

# DĚLENÍ HETEROGENNÍCH SMĚSÍ PŮSOBENÍM GRAVITACE

## Heterogenní systémy

<i>Heterogenní systém</i>	<i>Kontinuální fáze</i>	<i>Skupenství částic</i>
suspenze	kapalina	pevná látka
emulze	kapalina	kapalina
pěna, probublávaná kapalina	kapalina	plyn
prach, dým	plyn	pevná látka
mlha	plyn	kapalina

## *Odpor prostředí – odporová síla $F$*

- *třecí odpor* – způsobený vazkým třením tekutiny o povrch tělesa
- *tvarový odpor* – výsledná síla dynamického tlaku působícího na povrch tělesa

$$F = C_D S_p \frac{u^2}{2} \rho$$

# Odpor při obtékání kulové částice

**Stokesova oblast**

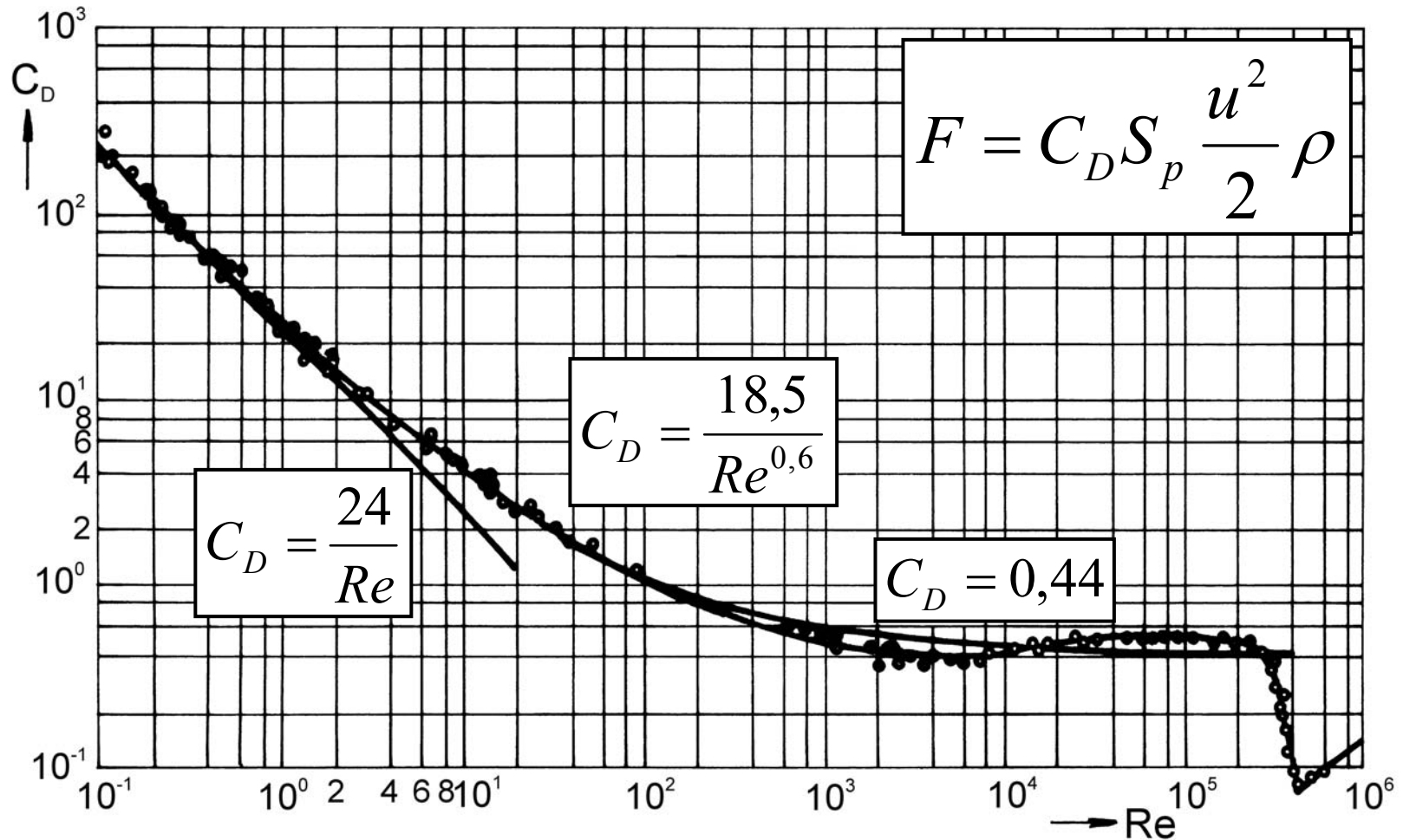
$$Re \leq 2$$

**přechodová oblast**

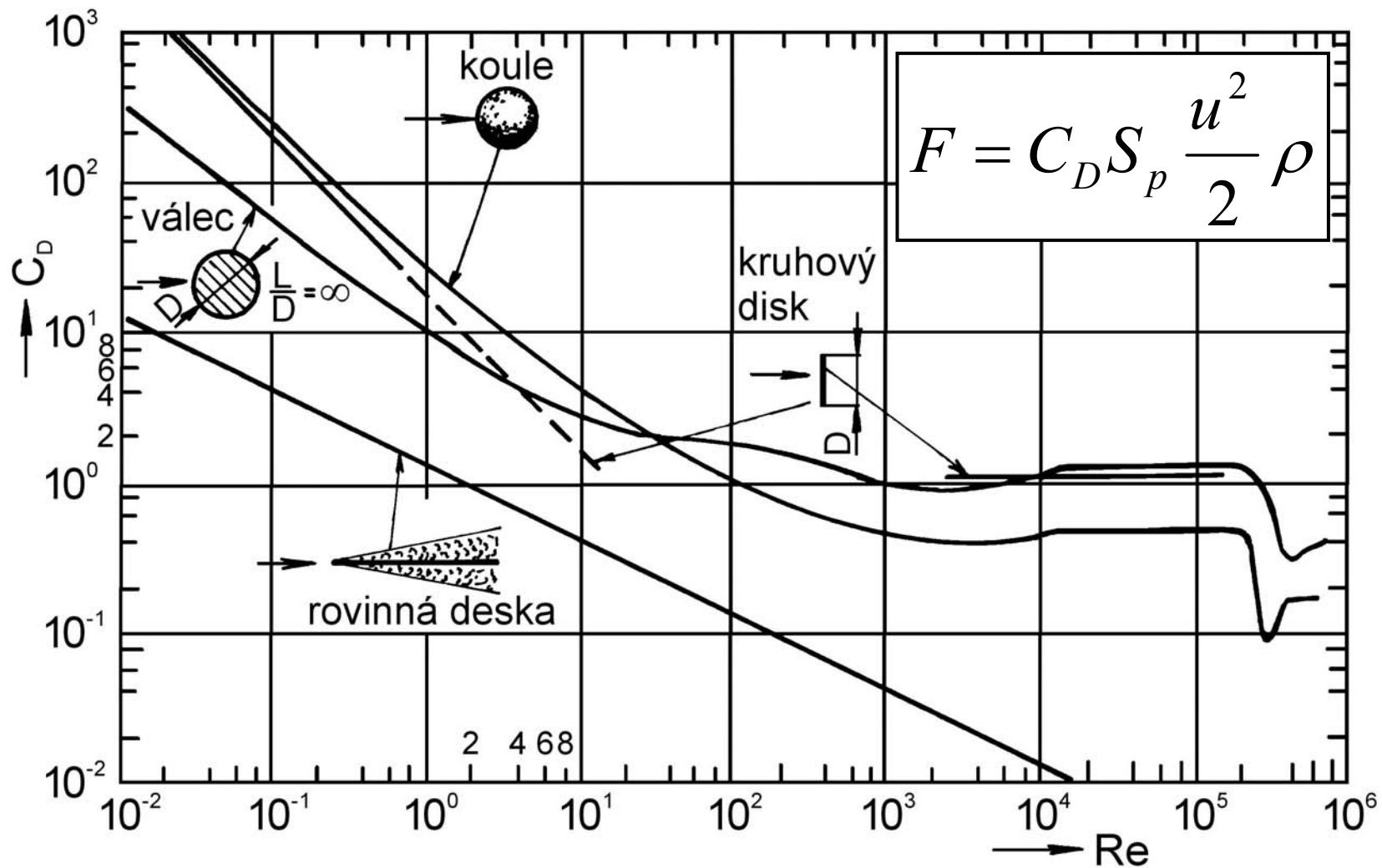
$$2 < Re < 500$$

**Newtonova oblast**

$$500 < Re < 3 \cdot 10^5$$

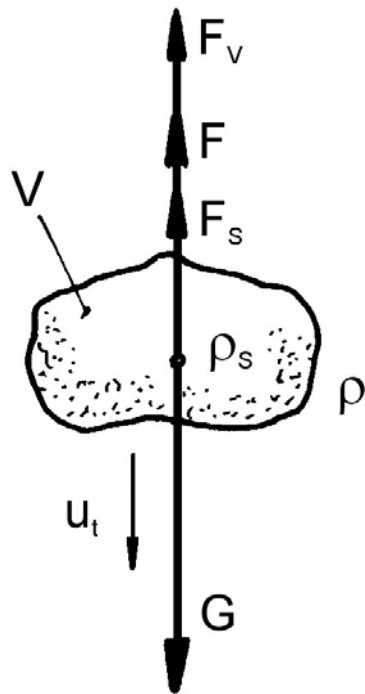


# Odpor při obtékání částic nekulového tvaru



# Pohyb částice v tekutině v gravitačním poli

## Nestacionární pohyb částice



$$G - F_V - F_s - F = 0$$

$G = V\rho_s g$

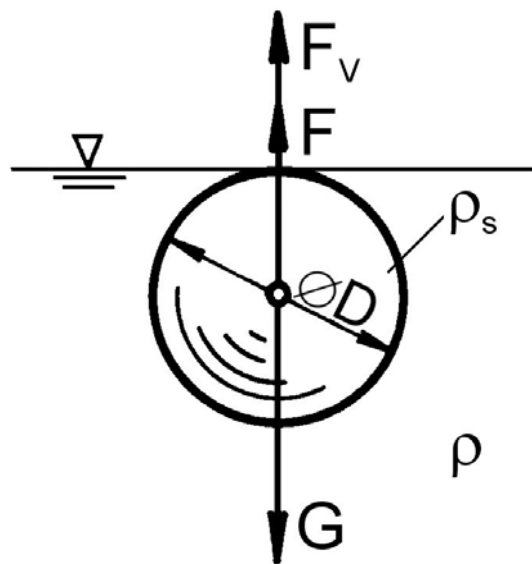
$F_V = V\rho g$

$F_s = V\rho_s \frac{du_t}{dt}$

$F = C_{Dt} S_p \frac{u_t^2}{2} \rho$

A background diagram shows a particle in a fluid flow. The fluid is moving to the right, indicated by a velocity vector  $u_t$ . The particle is shown with a downward velocity vector  $u_t$ . The fluid flow is represented by horizontal lines, and the particle is shown as a shaded area.

# Stacionární pohyb částice – mezní usazovací rychlost



$$G - F_V - \cancel{F_s} - F = 0$$

$$\frac{\pi D^3}{6} \rho_s g - \frac{\pi D^3}{6} \rho g - C_D \frac{\pi D^2}{4} \frac{u^2}{2} \rho = 0$$

$$u = \sqrt{\frac{4 D (\rho_s - \rho) g}{3 C_D \rho}}$$

**Stokesova oblast** ( $Re \leq 2$ ):

$$u = \frac{D^2 (\rho_s - \rho) g}{18 \mu}$$

**přechodová oblast** ( $2 < Re < 500$ ):

$$u = 0,153 \frac{D^{1,14} (\rho_s - \rho)^{0,71} g^{0,71}}{\rho^{0,29} \mu^{0,43}}$$

**Newtonova oblast** ( $500 < Re < 3 \cdot 10^5$ ):

$$u = 1,74 \sqrt{\frac{D (\rho_s - \rho) g}{\rho}}$$

# Výpočet usazovací rychlosti

*Usazovací rychlost nelze vypočítat přímo*, protože neznáme předem oblast, ve které usazování probíhá. Tato oblast je určena hodnotou Reynoldsova čísla, ve kterém se vyskytuje neznámá rychlost  $u$ . Proto budeme hledat takové bezrozměrné číslo, ve kterém se neznámá rychlost nevyskytuje.

$$u = \sqrt{\frac{4 D(\rho_s - \rho)g}{3 C_D \rho}} \Rightarrow C_D = \frac{4 D(\rho_s - \rho)g}{3 u^2 \rho},$$

kde  $C_D = f(Re)$

$$Re = \frac{uD\rho}{\mu}$$

V obou kritériích je obsažena zatím neznámá usazovací rychlost. Hledané kritérium, které neobsahuje neznámou rychlost, lze získat jako součin  $C_D Re^2$ :

$$C_D Re^2 = \frac{4 D(\rho_s - \rho)g}{3 u^2 \rho} \frac{u^2 D^2 \rho^2}{\mu^2} = \frac{4 D^3 (\rho_s - \rho) \rho g}{3 \mu^2}$$

Hodnotu tohoto bezrozměrného kritéria již lze vypočítat ze zadaných veličin a na základě jeho velikosti můžeme rozhodnout, ve které oblasti usazování probíhá.

Hraniční hodnoty lze vypočítat z udaných mezních hodnot  $Re$ :

Pro oblast *Stokesovu* ( $Re < 2$ ,  $C_D = 24/Re$ ) dostaneme:  $C_D Re^2 < 48$

Pro oblast *přechodovou* platí:  $48 < C_D Re^2 < 1,1 \cdot 10^5$

Pro oblast *Newtonovu* ( $500 < Re < 3 \cdot 10^5$ ,  $C_D = 0,44$ ) dostaneme:  $1,1 \cdot 10^5 < C_D Re^2 < 4 \cdot 10^{10}$

# Výpočet průměru kulové částice z usazovací rychlosti

Je-li známa usazovací rychlost a máme-li určit *průměr částice*, není přímý výpočet opět možný, protože podobně jako v předchozím případě se neznámý průměr vyskytuje jak ve výrazu pro bezrozměrný součinitel odporu  $C_D$ , tak v Reynoldsově čísle  $Re$ . Bezrozměrné číslo, které neobsahuje neznámý průměr částice, získáme vydělením vztahu pro  $C_D$  Reynoldsovým číslem  $Re$ :

$$\frac{C_D}{Re} = \frac{4}{3} \frac{D(\rho_s - \rho)g}{u^2 \rho} \frac{\mu}{uD\rho} = \frac{4}{3} \frac{(\rho_s - \rho)g\mu}{u^3 \rho^2}$$

Hraniční hodnoty lze opět snadno určit ze známých mezních hodnot  $Re$ :

Pro oblast *Stokesovu* je  $C_D/Re > 6$

Pro oblast *přechodovou* je  $8,8 \cdot 10^{-4} < C_D/Re < 6$

Pro oblast *Newtonovu* je  $1,47 \cdot 10^{-6} < C_D/Re < 8,8 \cdot 10^{-4}$

Výpočet  $D$  ze vztahů pro usazovací rychlost:

**Stokesova oblast** ( $Re \leq 2$ ):  $D = 3 \cdot \sqrt{\frac{2u\mu}{(\rho_s - \rho)g}}$

**přechodová oblast** ( $2 < Re < 500$ ):  $D = 5,19 \frac{u^{0,877} \rho^{0,254} \mu^{0,377}}{(\rho_s - \rho)^{0,623} g^{0,623}}$

**Newtonova oblast** ( $500 < Re < 3 \cdot 10^5$ ):  $D = 0,33 \frac{u^2 \rho}{(\rho_s - \rho)g}$

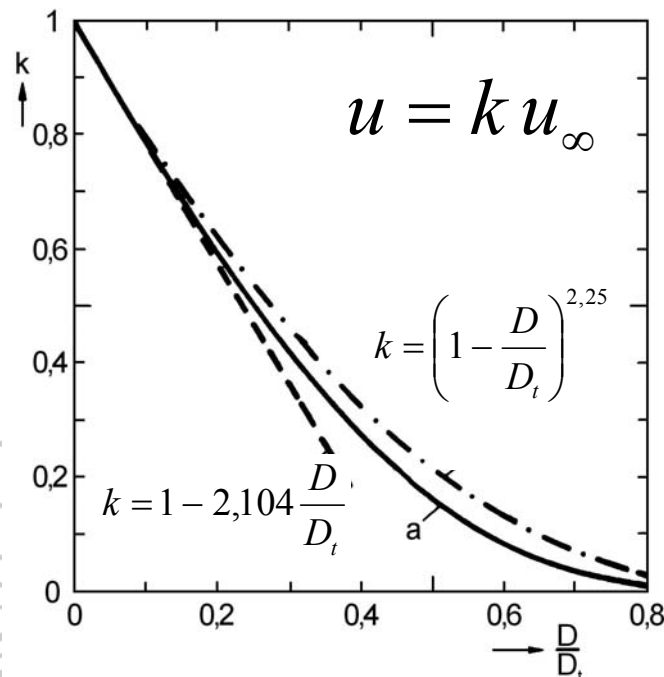
## Další faktory ovlivňující rychlost usazování

- **Vliv ohraničenosti prostředí na usazování jedné částice**

- **Vliv elektrických sil mezi částicemi**

- **Vliv nespojitosti prostředí**

- **Vliv pohybu prostředí**



- **Vliv vzájemného působení částic –  $u = u_\infty \varphi(\varepsilon)$**

Vztah pro výpočet rychlosti rušeného usazování navrhli Goroško, Rozenbaum a Todes:

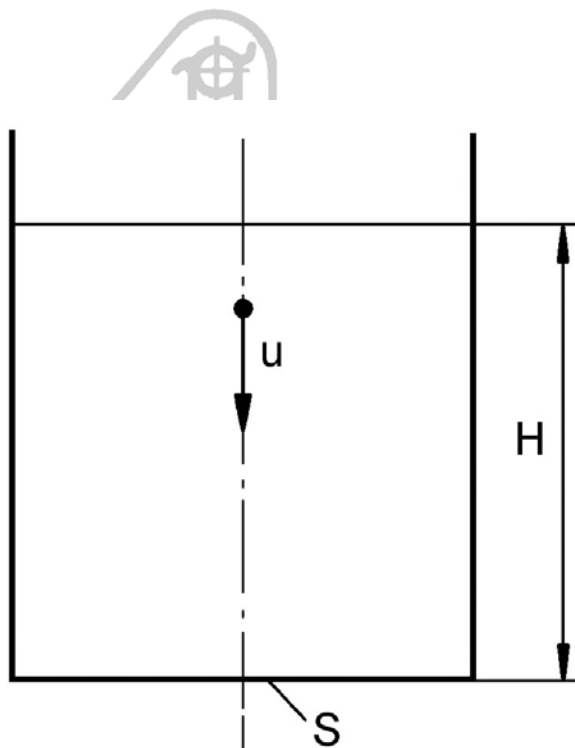
$$Re = \frac{Ar \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,6 \sqrt{Ar \varepsilon^{4,75}}}, \quad \text{kde} \quad Ar = \frac{D^3 \Delta \rho \rho g}{\mu^2}$$



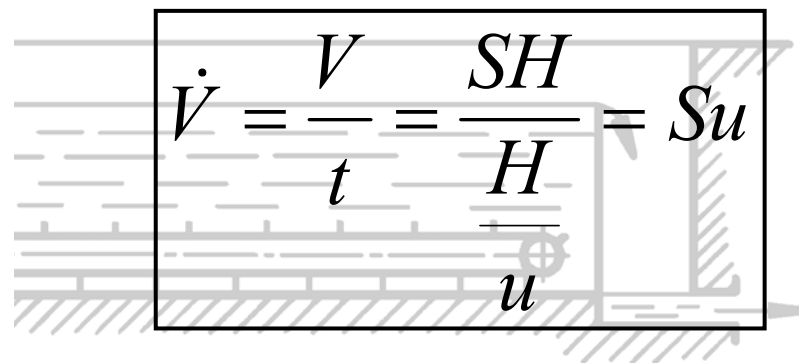
# Zařízení pro gravitační usazování

## Periodické usazování

### Periodicky pracující usazovák



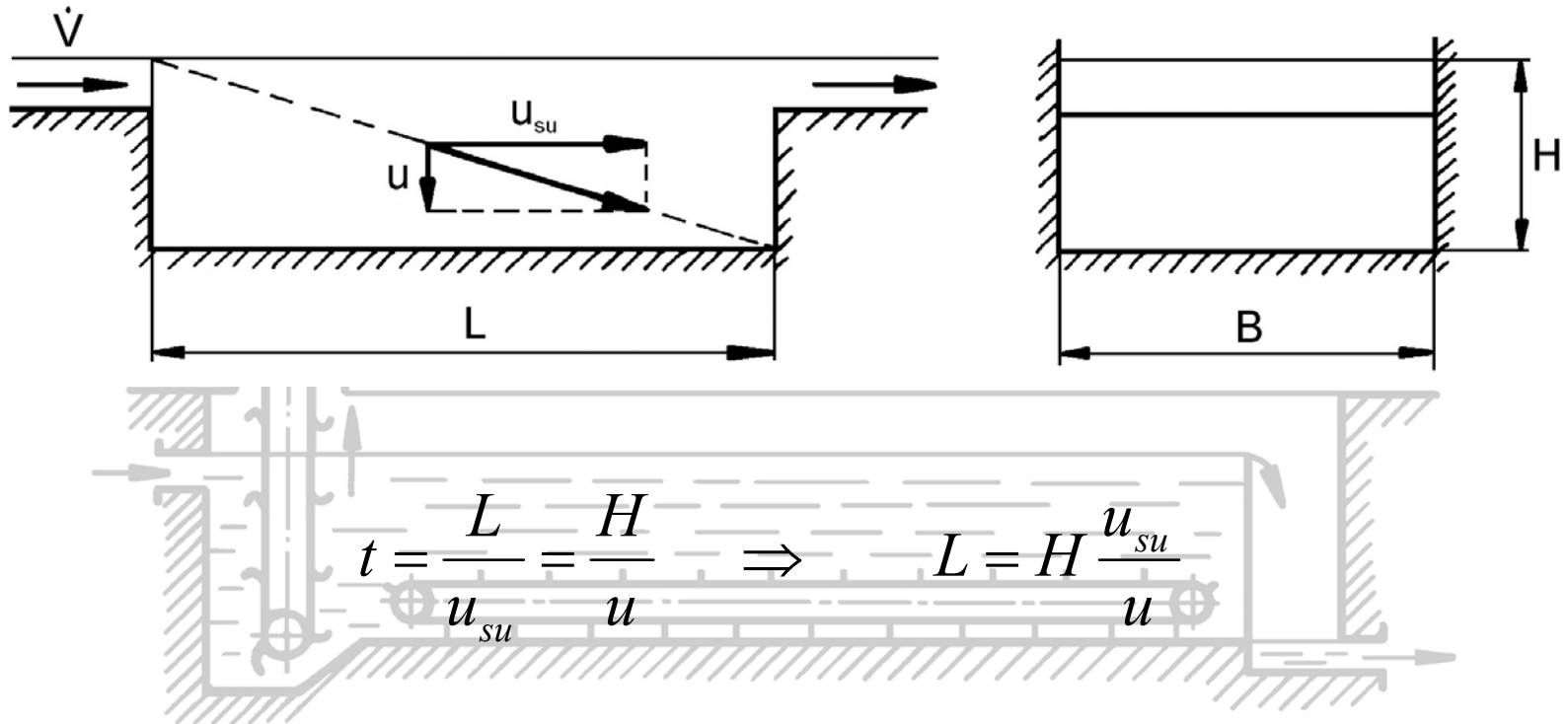
$$t = \frac{H}{u}$$



$$\dot{V}_{stř} = \frac{V}{t + t_m}$$

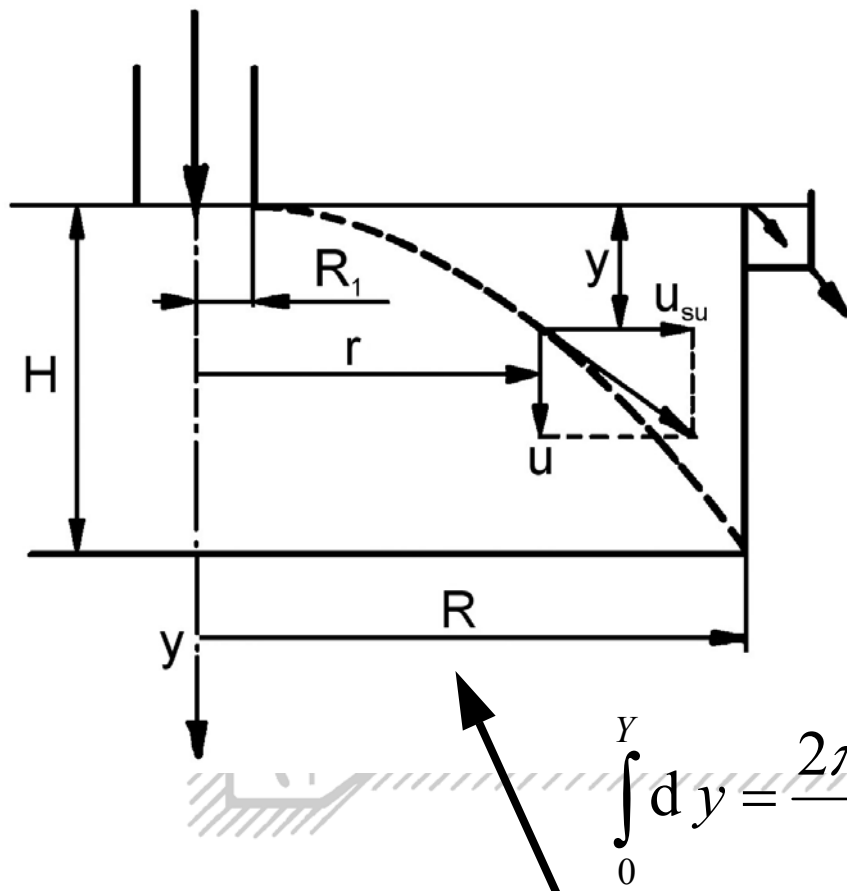
# Polokontinuální usazování

Polokontinuálně pracující usazovák obdélníkového průřezu



$$\dot{V} = BH u_{su} = BL u = Su$$

## Polokontinuálně pracující kruhový usazovák



$$dy = u dt, \quad dr = u_{su} dt$$

$$dt = \frac{dy}{u} = \frac{u}{u_{su}}$$

$$u_{su} = \frac{\dot{V}}{2\pi r H}$$

$$dy = \frac{2\pi H u}{\dot{V}} r dr$$

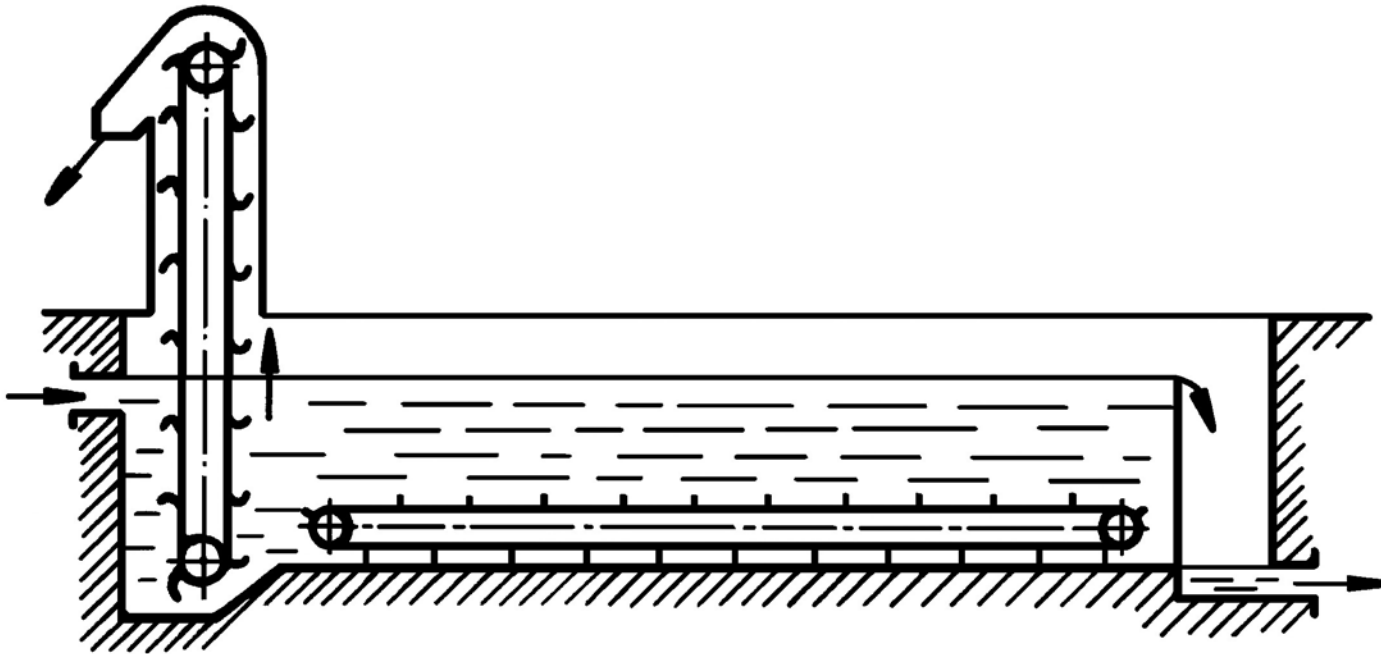
$$\int_0^y dy = \frac{2\pi H u}{\dot{V}} \int_{R_1}^r r dr \Rightarrow y = \frac{\pi H u}{\dot{V}} (r^2 - R_1^2)$$

$$y = H, r = R$$

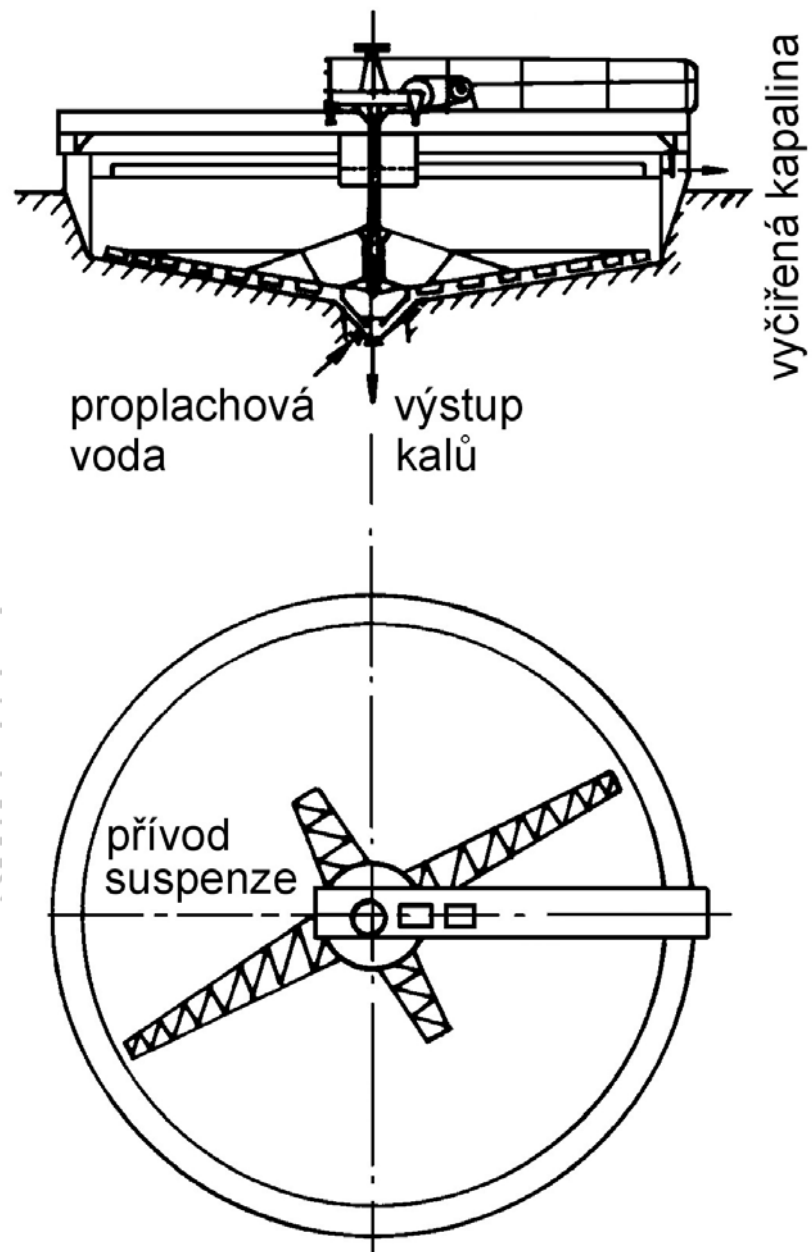
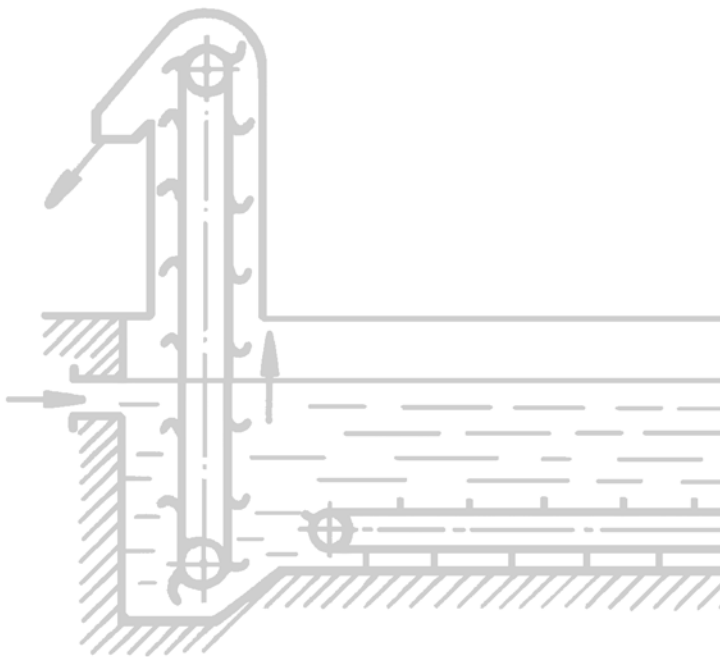
$$R = \sqrt{R_1^2 + \frac{\dot{V}}{\pi u}} \Rightarrow \dot{V} = \pi (R^2 - R_1^2) u$$

# *Kontinuální usazování*

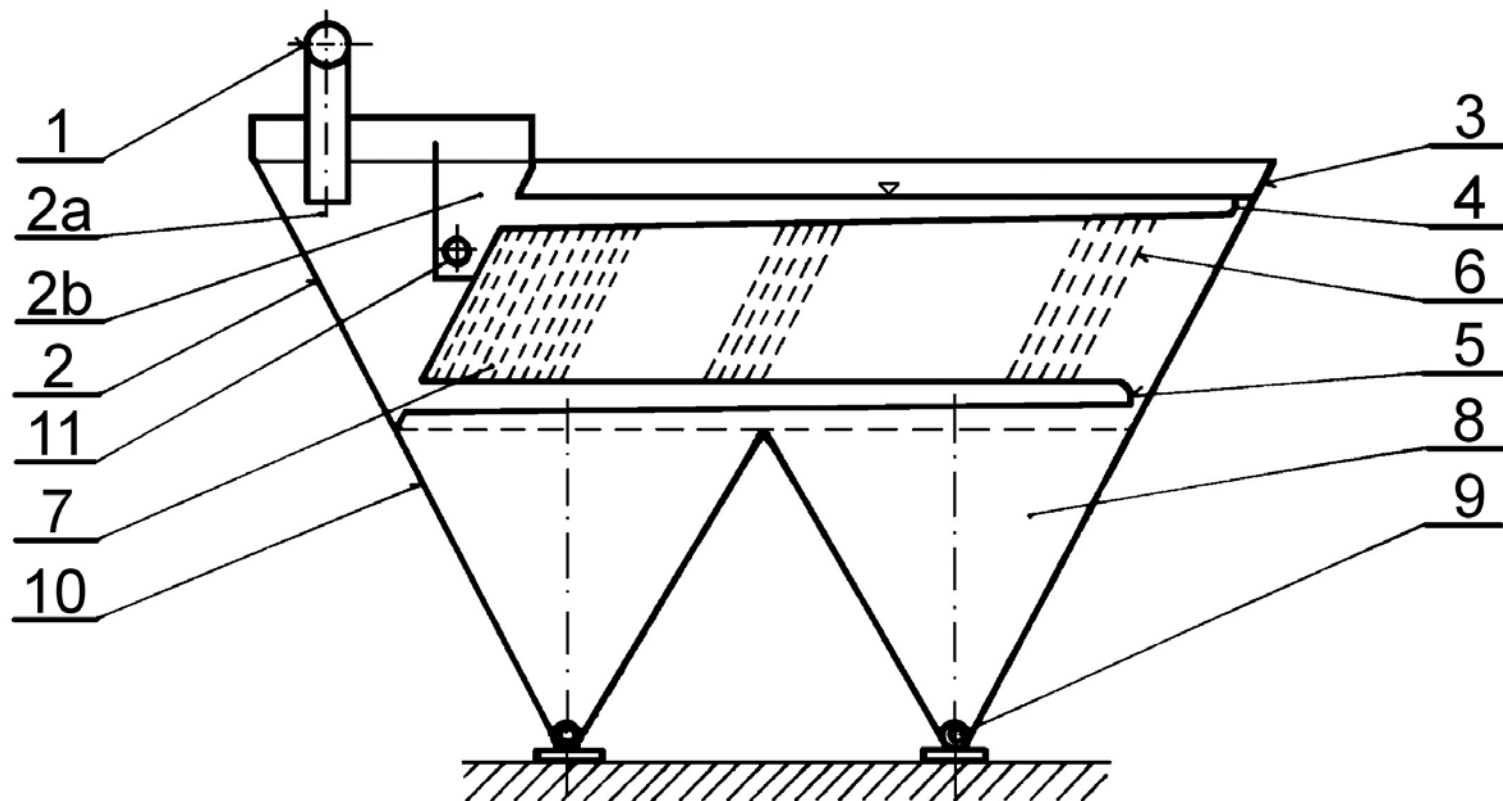
*Kontinuálně pracující usazovák – lapač písku*



# ***Kruhový usazovák s kontinuálním vyhrabováním kalu***



## Lamelový usazovák

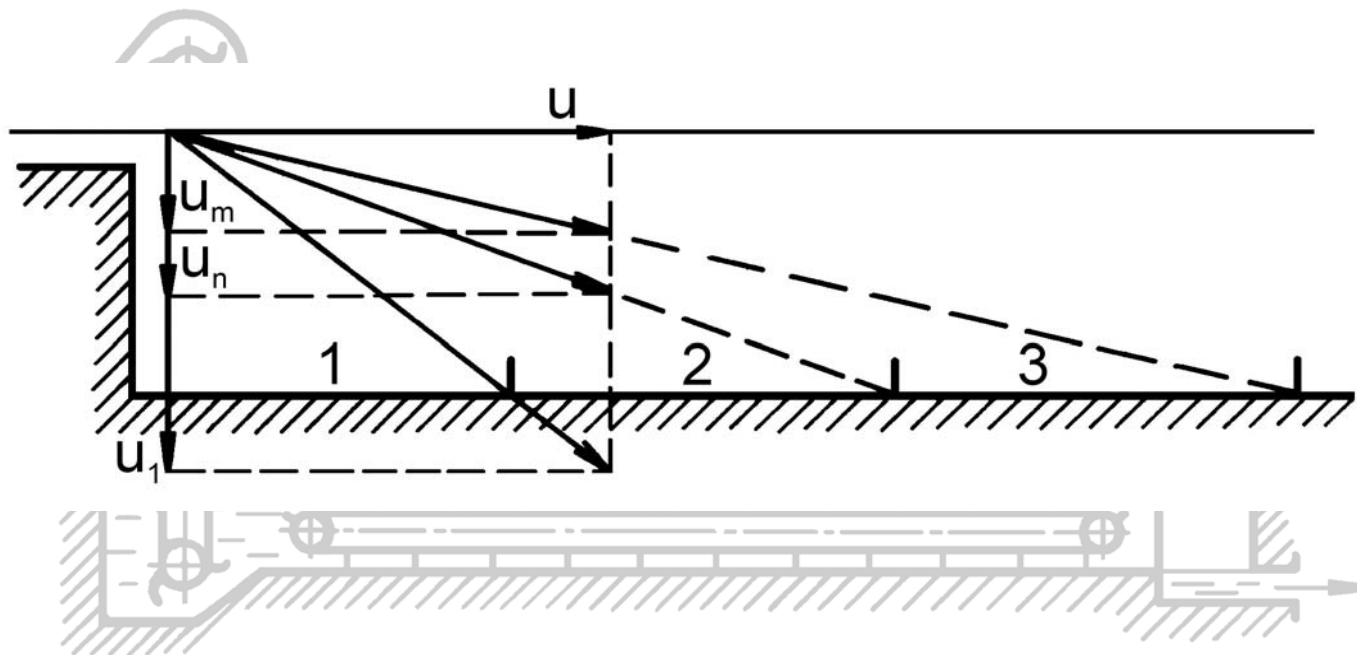


- 1 – přívodní trubka, 2 – nátoková komora, 2a – vstupní část, 2b – výstupní část,  
3 – horní stěny, 4 – přepadové žlaby, 5 – štěrbinové rozvaděče, 6 – lamely,  
7 – účinný prostor, 8 – zahušťovací prostor, 9 – míchací a vyhrnovací šnek,  
10 – spodní nádoba, 11 – odtahová trubka

# Hydraulické třídění a rozdružování

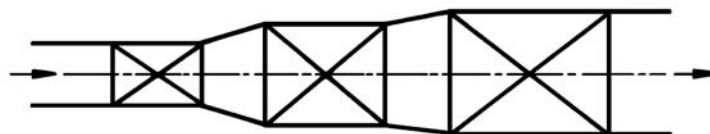
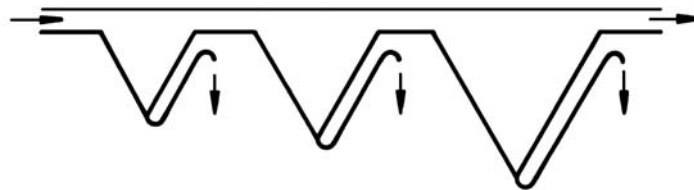
## Polokontinuální hydraulické třídění

Rmutnice

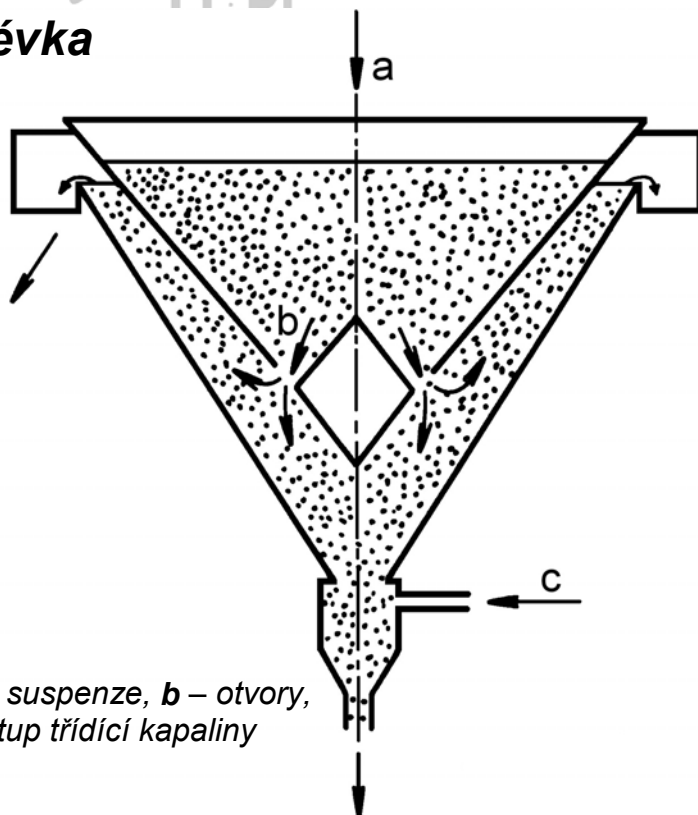


# Kontinuální hydraulické třídění

Nálevky

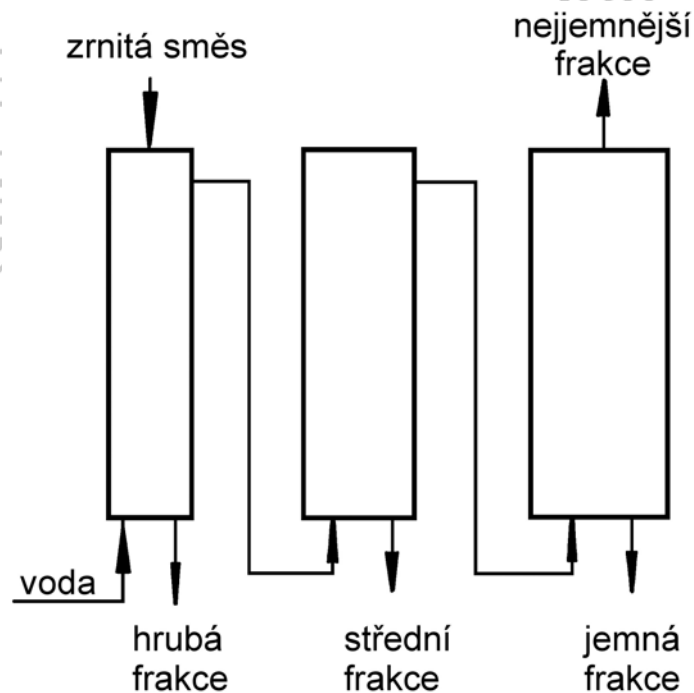


Prolévka



*a* – přívod suspenze, *b* – otvory,  
*c* – vstup třídící kapaliny

Elutriátory – hydraulické třídící  
částic





# Základy hydraulického rozdělování

Uvažujme suspenzi se zrny dvojího materiálu o hustotách  $\rho_{s1}$  a  $\rho_{s2}$  a sledujme, kdy budou tato různá zrna klesat stejnými rychlostmi, čili, kdy:

$$u_1 = u_2$$

**Newtonova oblast:**

$$D_1(\rho_{s1} - \rho) = D_2(\rho_{s2} - \rho)$$

**přechodová oblast:**

$$D_1^{1,6}(\rho_{s1} - \rho) = D_2^{1,6}(\rho_{s2} - \rho)$$

**Stokesova oblast:**

$$D_1^2(\rho_{s1} - \rho) = D_2^2(\rho_{s2} - \rho)$$

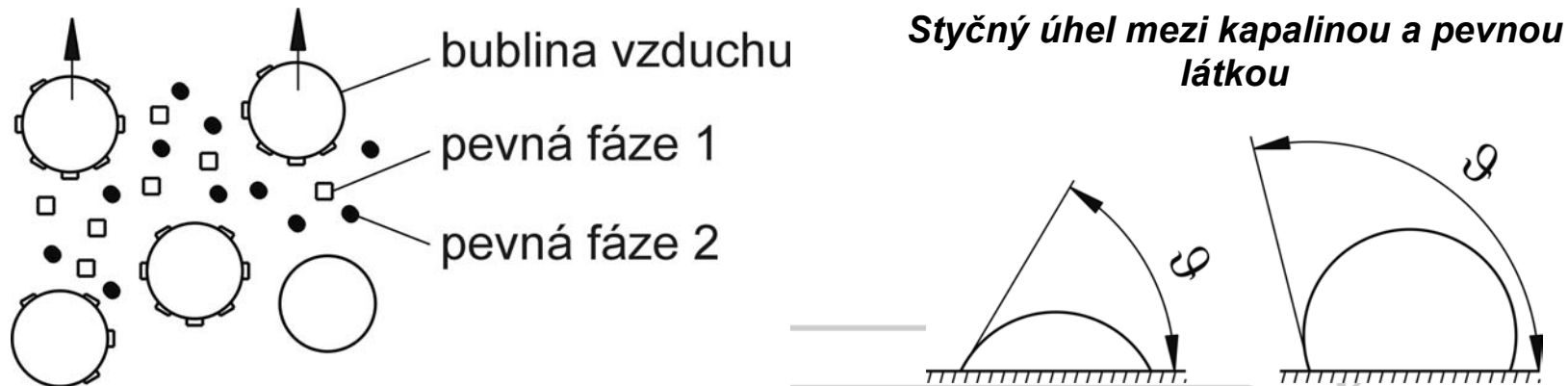
Tyto vztahy, které označujeme jako **rovnice soupádnosti**, udávají závislost mezi průměry zrn různých materiálů, které se usazují stejně rychle. Tato zrna označujeme jako **soupádná**.

Např. máme-li směs křemenných zrn o hustotě  $2600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a zrn galenitových o hustotě  $7400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , budou ve vodě (o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) s křemennými zrny o velikosti 2 mm soupádná zrna galenitová o velikosti

$$D_2 = D_1 \frac{\rho_{s1} - \rho}{\rho_{s2} - \rho} = 2 \frac{2,6 - 1}{7,4 - 1} = 0,5 \text{ mm} .$$

# Flotace

## Princip flotace



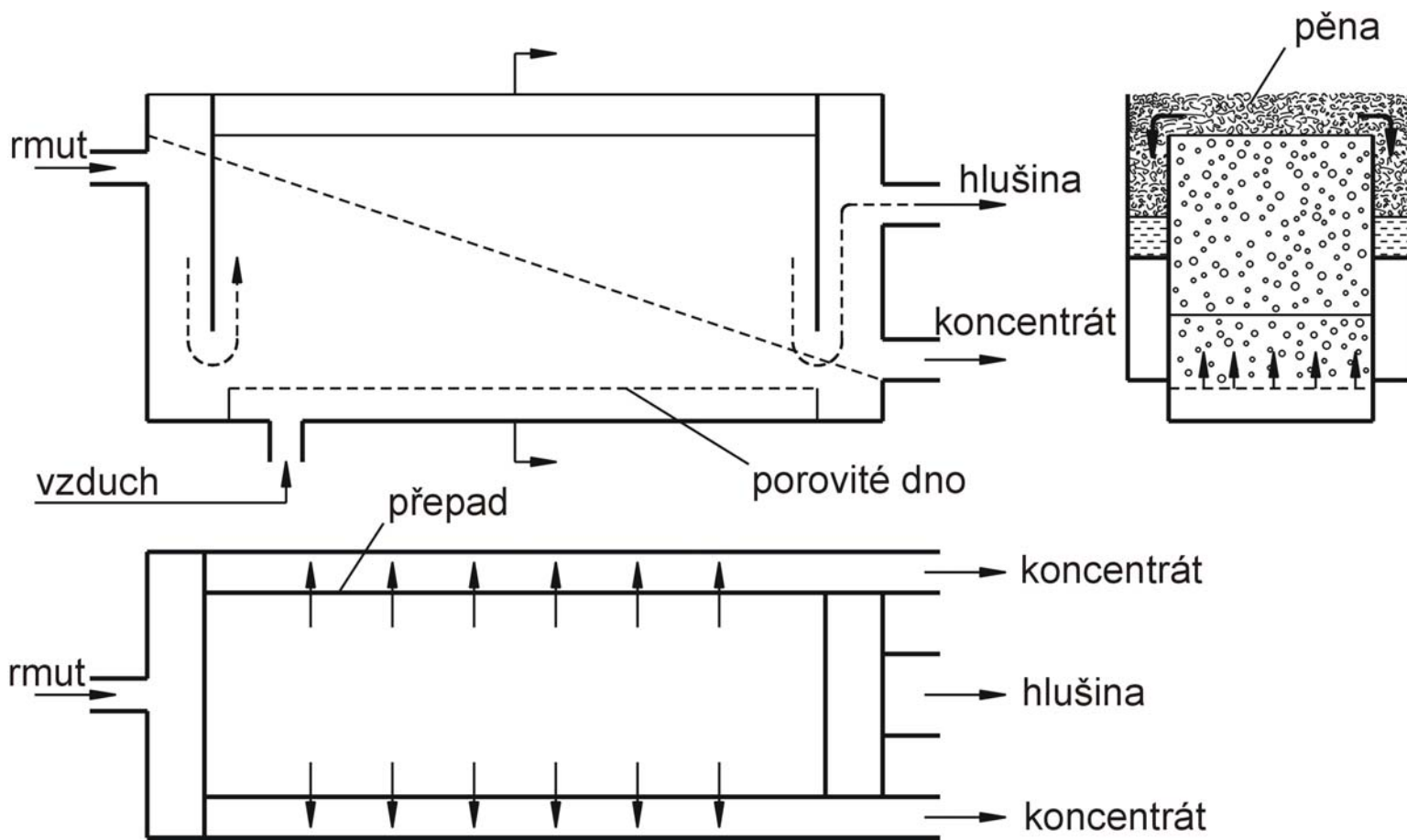
<b>Pevná látka</b>	<b>Styčný úhel</b>	<b>Flotovatelnost</b>
Břidlice	11 ÷ 13°	5 ÷ 6 %
Křemen	55 ÷ 58°	78 ÷ 79 %
Pískovec	0°	1 %
Pyrit	58 ÷ 73°	89 ÷ 92 %
Vápenec	45°	11 ÷ 56 %
Galenit	70 ÷ 75°	90 %

# Flotační aparáty

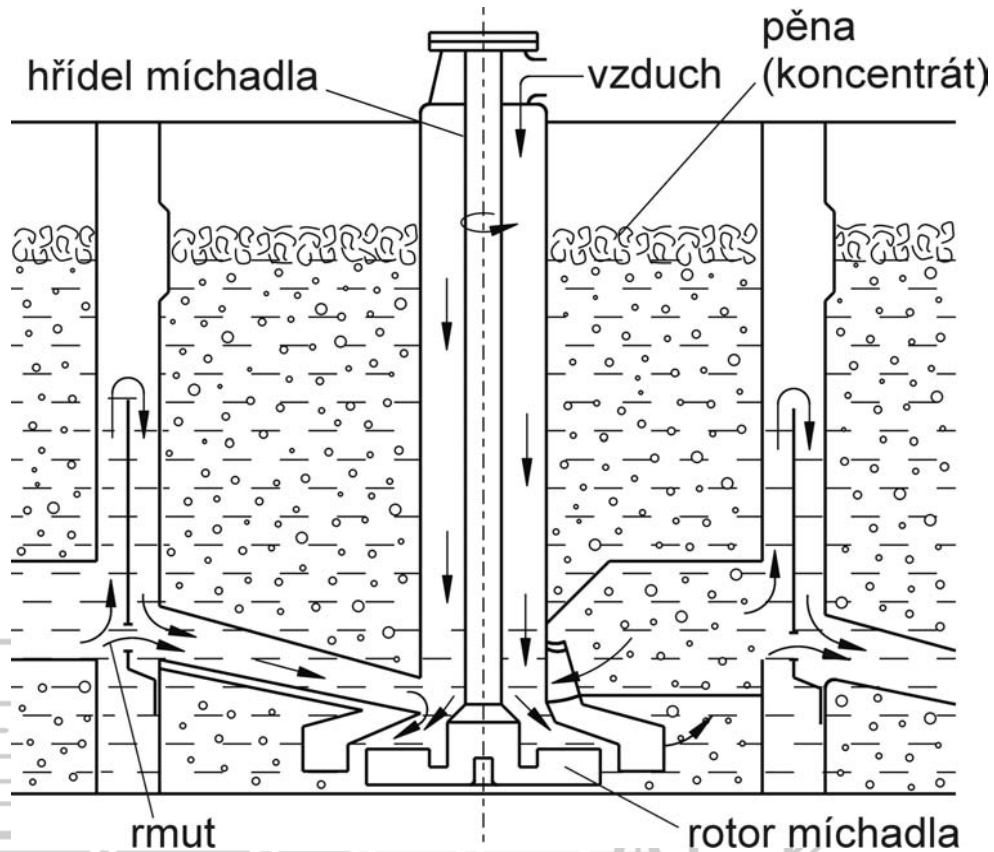
Podle toho jakým způsobem se ve flotátoru vytvářejí bubliny plynu je možno flotaci rozdělit do těchto skupin:

- **flotátory vakuové.** Bubliny vznikají snížením tlaku nad hladinou rmutu pod 0,1 MPa. Tím se v kapalně fázi uvolňují bublinky rozpuštěných plynů, které stoupají vzhůru a unášejí dispergovanou fázi nad kapalinu. Používají se jen výjimečně.
- **flotátory tlakové.** Nasycení kapaliny vzduchem se docílí zvýšením tlaku. Po jeho snížení dojde k tvorbě bublin. Tlaková flotace je účinnější než vakuová. Používá se u některých zařízení na čištění odpadních vod.
- **flotátory pneumatické.** Přivádí se do nich tlakový vzduch, který je rozptylován porézní vestavbou umístěnou u dna flotátoru.
- **samonasávací beztlakové flotátory s mechanickými míchadly.** Využívá se podtlak, který vzniká za speciálně tvarovanými míchadly a trubkovým hřídelem je nasáván atmosférický vzduch a dispergován do suspenze.
- **flotátory kombinované s mechanickým mícháním a samostatným přívodem vzduchu pod rotační míchadlo.**
- **elektrolytická flotace.** U dna flotátoru jsou umístěny plošné elektrody napojené na zdroj stejnosměrného proudu. Elektrolýzou se vytvářejí bublinky vodíku a kyslíku, které unášejí dispergované částice na hladinu a vzniklá pěna je shrnována přes přepad k dalšímu zpracování. Při aplikaci na čištění některých odpadních vod může vznikající kyslík přispívat k odbourávání organických nečistot.

# Pneumatický žlabový flotátor



# ***Samonasávací flotátor typu Denver***



# ***Kombinovaný flotátor***

