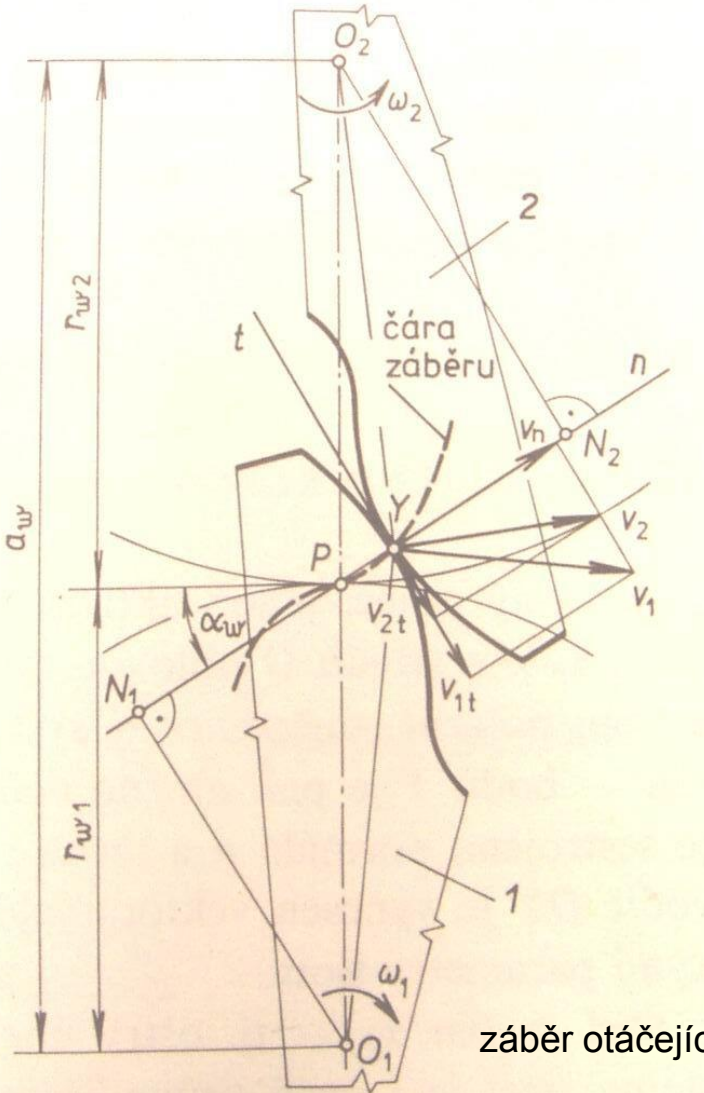
šnek a šnekové kolo



# Základy kinematiky evolventního ozubení

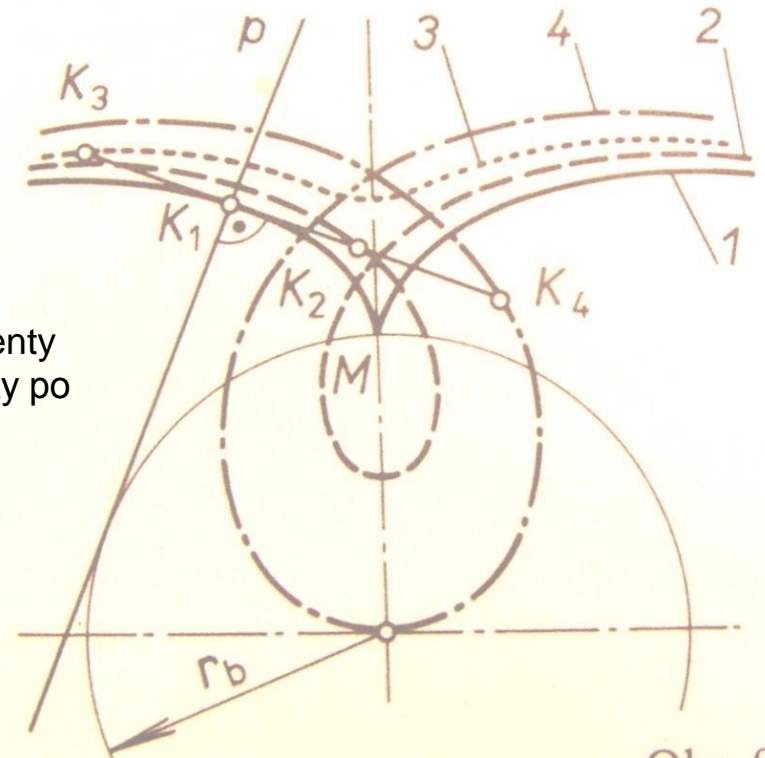
Úhel záběru (tlaku)  $\alpha_w$   
skluzu boků

požadavek konstantního převodového poměru – normála k bokům prochází stále stejným bodem na spojnici středů otáčení (pólem P)



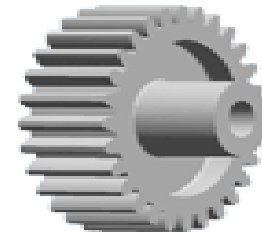
záběr otáčejících se palců

Evolventa kružnice (1) – stálý úhel záběru (tlaku)  $\alpha$   
její evoloutou je základní kružnice o poloměru  $r_b$   
evolventa zkrácená (3) a prodloužená (2)  
Archimedova spirála (4) je prodlouženou evolventou



Vznik evolventy  
valení přímky po  
kružnici

# Čelní evolventní ozubení



Zuby vznikají záběrem výrobního hřebenu s polotovarem kola (válec).

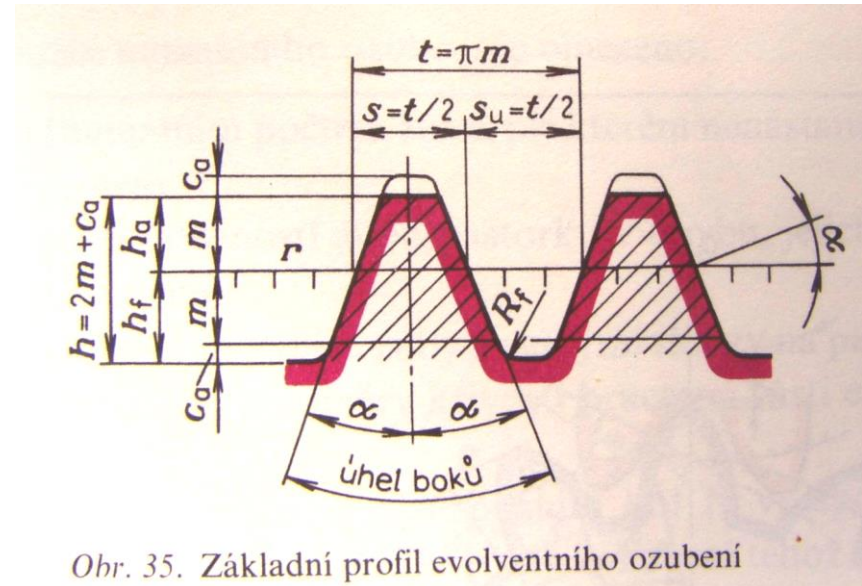
Velikost zubů je dána modulem  $m$ .

Podle ČSN je  $c_a = 0,25 \cdot m$  a  $\alpha = 20^\circ$

Bok zubů má v řezu tvar evolventy, přechod tvoří křivka (ekvidistanta prodloužené evolventy).

**Základní profil** je uplatněn u všech valivých soukolí (čelní, kuželová).

$$i = z_2 / z_1$$



Obr. 35. Základní profil evolventního ozubení

průměr roztečný  $d = m \cdot z / \cos \beta$

hlavový  $d_a = d + 2 \cdot h_a$

patní  $d_f = d - 2 \cdot h_f$

výška hlavy  $h_a = m$

paty  $h_f = 1,25 \cdot m$

rozteč  $t = \pi \cdot m$

základní rozměry pro čelní kolo s přímými zuby

šířka zubu  $s = t / 2$

mezery  $s_u = t / 2$

rozteč, šířka zubu a šířka mezery jsou měřeny na oblouku roztečné kružnice

kontakt zubů v úsečce

zuby přímé nebo šikmé, úhel sklonu  $\beta$

## Čelní ozubená kola



se zuby šikmými

se zuby přímými

# Kuželová ozubená kola



Kuželová kola (valivá) mají zuby

- přímé
- šikmé
- zakřivené

Základní tělesa (pro náhradní „valení“ třecího převodu) jsou kužele, mající shodný vrchol.

Tvar a rozměry zubů vycházejí ze stejného profilu jako pro čelní kola (**oktoidní** ozubení).

Pro velikost zubů se udává modul (tj. výška, rozteč a šířka zubů) na doplňkovém kuželu.

$$i = d_2 / d_1 = z_2 / z_1$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = z_1 / z_2 = i^{-1}$$

roztečný průměr (největší)

$$d_e = m \cdot z$$

obvykle je

$$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$$

hlavový průměr

$$d_a = d_e + 2 \cdot h_a \cdot \cos \delta$$

patní průměr

$$d_f = d_e - 2 \cdot h_f \cdot \cos \delta$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = z_2 / z_1 = i$$

výška hlavy

$$h_a = m$$

výška paty

$$h_f = 1,25 \cdot m$$

rozteč

$$t = \pi \cdot m$$

tloušťka zubu

$$s = t / 2$$

Délka povrchy roztečného kužele

$$R_d = (d_e / \sin \delta_1) / 2$$

šířka mezery

$$s_u = t / 2$$

Modul je pro některé typy ozubení označován DP (tj. **Diametral Pitch**)

$$DP = 25,4 / m$$

a je to počet zubů na 1 inch průměru roztečné kružnice

Ploché kuželové kolo ( $\delta_2 = 90^\circ$ ) je základním prvkem výroby kuželových kol.



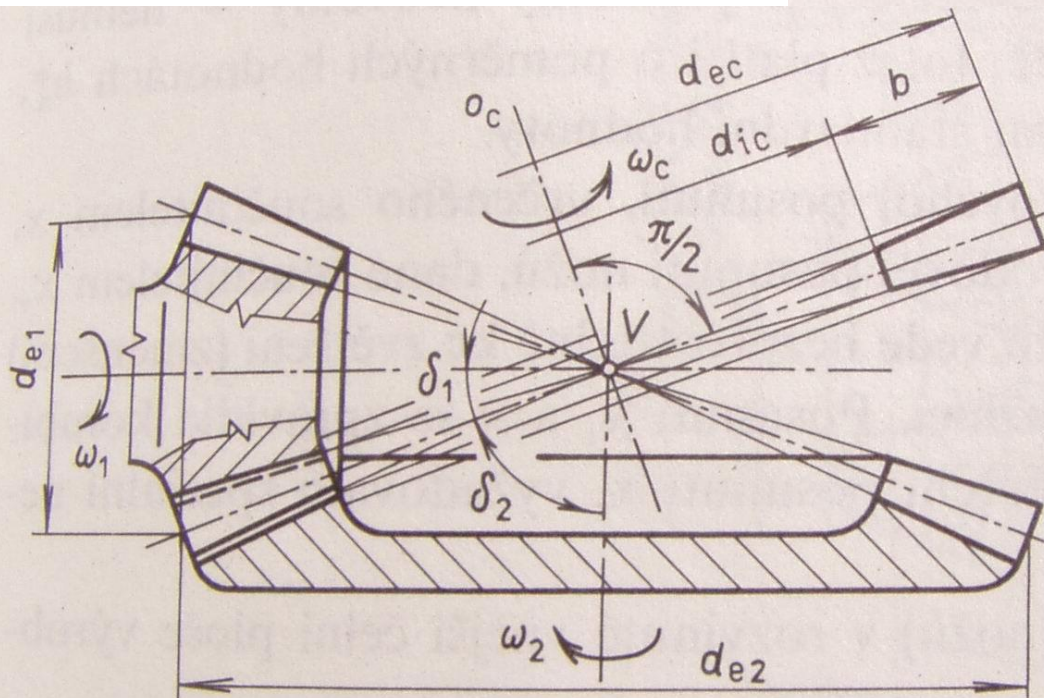
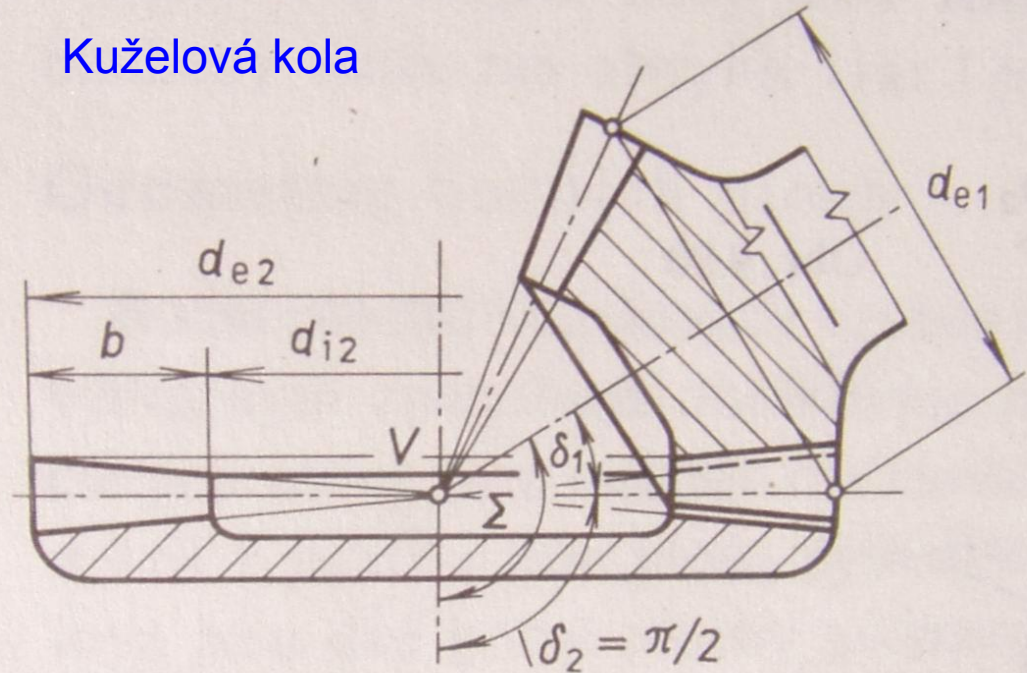
**Ploché** (rovinné, lícní) kuželové kolo – obdoba hřebene pro čelní ozubení

pastorek i kolo mohou být v záběru s plochým kolem

při výrobě ploché kolo nahrazeno nástrojem – obrážecí nože, frézovací hlava

pohyb nástroje modeluje záběr kol

## Kuželová kola



Výroba kuželových kol znamená otisk zubu plochého kola do polotovaru kuželového kola

Zuby plochého kola:

- přímé
- šikmé
- kruhové (Gleason)
- paloidní (Klingenberg)
- eloidní (Oerlikon)
- hypoidní (mimoběžné osy)



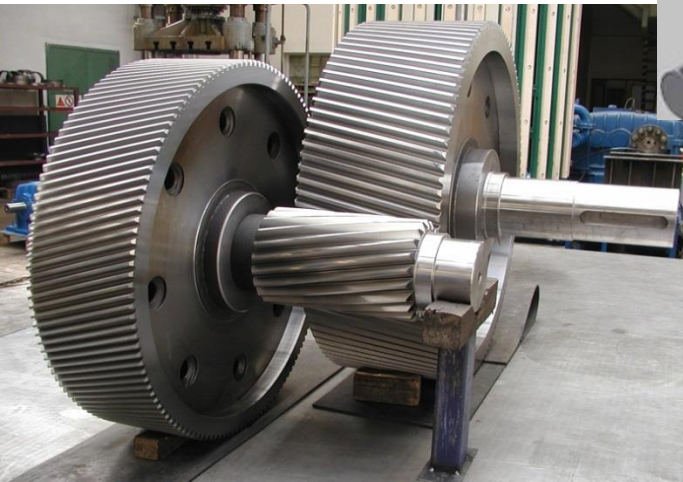
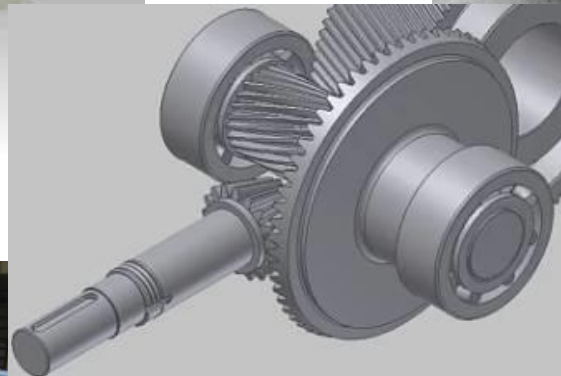
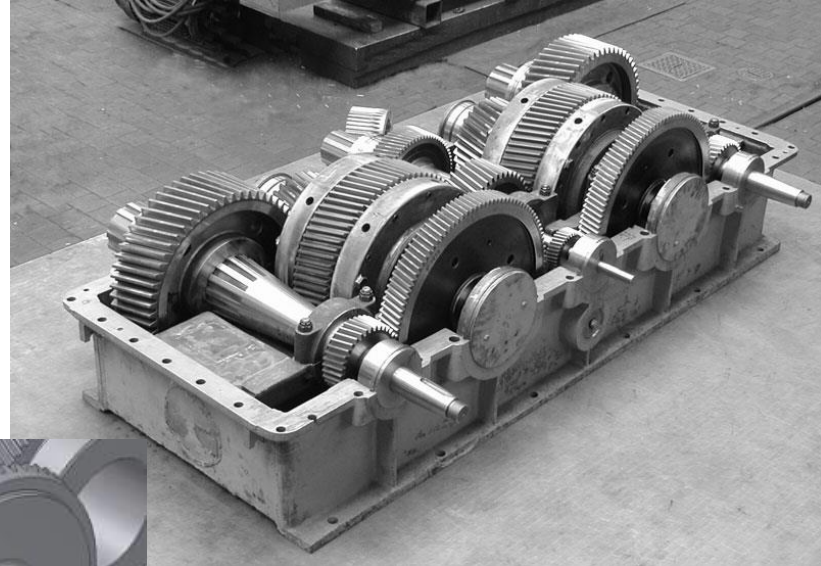
## Kuželová kola

se zakřivenými zuby  
Gleason



# Čelní a kuželočelní převody

Celkový převodový poměr (převod) je součinem dílčích převodových poměrů. Přenos krouticích momentů může být jediným řetězcem dílčích převodů (tzv. sériově řazených) nebo může probíhat v paralelních větvích (větvení přenosu výkonu v paralelním řazení).



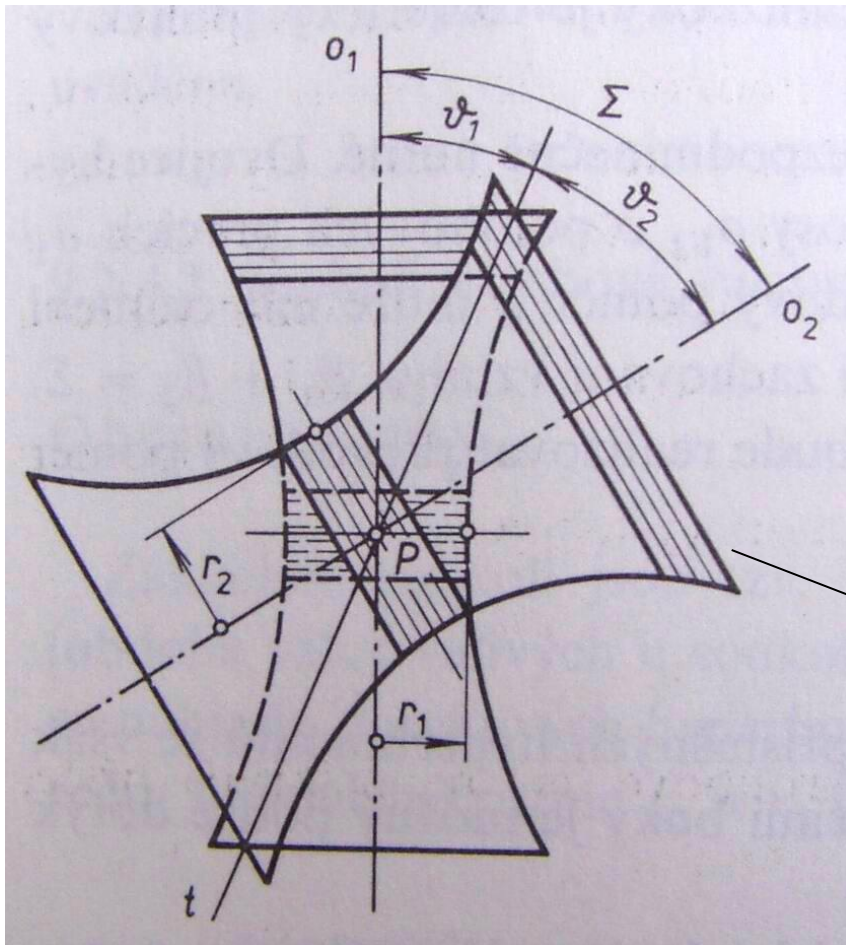


# Šroubová soukolí

Principem záběru je pohyb šroubu a matice. Matice není úplná, postačí jen část obvodu – např. 30°. Pro idealizaci lze použít vazbu bodu šroubu na dráhu na zubu kola. Tvary těles pastorku a kola jsou teoreticky rotační hyperboloidy, prakticky válce, kužele nebo globoidy (část negativu k anuloidu).

## Typy šroubových soukolí:

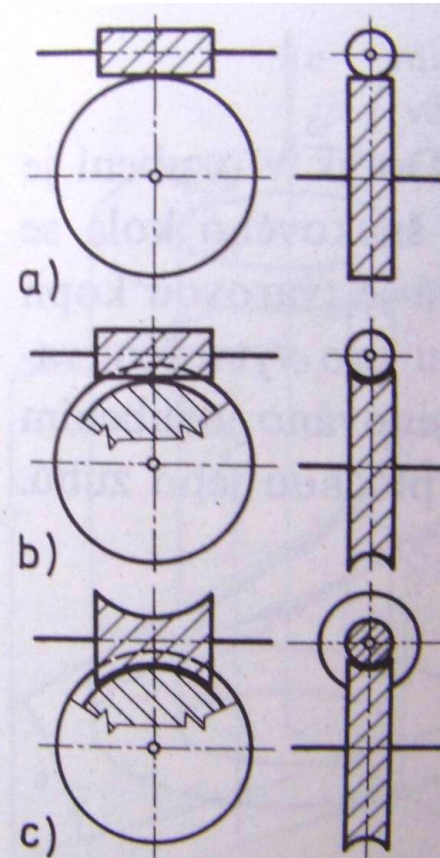
- šroubová kola válcová
- šneková soukolí (válcový šnek, globoidní kolo)
- s globoidním ozubením (šnek i kolo globoid)
- spiroidní



Podle velikosti úhlu stoupání  $\gamma$  může být

- soukolí **samosvorné**
- nesamosvorné

**Spiroidní** soukolí má tvar těles kužele jako náhradu vzdálených částí hyperboloidů a osy kol jsou mimoběžné a princip záběru šroub a matice.





# Šnekový převod

Šnek má charakter šroubu se závitem s lichoběžníkovým profilem (stejný jako u čelních kol), šnekové kolo vznikne „otiskem“ šneku při vzájemném pohybu.

převodový poměr  $i = z_2 / z_1$   $z_1$  je počet chodů šneku

úhel stoupání šroubovice

$$\sin \gamma = m \cdot z_1 / d_1$$

průměr šnekového kola

$$d_2 = m \cdot z_2 / \cos \gamma$$

průměry hlavové

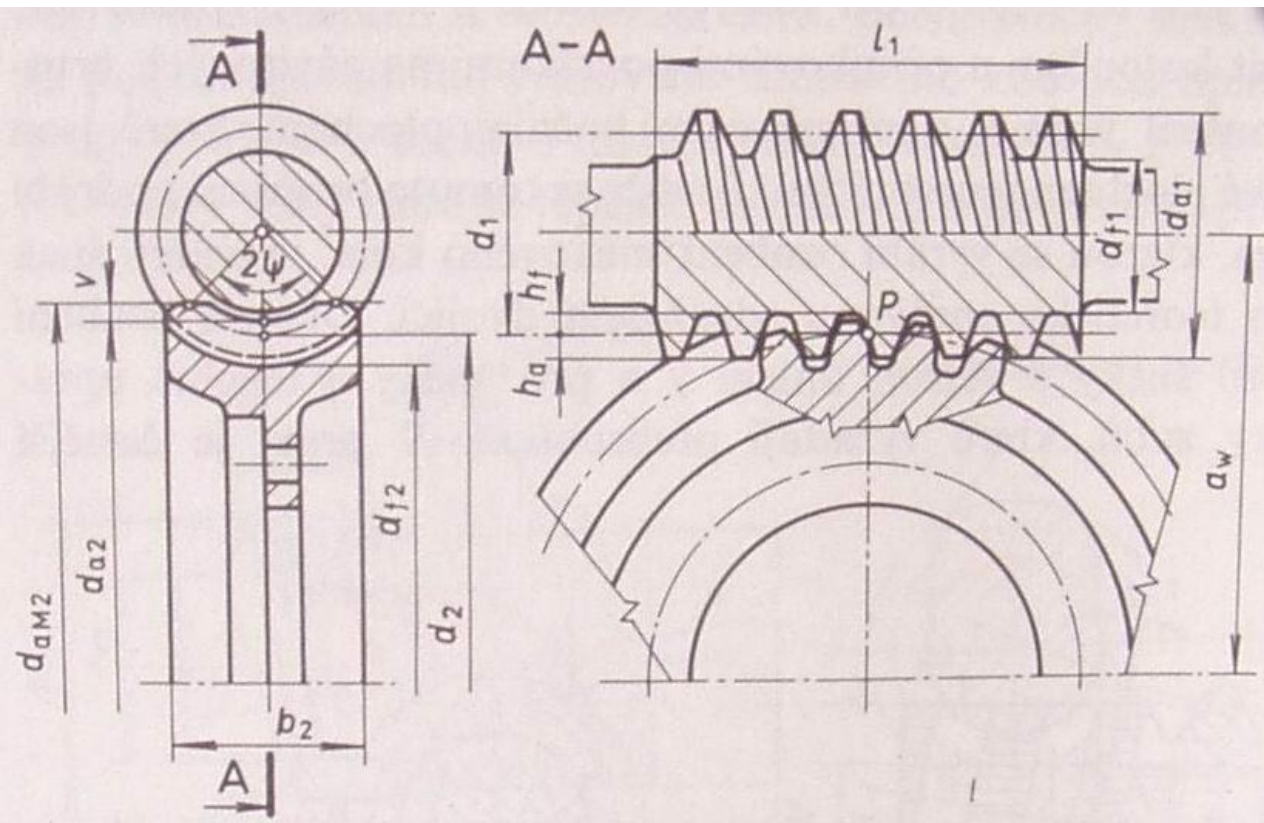
$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m$$

průměry patní

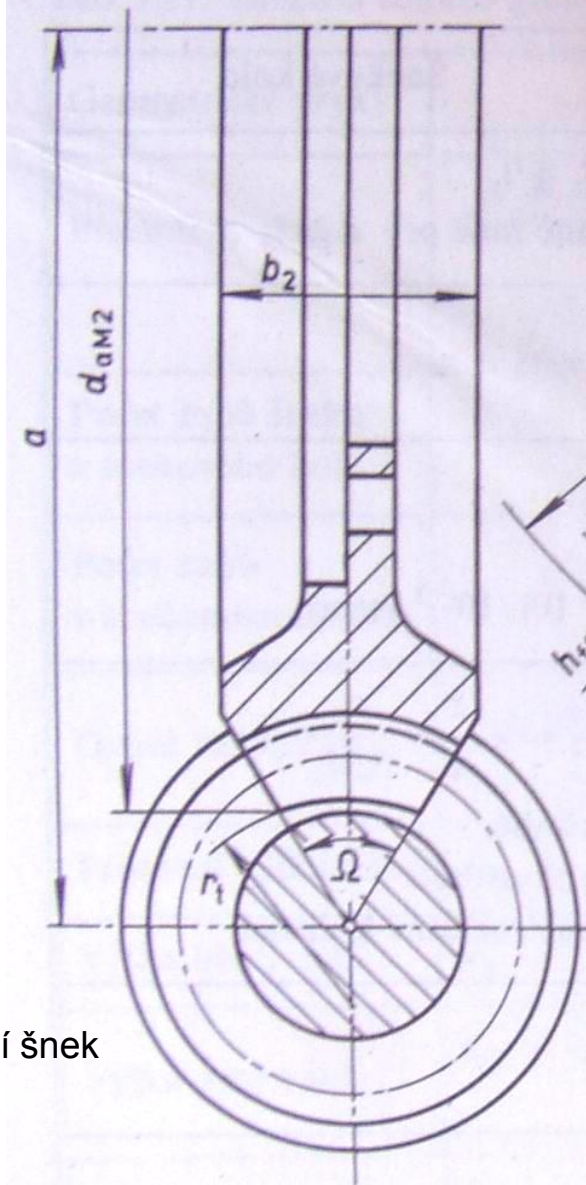
$$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot 1,25 \cdot m$$

$$d_{f2} = d_2 - 2 \cdot 1,25 \cdot m$$

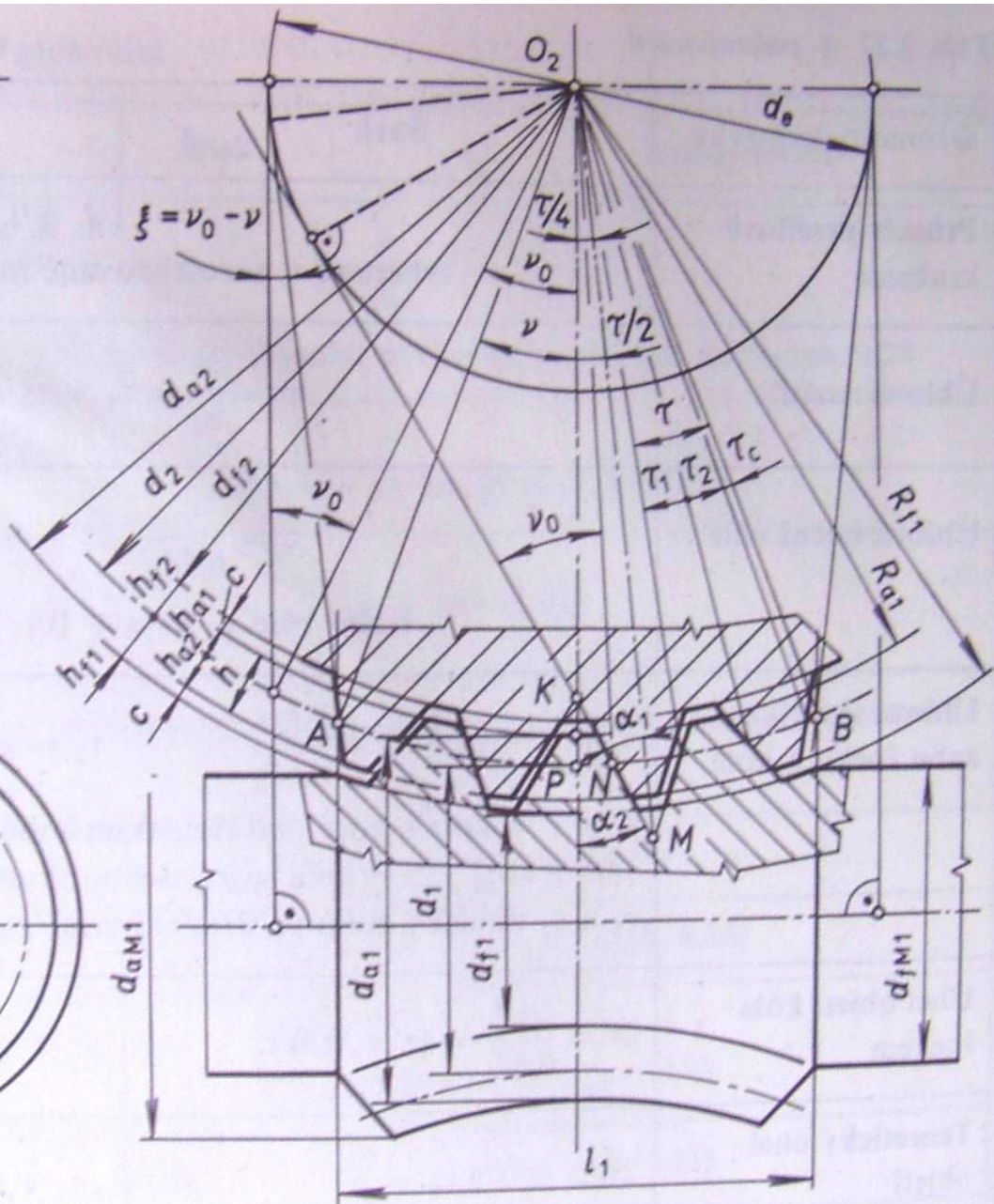


# Globoidní šnekový převod

globoidní kolo



globoidní šnek



Obr. 9.134



Šneková převodovka



šnekové soukolí  
válcový šnek a  
globoidní kolo

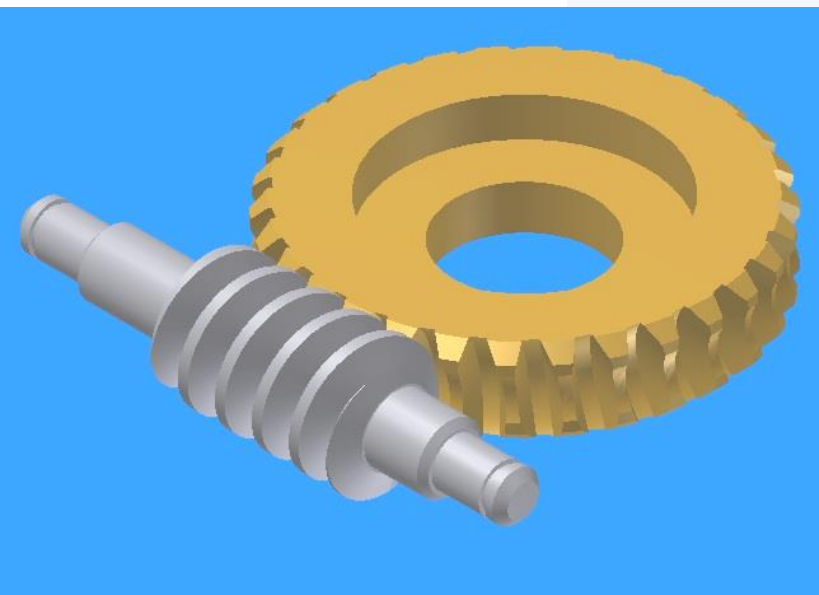
šroubové soukolí







Šnekové převody  
a převodovky



# Poškození zubů ozubených kol

Hlavní **typy** poškození zubů:

- křehký lom (poškození paty zubu, únavový lom na patě, odlomení části zubu)
- povrchová únava plochy boku (pitting, dolíčkování, vydrolování na ploše boku zubu)
- otěr zubu (abrazivní opotřebení plochy boku zubu)
- zadírání zubů (tvorba svarů a jejich utržívání na ploše boku zubu, úplná devastace)

**Příčiny** poškození:

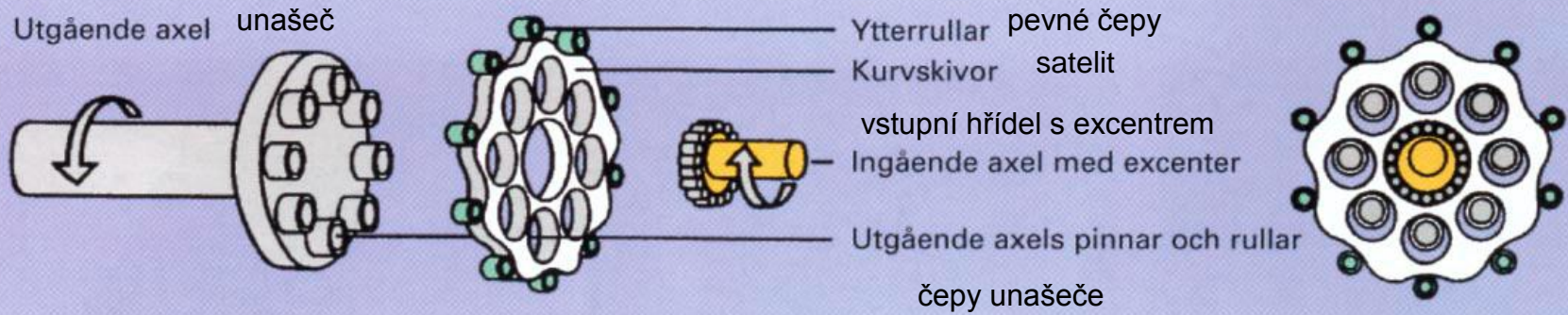
- přetěžování v důsledku dopadu prostorové statické neurčitosti (nepřesnosti výroby a montáže vedou ke kontaktu jen v části šířky věnce)
- chyby v technologii výroby (chemicko-tepelné zpracování nedává potřebné hodnoty)
- provozní nekázeň (chyby v mazání, vadná montáž aj.)

**Chemicko-tepelné zpracování** ozubených kol:

- ✓ cementování a následné kalení
- ✓ nitridace
- ✓ zušlechťování
- ✓ povrchové kalení boků zubů (obvykle indukčně)

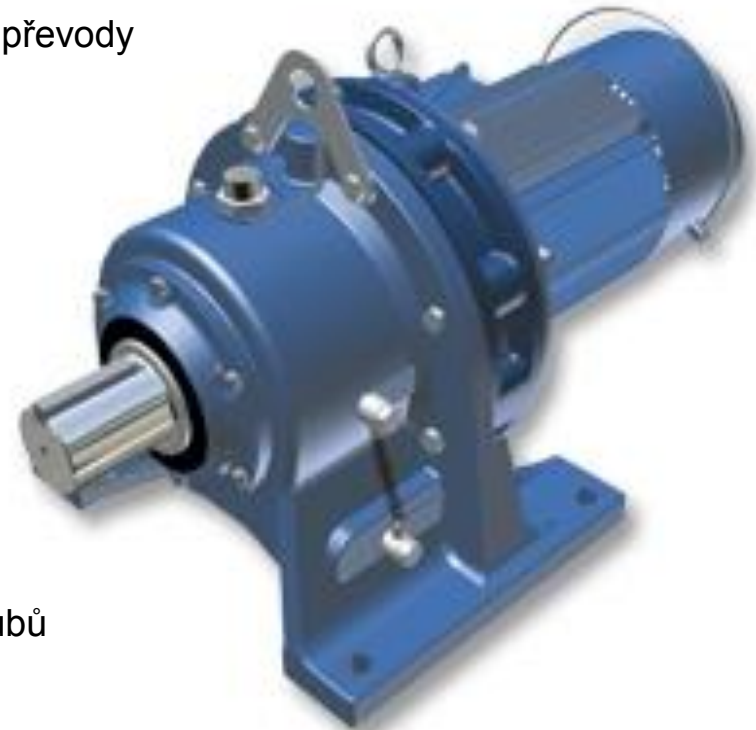
Ozubená kola soustřeďují silový tok do malého prostoru kontaktu zubů – proto nutná kvalita materiálu.

# Cykloidní ozubení

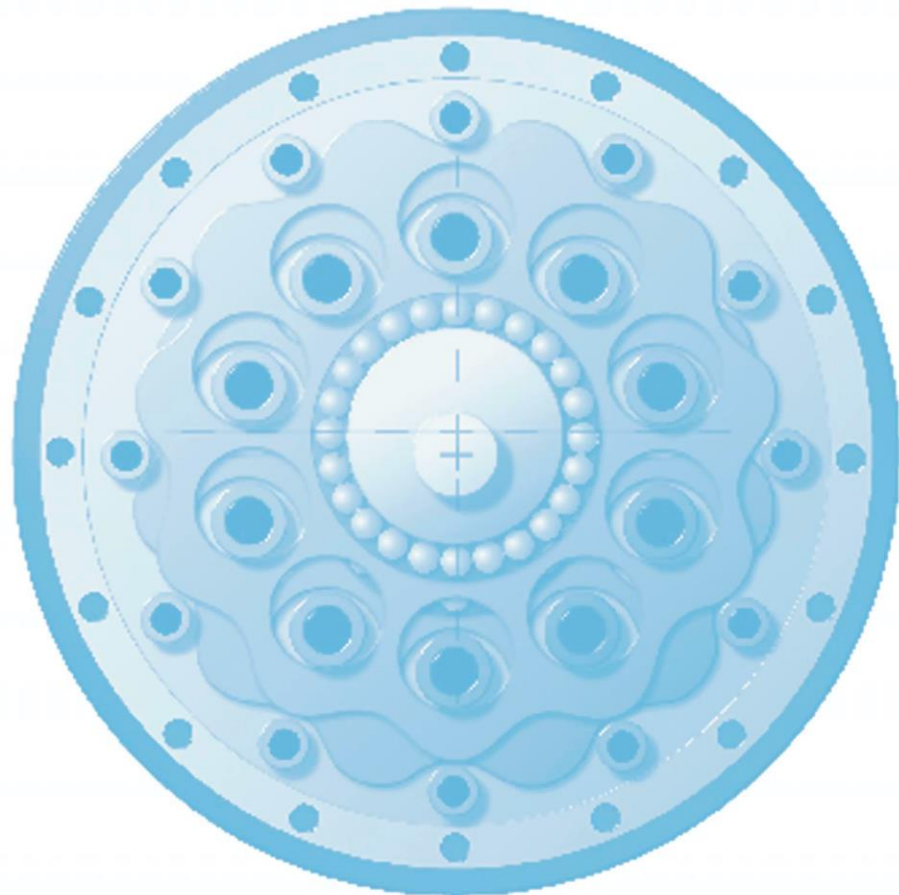


Používá se v převodkách Cyclo Lorenz Braren GmbH

pro velké převody



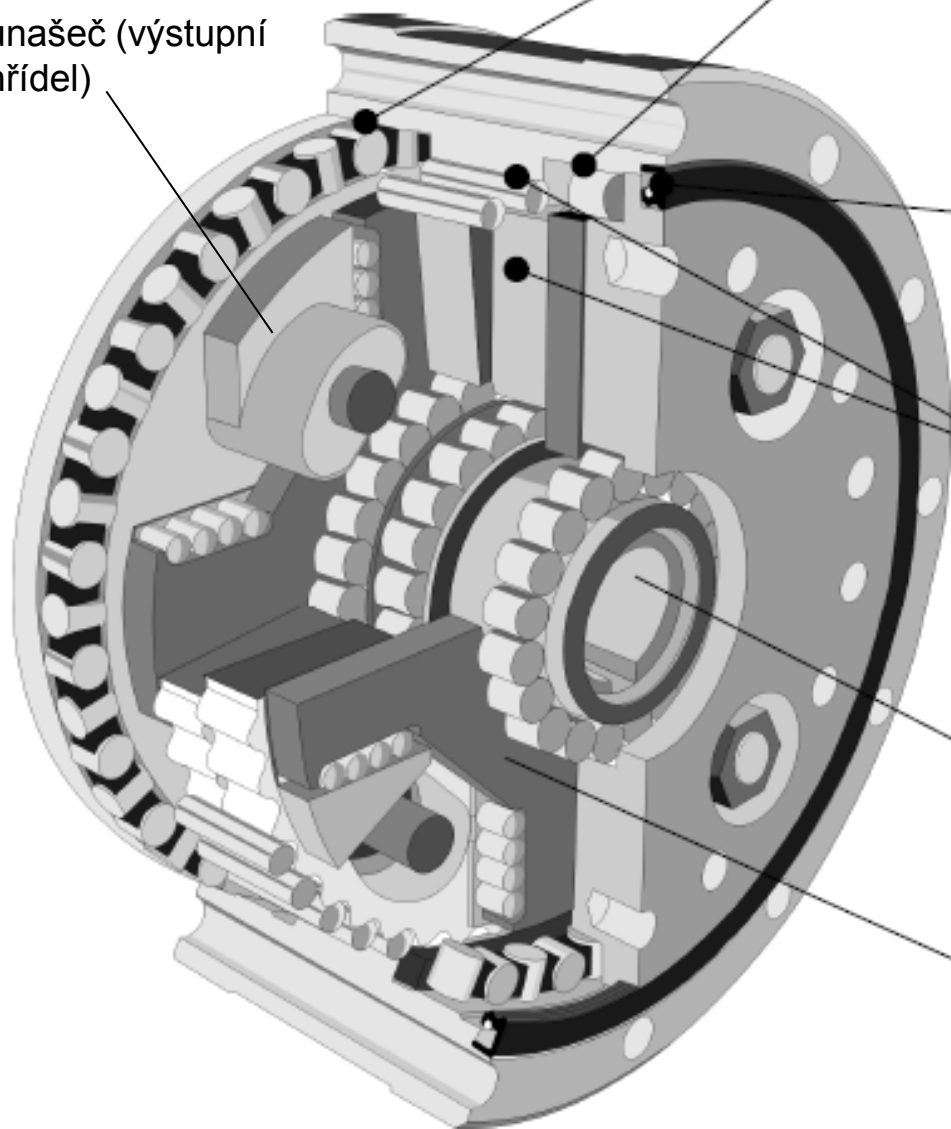
větší počet zubů  
v záběru





# Cykloidní převodovka TG Drives

unašeč (výstupní hřídel)



## LOŽISKA

- nové konštrukčné riešenie výstupných valčekových ložísk, ktoré sú priamo integrované do telesa
- v porovnaní s kuželíkovými ložiskami umožňujú prenášať niekoľkonásobne vyššie zaťaženie osovou silou
- vysoká presnosť uloženia vstupného hriadeľa a dvojice vzájomne prepojených prírub vzhľadom na nosné teleso

## VÝSTUPNÉ TESNENIA

- výstupná príruba utesnená voči presakovaniu maziva
- jednoduchá montáž bez potreby ďalších tesnení

## IHLÝ – CYKLOIDNÉ PŘEVODY

- takmer 50% ihl je v zábere s cykloidným prevodom
- vysoká momentová kapacita
- odolnosť voči momentovým šokom – až 5-násobok menovitého momentu
- chod bez nežiadúcej vôle, vysoká tuhosť

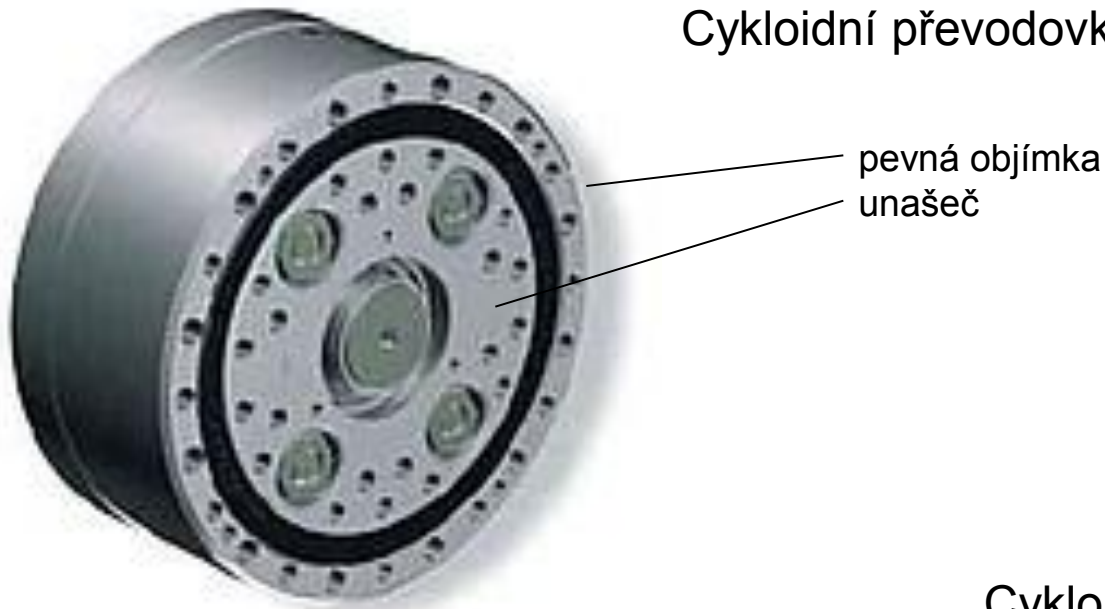
## VSTUPNÝ HRIADEL

- konštrukcia s dierou v hriadeľi
- možnosť priameho spojenia s motorom pomocou pera alebo remenice

## TRANSFORMAČNÝ ČLEN

- uloženie s predpätím
- bezvôľová prevádzka
- lineárna torzná charakteristika

## Cykloidní převodovka RTE Magic (TG Drive)



satelity mají cykloidní ozubení  
stavební rozměry velmi malé

elektropřevodovka  
(s přírubovým motorem)

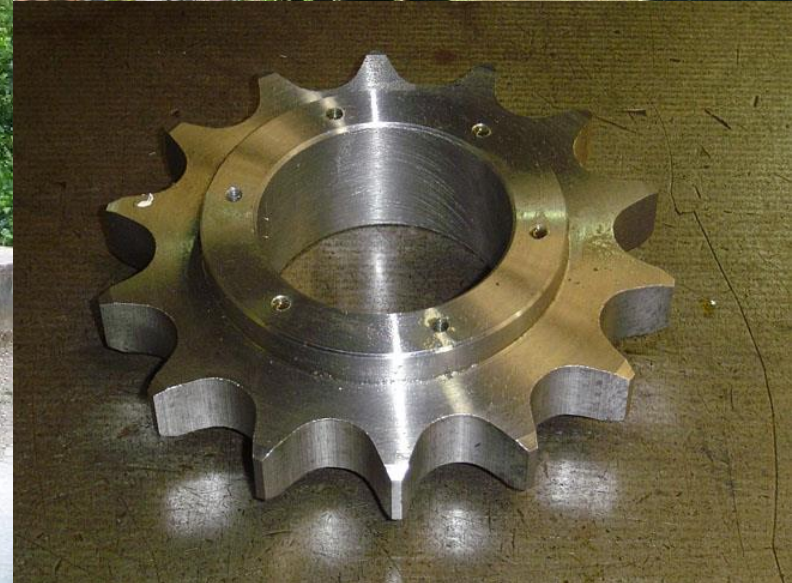
## Cykloidní převodovka FENNER





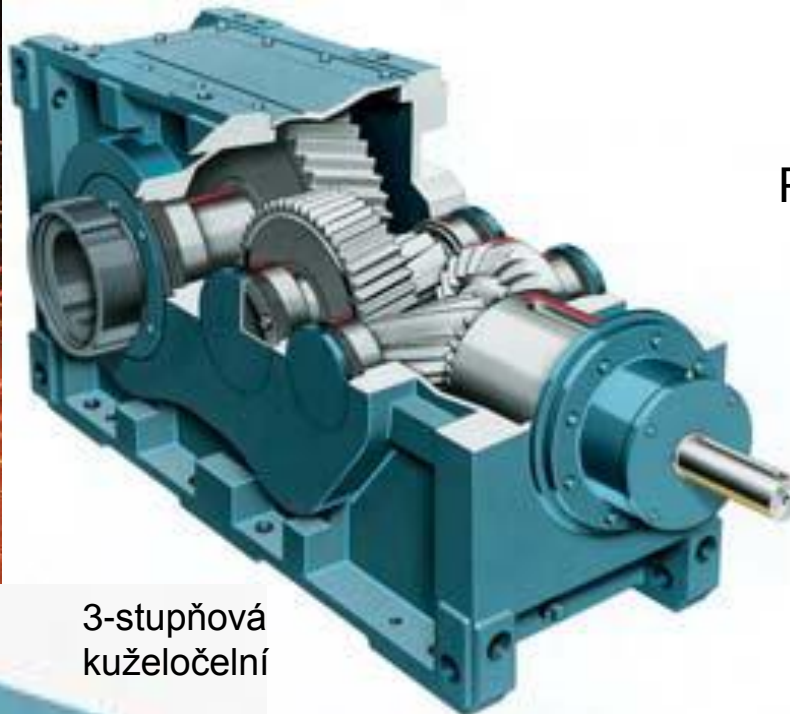
## Cévvové ozubení (cykloidní)

Ozubená tyč má místo zubů čepy (cévy), pastorek má zuby podobné zubům řetězových kol. Časté je použití pro ovládání stavidel, uzávěrů kanálů aj.





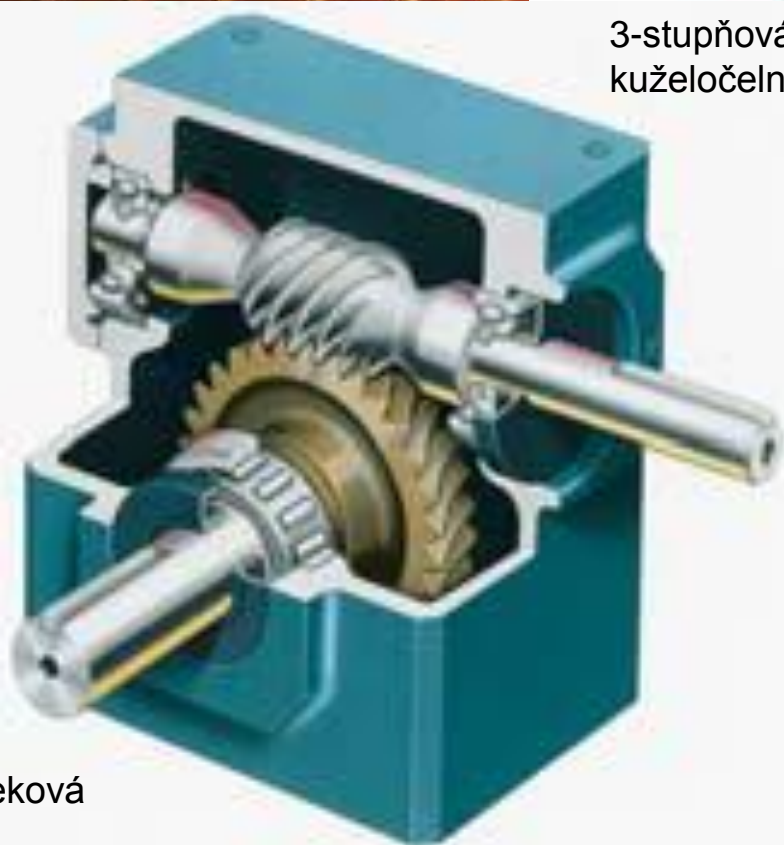
Planetová



Převodové skříně

- řazení převodů ve skříních
- seriové
  - paralelní

3-stupňová  
kuželočelní



Šneková

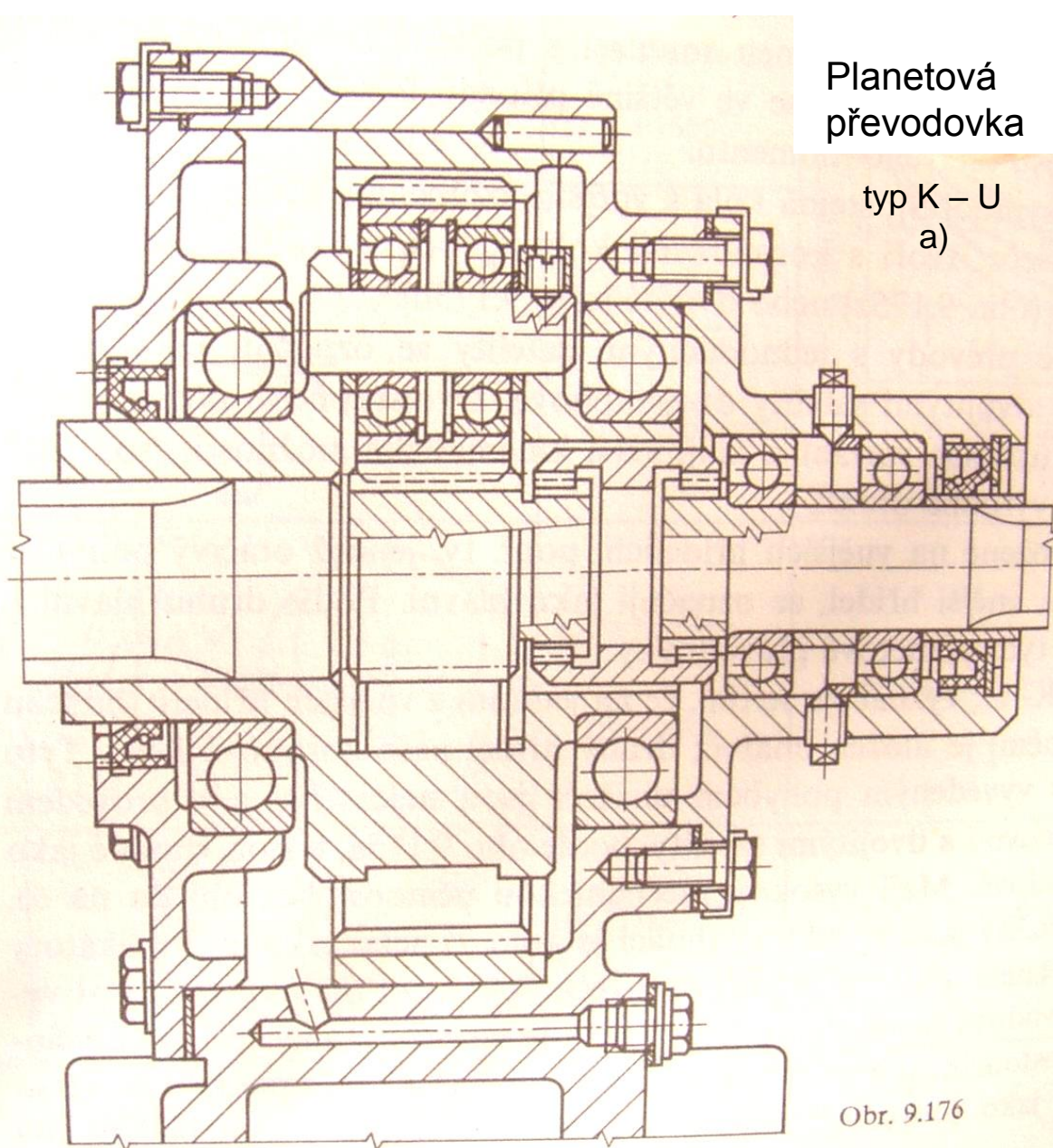


3-stupňová čelní



# Planetové převody a větvení toku výkonu

K - U		$i_{1U}^3 = 1 + \frac{z_3}{z_1}$ $(28 \div 8)$
K - U		$i_{1U}^4 = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$ $(1 \div 16)$
K - K		$i_{U1}^4 = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}}$ <p>c) <math>(30 \div 100) \div 1500</math>  d) <math>\div 1500</math></p>
K - K		$i_{15}^3 = \frac{1 + \frac{z_3}{z_1}}{1 - \frac{z_3 z_4}{z_2 z_5}}$ $(15 \div 200) \div 1500$
U - S		$i_{U2}^1 = \frac{z_2}{z_1 - z_2}$ $(15 \div 60)$
K - U		$i_{1U'}^1 = i_{1U}^3 \cdot i_{1'U'}^{3'}$ $(15 \div 60)$



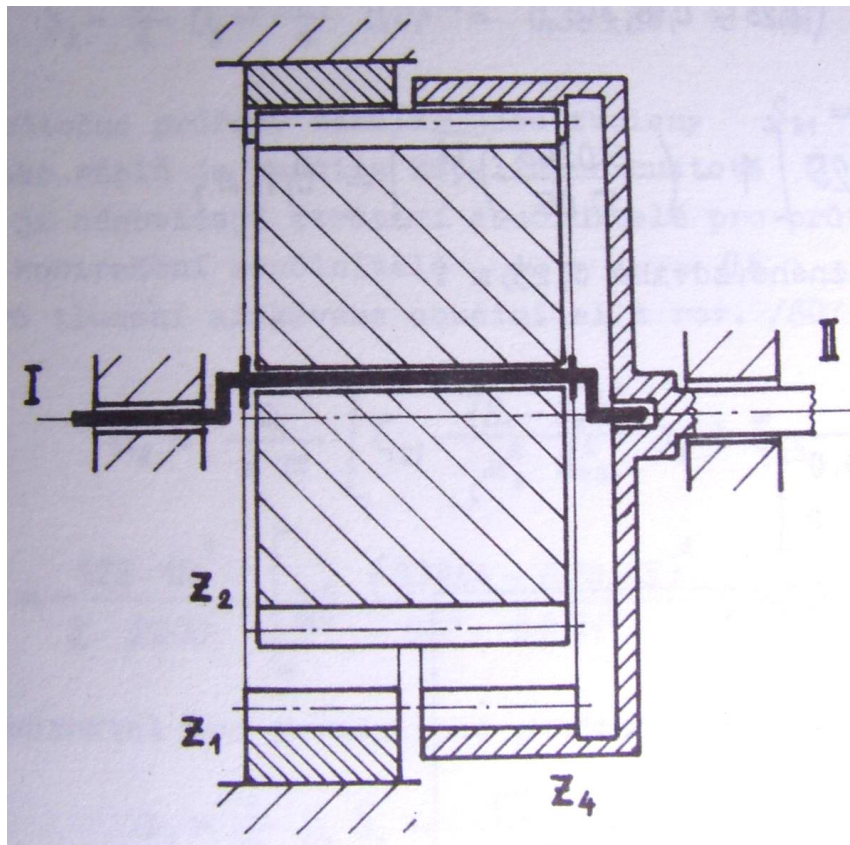
Planetová převodovka

typ K - U  
a)

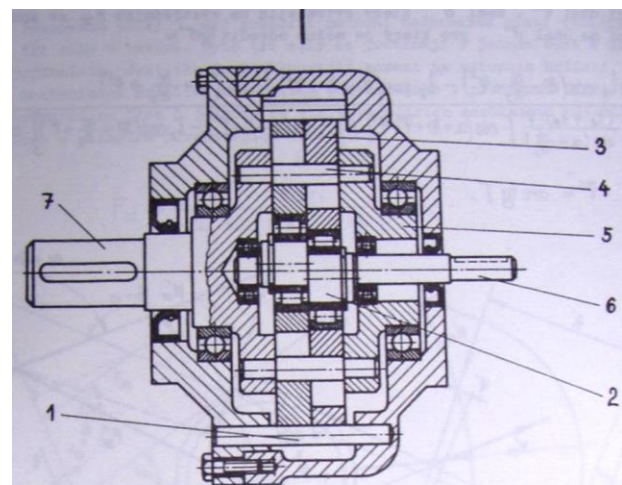


# Speciální planetové převodovky

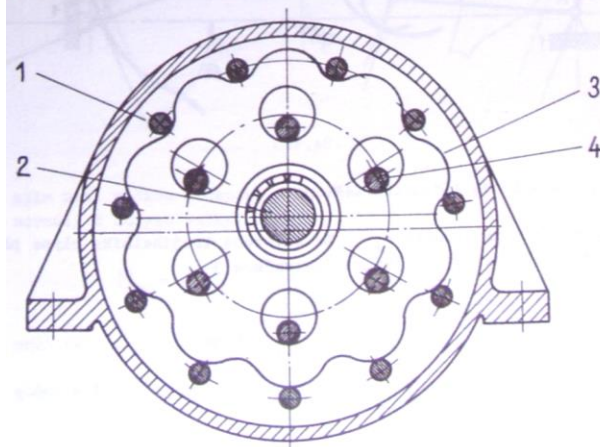
Převodovky s cykloidním ozubením (Cyclo Lorenz Braren), převodovky vlnové (Harmonic Drive) mají velký převod a uspořádání dostatečně symetrické, aby nevznikalo kmitání. Proto jsou běžně používány. Různé typy trochoidních, precesních a dalších převodů trpí nevyvážeností – nebezpečí vzniku kmitů.



Reduktor s jedním satelitem s vnitřním ozubením korunového kola



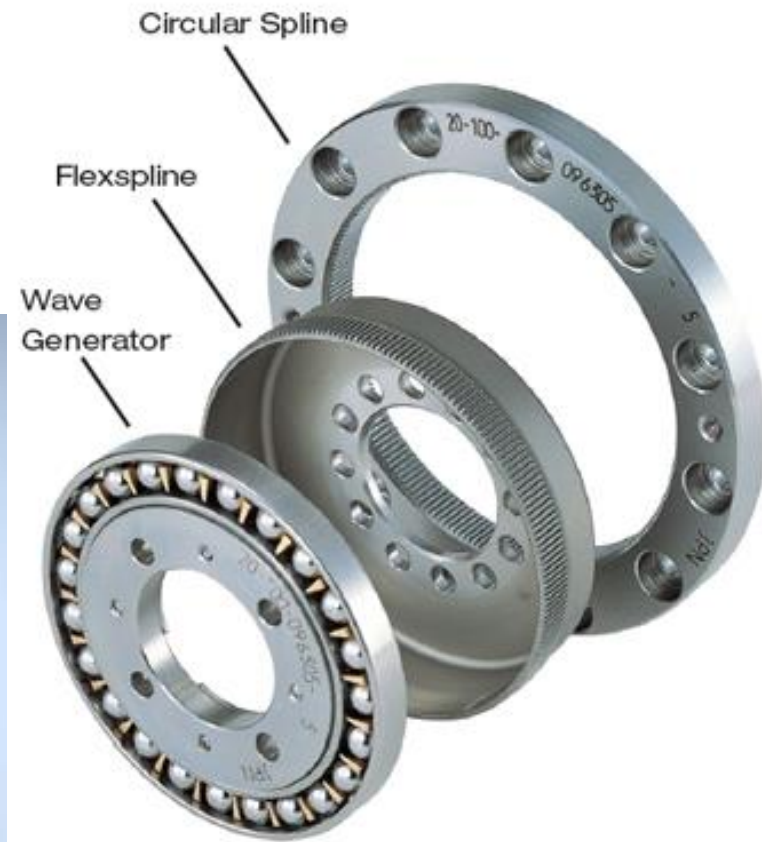
Cyclo reduktor





# Vlnová převodovka

Harmonic Drive



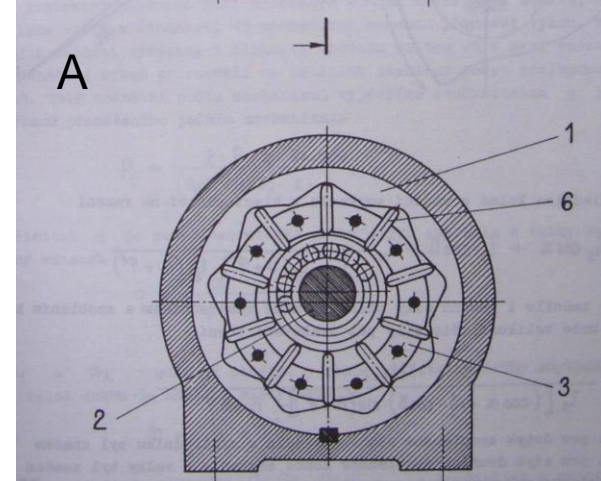
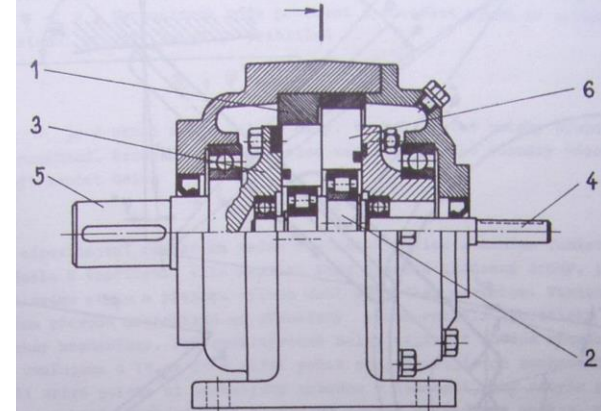
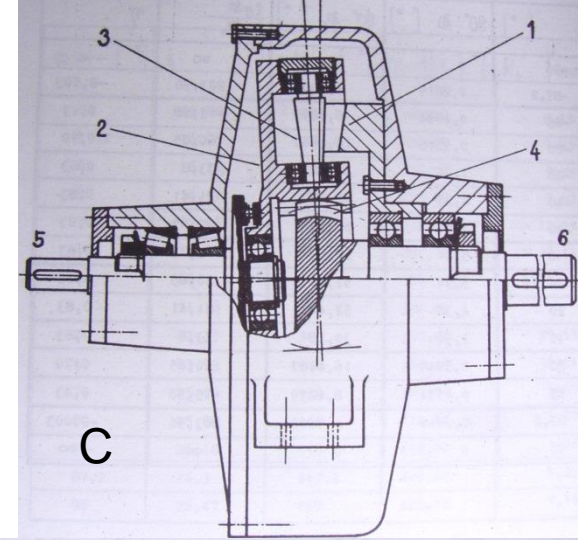
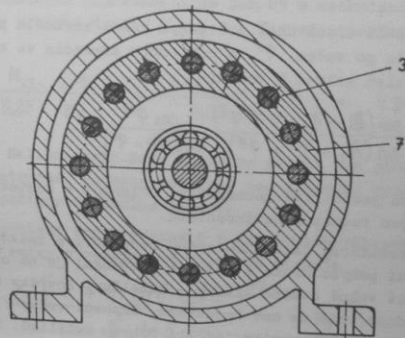
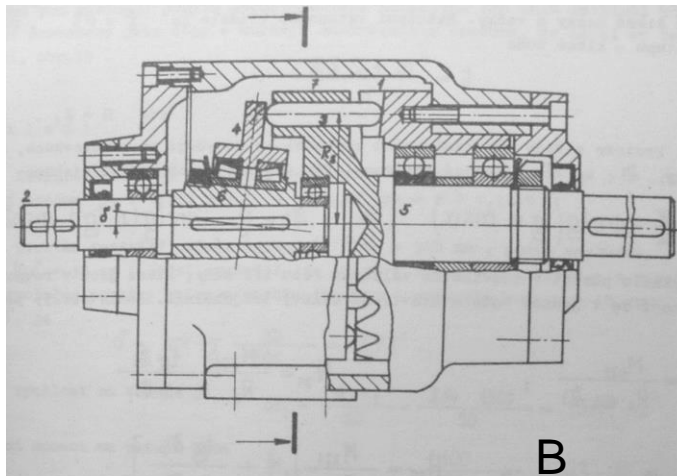
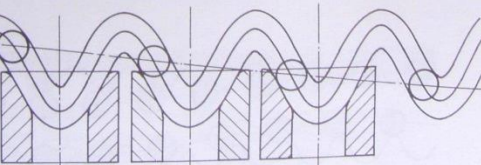
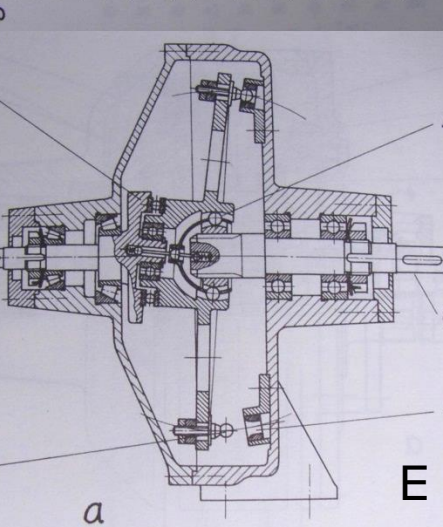
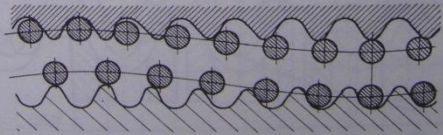
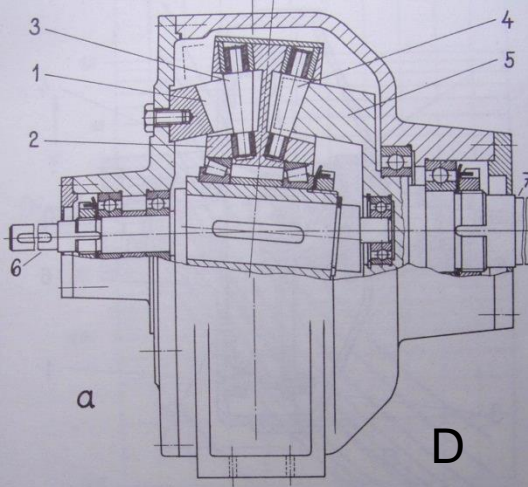
Vnitřní pružné kolo (satelit) má o 2 zuby méně než vnější pevné korunové kolo s vnitřním ozubením a je deformováno generátorem vln – oválem s nasazeným poddajným kuličkovým ložiskem. Za jednu otáčku oválu se satelit pootočí o 2 zuby.

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/85/Harmonic\\_drive\\_animation.gif](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/85/Harmonic_drive_animation.gif)

# Planetové reduktory

se speciálním ozubením

- A. Heliocentrické
- B. Axiální precesní
- C. Kuželíkový 1°
- D. Kuželíkový 2°
- E. Kuličkový



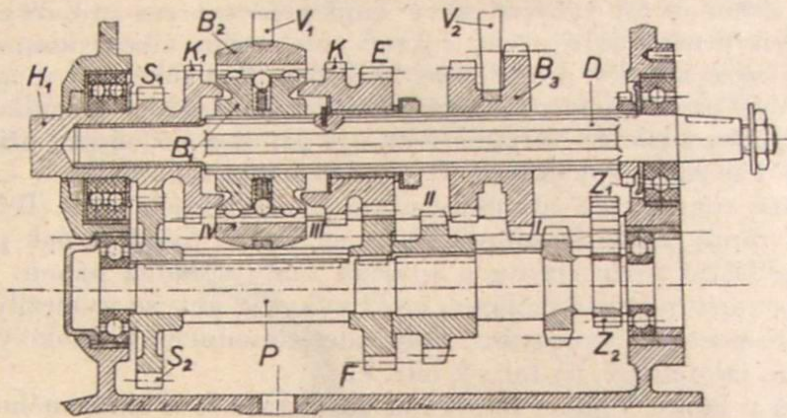


# Převody s nastavitelným převod. poměrem

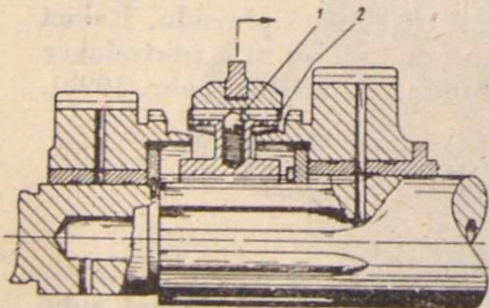
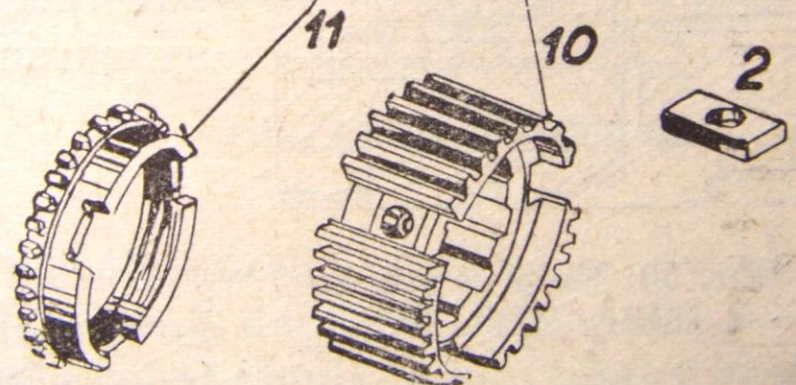
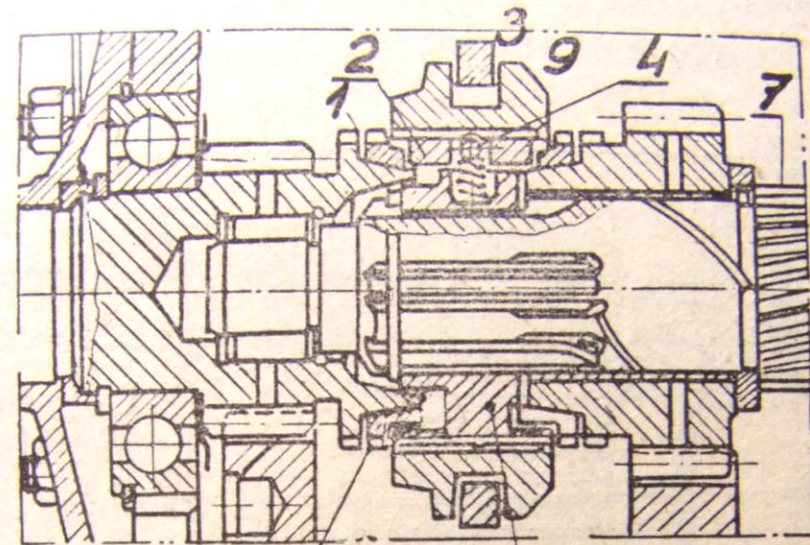
Převod je možno měnit stupňovitě nebo plynule (variátory).

Nastavení převodu stupňovitě – řazení -- bývá užíváno u převodů řemenových, řetězových a ozubenými koly. Jednotlivé převody jsou zapínány např. spojky (třecími, zubovými) nebo přesouváním ozubených kol, řetězu, řemene aj.

**Přesouvání kol nebo zubových spojek** při vypnuté spojce – bez zatížení  $M_k$ . Synchronizují se nejprve otáčky třecí kuželovou spojkou a potom se spojení dokončí radiální zubovou spojkou.



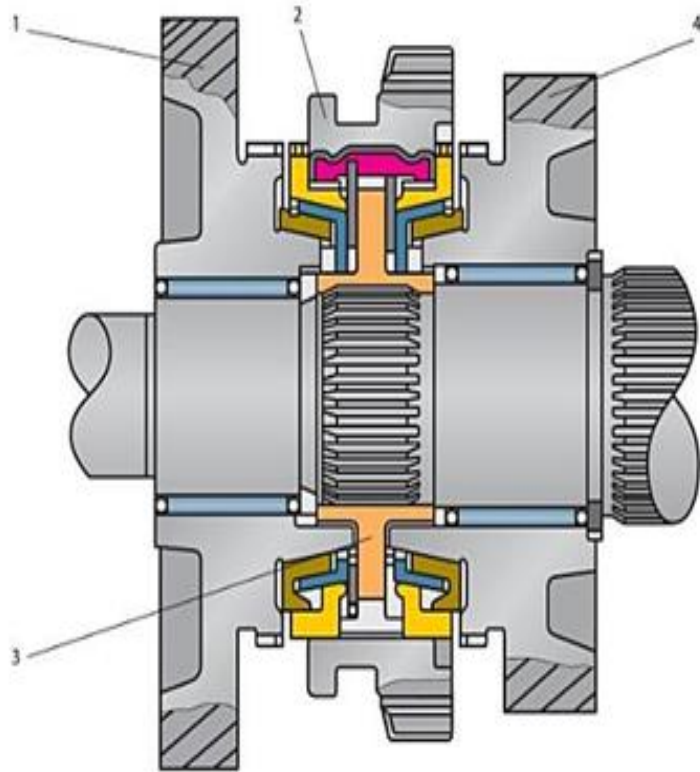
Obr. 46. Synchronisace.



Obr. 48a. Třecí záběr Tatraplan.

Obr. 48b. Zubový záběr Tatraplan.

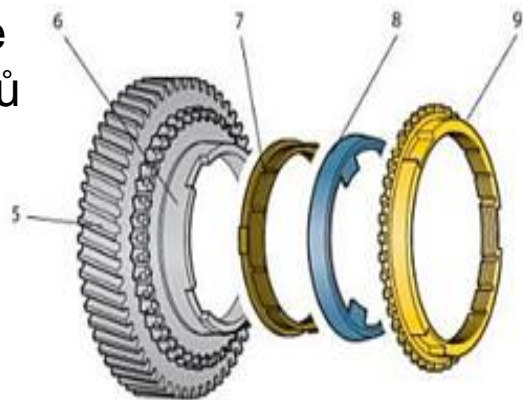




řadící vidlice a její vedení



synchronizace  
řazení převodů



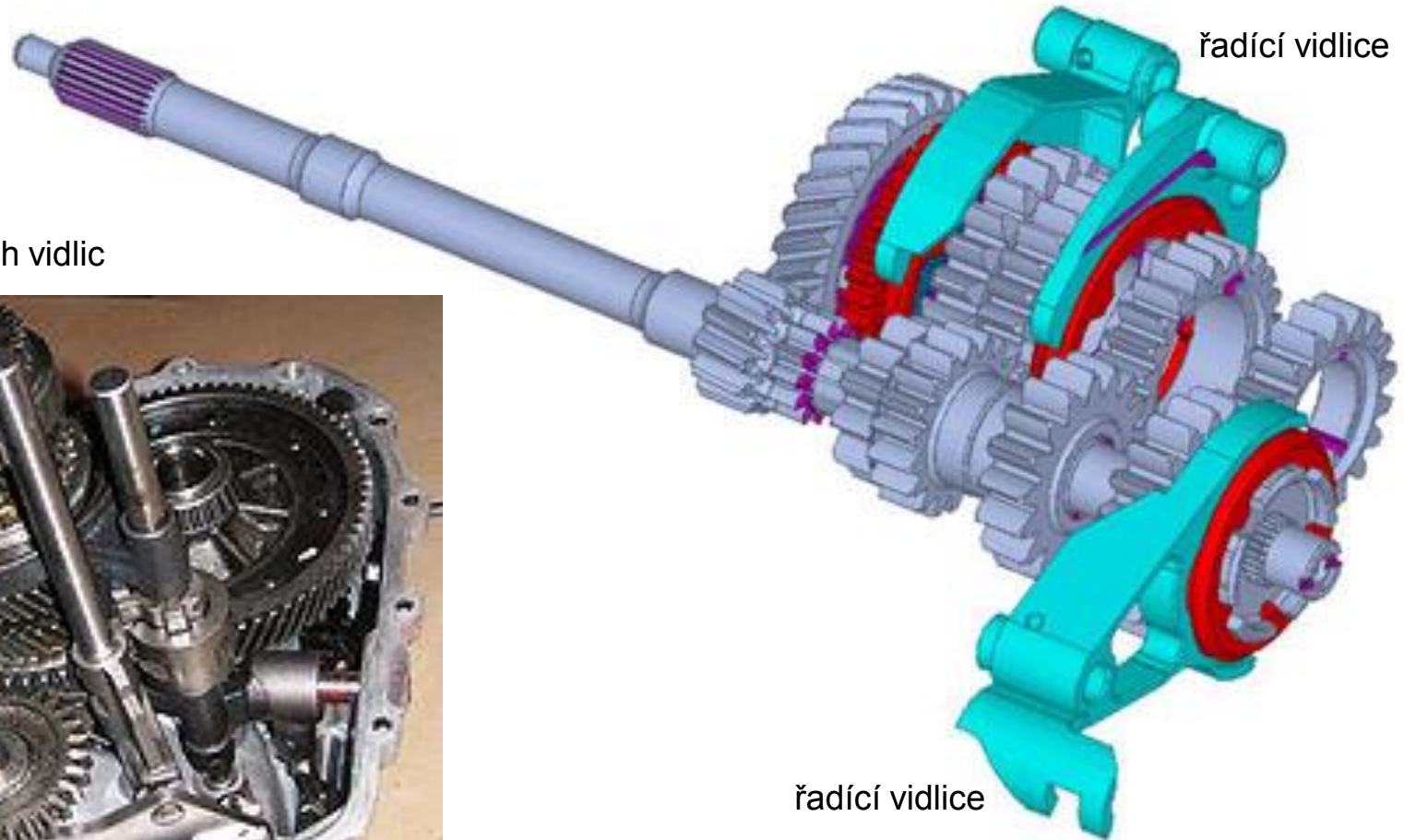
- 4 řazené kolo 2. rychlostního stupně
- 5 řazené kolo
- 6 kuželová plocha řazeného kola pro synchronizaci
- 7 vnitřní synchronní kroužek
- 8 kroužek s kuželovou plochou
- 9 vnější synchronní kroužek

- 1 řazené kolo 1. rychlostního stupně
- 2 přesuvná objímka
- 3 jádro synchronní spojky pro 1. a 2. rychlostní stupeň

## Přesouvací vidlice a jejich vedení

Přesuvná kola nebo přesuvné objímky zubových spojek mají drážku, do které je vložena přesouvací vidlice. Přesouvací vidlici posouvá koulí opatřený konec řadící páky, vidlice je vedena vedením.

vedení řadicích vidlic



řadící vidlice

# Variátory

(jsou převody s plynule nastavitelným převodovým poměrem)

## Typy variátorů

- mechanické třecí
- mechanické řemenové a řetězové
- hydrodynamické a hydrostatické
- elektrické (s frekvenčním měničem, komutátorové)

## Mechanické variátory

Poskytují možnost měnit průměry třecích kol, řemenic, řetězových kol. Třecí variátor obvykle mění průměr dráhy kontaktu třecích kol přímo nebo pomocí dalších vložených třecích kol (nepřímý).

Nutná velká přítláčná síla pro dosažení tření, tím vysoké zatížení ložisek. Lze vyřešit vhodnou konstrukcí, stále však značné opotřebení.

Vložená kola a jiné součásti nezmění převodový poměr  $i = d_2 / d_1$

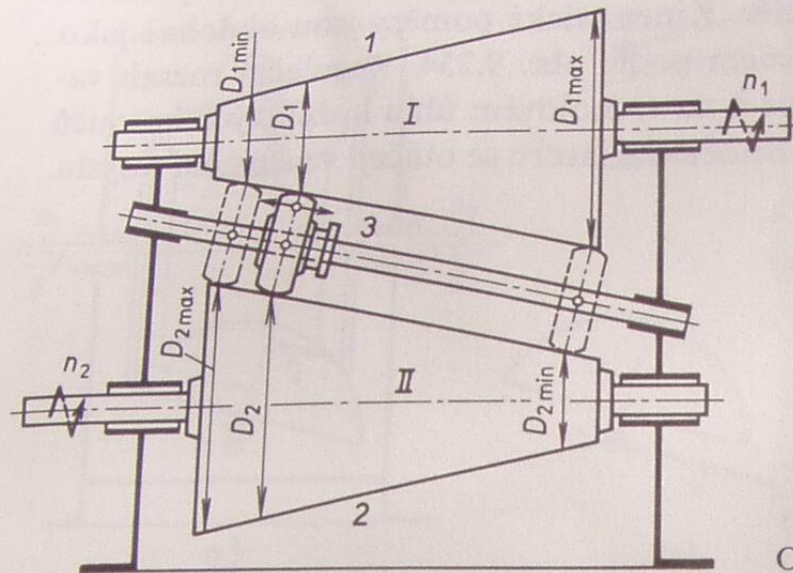
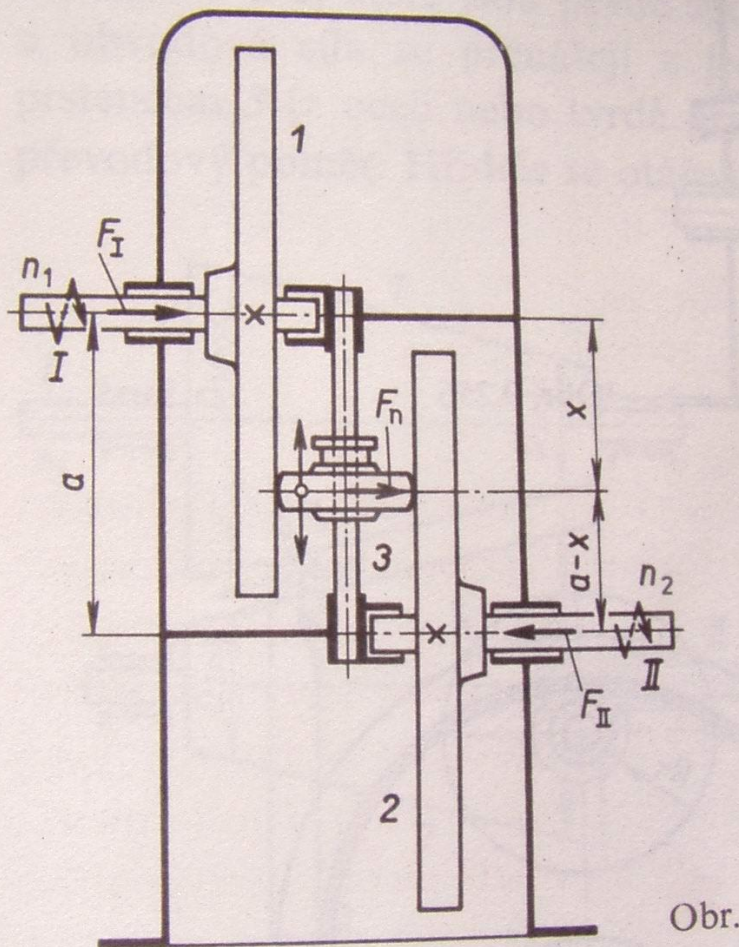
Hydrodynamické a hydrostatické variátory (převodovky) budou vyloženy s hydraulickými mechanismy.



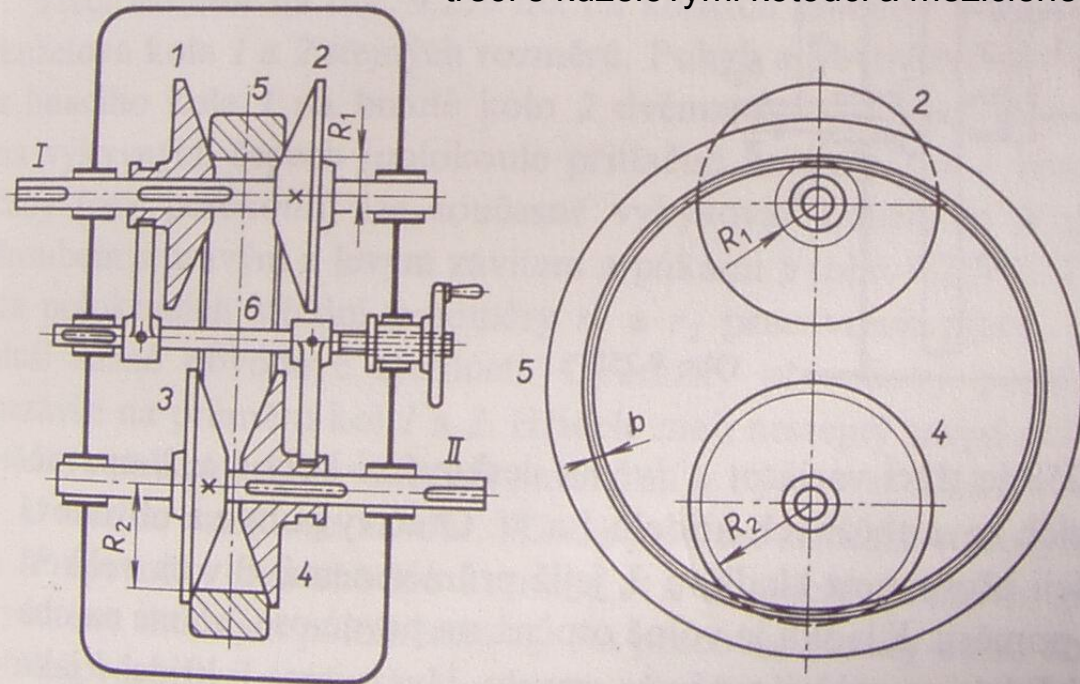
# Třecí variátory nepřímé

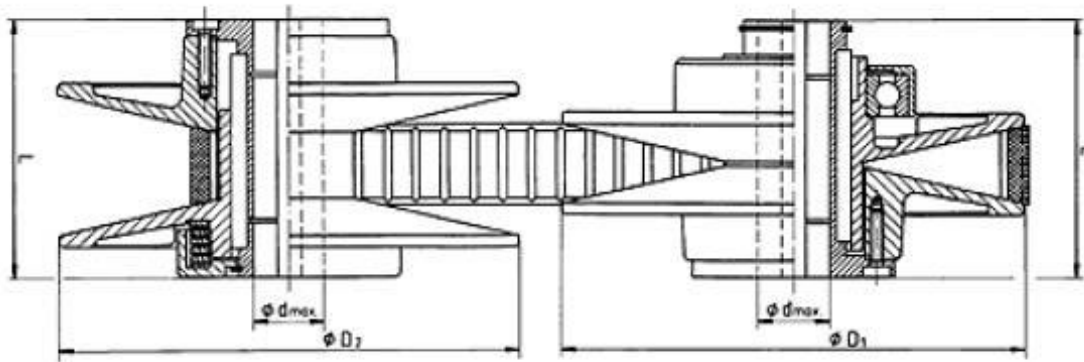
kontakt na čelech nebo kuželech

třecí s vloženým kolem



třecí s kuželovými kotouči a mezičlenem

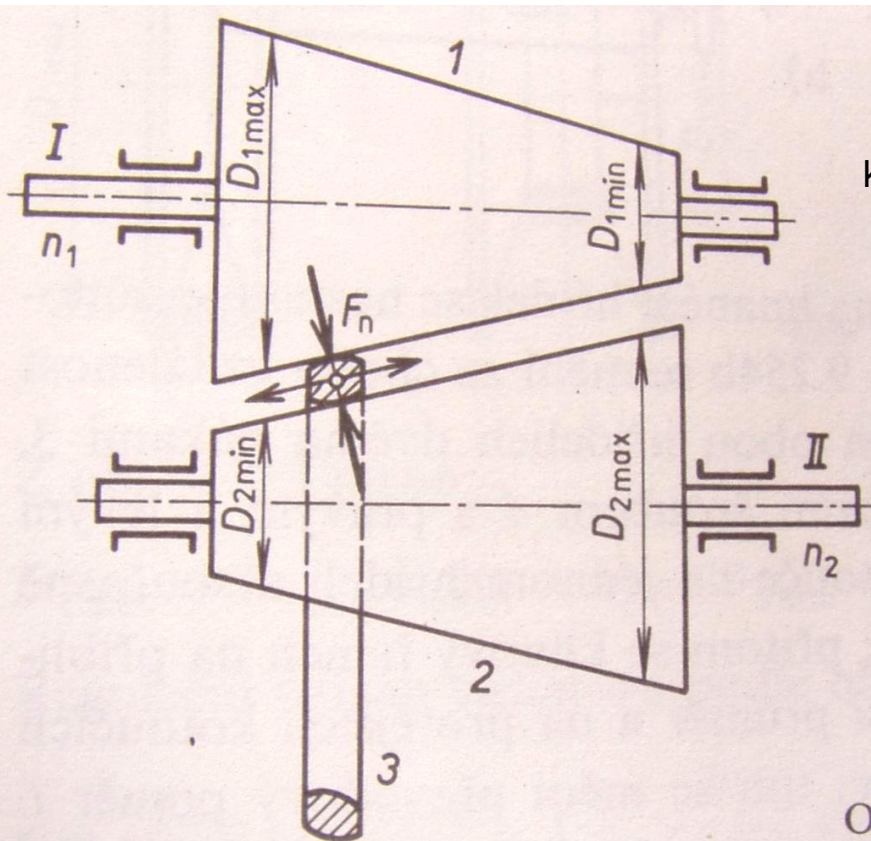




změna průměru řemenic

Řemenový variátor se zvláštním řemenem

RF b

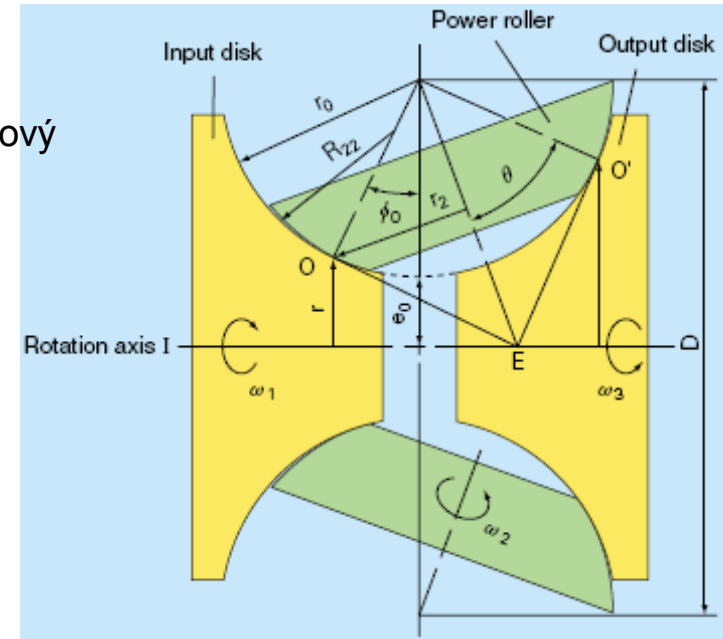


kuželový

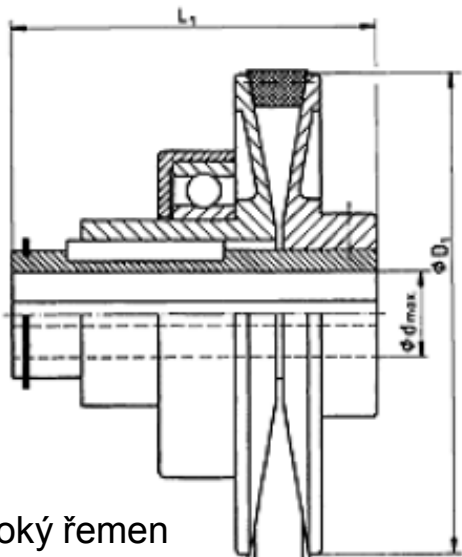
Třecí variátory (nepřímé)

změna průměru kontaktu

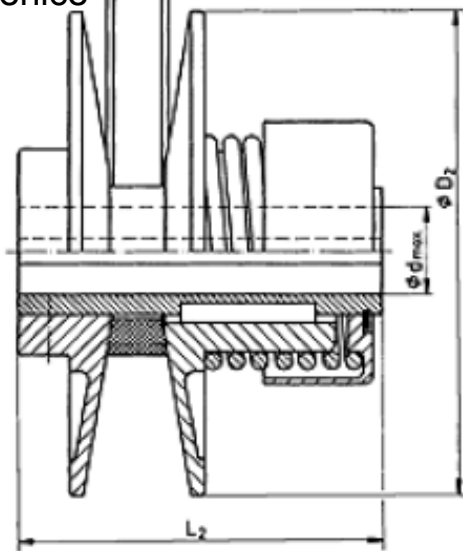
kulový





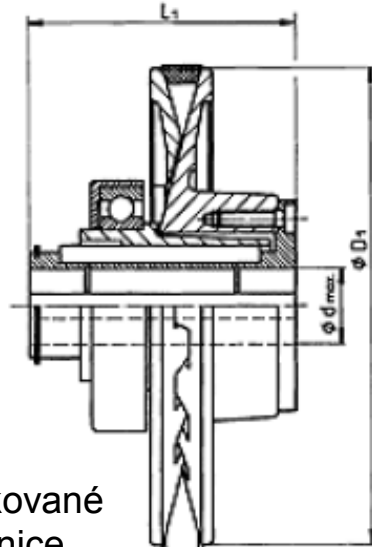


široký řemen  
hladké řemenice



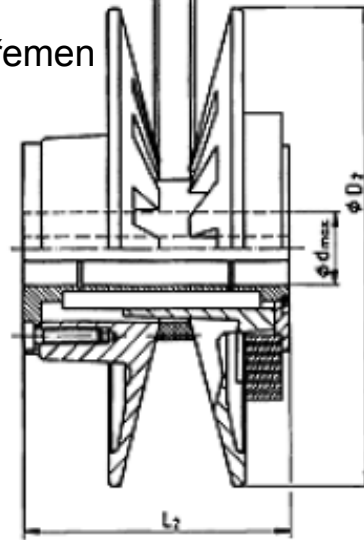
Řemenový variátor

**KRM**



drážkované  
řemenice

úzký řemen



Řemenový variátor

**RF**

Řemenové variátory

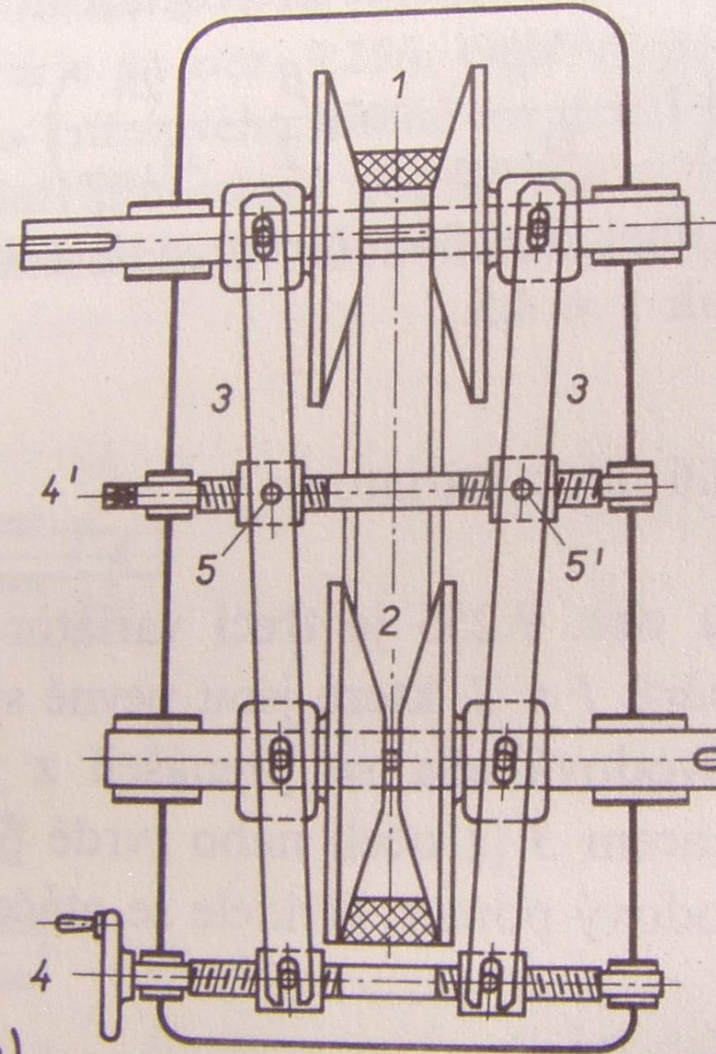
kuželové řemenice

změna průměru  
kontaktu

drážkované řemenice  
umožňující osové  
zasunutí

# Variátory

řemenový s širokým řemenem



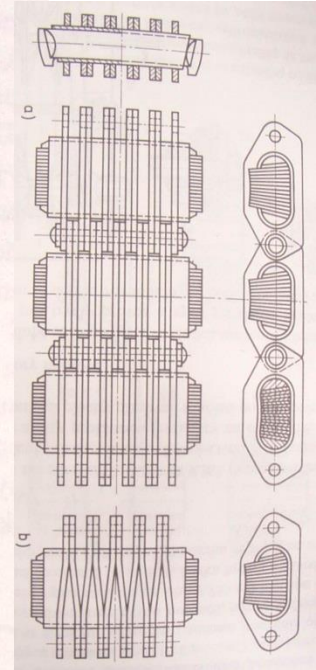
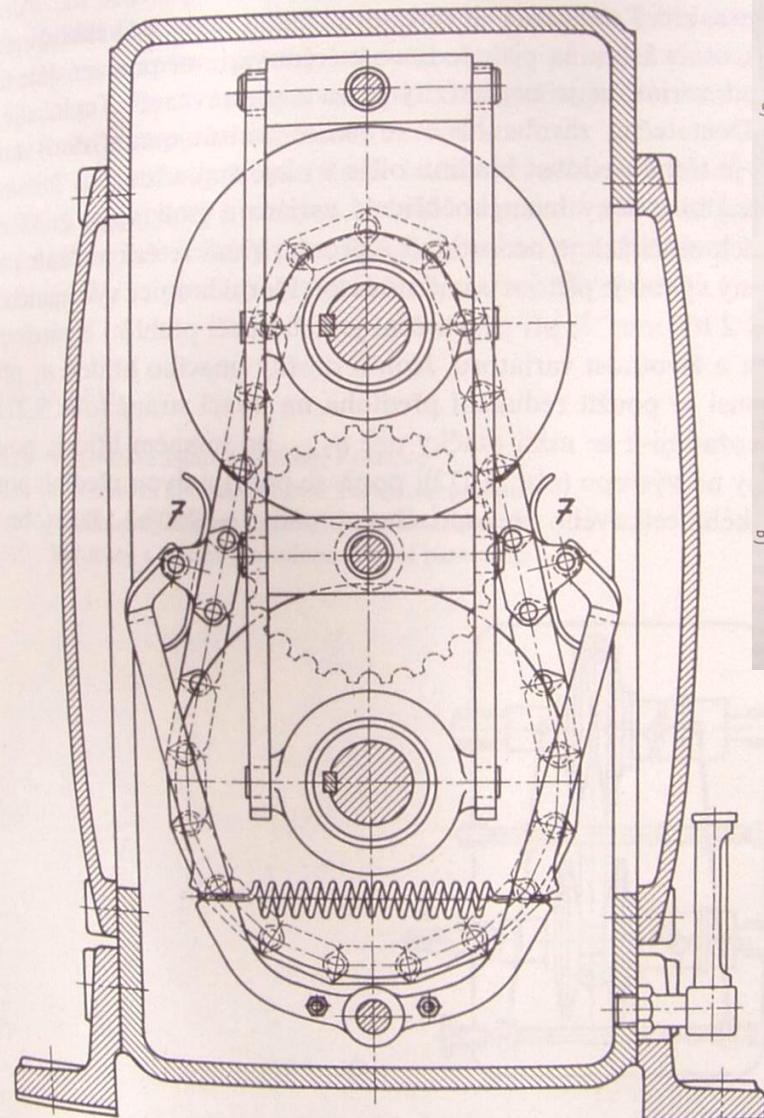
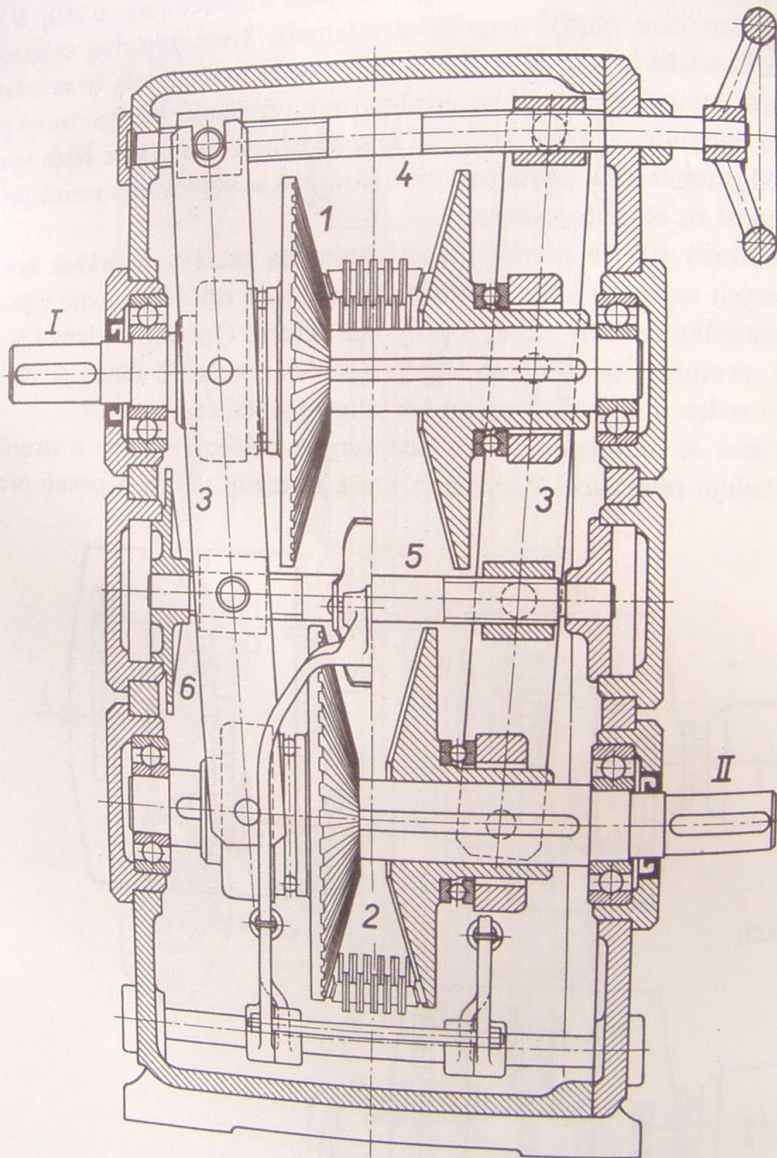
Průmyslové variátory fy P.I.V. GmbH





# Řetězový variátor (bez prokluzu)

s kuželovými drážkovanými kotouči a čepy řetězu ve tvaru posuvných lamel



lamelový řetěz



řetězový variátor

