VII. Nucená konvekce

Fourier – Kirchhoffova rovnice

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot c_p \cdot \vec{u} \bullet \nabla T = \lambda \cdot \nabla^2 T + 2\mu \cdot \vec{\vec{d}} : \vec{\vec{d}} + \dot{Q}^{(g)} \qquad \text{(VII – 1)}$$

- **Stacionární děj, bez vnitřního zdroje, se zanedbatelnou viskózní disipací**

$$\rho \cdot c_p \cdot \vec{u} \bullet \nabla T = \lambda \cdot \nabla^2 T \qquad \text{(VII – 2)}$$

1. Inspekční analýza F.K. rovnice

Bezrozměrná kritéria

- ***Pécletovo číslo***

– poměr rychlosti konvektivního a konduktivního přenosu tepla.

$$Pe = \frac{\rho \cdot c_p \cdot \vec{u} \cdot \nabla T}{\lambda \cdot \nabla^2 T} = \frac{\vec{u} \cdot L}{a} = \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} \qquad \text{(VII – 3)}$$

kde $\vec{u}$ – rychlost proudící tekutiny,
L – charakteristický rozměr
a – teplotní vodivost tělesa,
Re – Reynoldsovo číslo,
Pr – Prandtlovo číslo.

- ***Prandtlovo číslo***

– vyjadřuje míru podobnosti mezi rychlostním a teplotním polem.

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}\ , \qquad \text{(VII – 4)}$$

kde ν – kinematická viskosita,
a – teplotová vodivost.

- ***Nusseltovo číslo***

– poměr rychlosti přestupu tepla mezifázovou plochou ku rychlosti konduktivního přenosu tepla.

$$Nu = \frac{\alpha \cdot S \cdot \Delta T / V}{\lambda \cdot \nabla^2 T} = \frac{\alpha \cdot \Delta T / L}{\lambda \cdot \Delta T / L^2} = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda}, \qquad \text{(VII – 5)}$$

kde α – součinitel přestupu tepla,
L – charakteristický rozměr,
λ – tepelná vodivost tekutiny (!!! nikoli prostředí jako u Biotova čísla !!!).

- ***Graetzovo číslo***

$$Gz = \frac{\rho \cdot c_p \cdot \bar{u} \cdot S}{\lambda \cdot L} = \frac{Pe}{L/D} \quad , \qquad \text{(VII – 6)}$$

2. Nucená konvekce

$$Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}) \qquad \text{(VII – 7)}$$

A. Paralelní obtékání rovinné desky – OP I. druhu

OP I. druhu – teplota stěny T_S = konst.

A1. Laminární oblast

- ***Lokální součinitel přestupu tepla α_x***

$$Nu_x = 0{,}332 \cdot \mathrm{Re}_x^{1/2} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \text{(A1 – 1)}$$

$$Nu_x = \frac{\alpha_x \cdot x}{\lambda} \qquad \text{(A1 – 2)}$$

$$\mathrm{Re}_x = \frac{u_\infty \cdot x}{\nu} \qquad \text{(A1 – 3)}$$

- ***Střední součinitel přestupu tepla $\overline{\alpha}$***

$$\overline{Nu} = 0{,}664 \cdot \mathrm{Re}_L^{1/2} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \text{(A1 – 4)}$$

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha} \cdot L}{\lambda} \qquad \text{(A1 – 5)}$$

$$\mathrm{Re}_L = \frac{u_\infty \cdot L}{\nu} \qquad \text{(A1 – 6)}$$

Platnost: $10^4 < \mathrm{Re}_L < 5.10^5$
$0{,}1 < \mathrm{Pr} < 1\ 000$

A2. Turbulentní oblast

- ***Lokální součinitel přestupu tepla α_x***

$$Nu_x = 0{,}0324 \cdot \mathrm{Re}_x^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr} \qquad \text{(A2 – 1)}$$

kde Nu_x – dle (A1 – 2), Re_x – dle (A1 – 3).

- ***Střední součinitel přestupu tepla $\overline{\alpha}$***

$$\overline{Nu} = 0{,}0405 \cdot \mathrm{Re}_L^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr} \qquad \text{(A2 – 2)}$$

kde $\overline{Nu}$ – dle (A1 – 5), Re_L – dle (A1 – 6).

Platnost: $5.10^5 < Re_L < 10^7$

A3. Symboly

α_x – lokální hodnota součinitele přestupu tepla ve vzdálenosti x od náběžné hrany,
$\overline{\alpha}$ – střední hodnota součinitele přestupu tepla na desce délky L,
x – vzdálenost od náběžné hrany desky,
L – délka desky,
u_∞ – rychlost nabíhajícího proudu,
T_S – teplota povrchu desky
T_∞ – teplota nabíhajícího proudu,
$T_{stř}$ – střední teplota ; $T_{stř} = (T_S + T_\infty)/2$.
λ – tepelná vodivost tekutiny,
ν – kinematická vodivost.

Hodnoty termofyzikálních vlastností se určí při střední teplotě $T_{stř}$.

B. Paralelní obtékání rovinné desky – OP II. druhu

OP II. druhu – hustota tepelného toku q = konst.

- ***Lokální součinitel přestupu tepla α_x***

$$Nu_x = 0{,}454 \cdot \mathrm{Re}_x^{1/2} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \text{(B – 1)}$$

kde Nu_x – dle (A1 – 2), Re_x – dle (A1 – 3).

- ***Střední součinitel přestupu tepla $\overline{\alpha}$***

$$\overline{Nu} = 0{,}908 \cdot \mathrm{Re}_L^{1/2} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \text{(B – 2)}$$

kde $\overline{Nu}$ – dle (A1 – 5), Re_L – dle (A1 – 6).

C. Obtékání válce

Střední součinitel přestupu tepla $\overline{\alpha}$

- ***Kreith, Black(1980)***

$$\overline{Nu} = C_1 \cdot \mathrm{Re}^{C_2} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad (C-1)$$

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha} \cdot D}{\lambda} \qquad (C-2)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{u_\infty \cdot D}{\nu} \qquad (C-3)$$

kde D – průměr válce. Hodnoty termofyzikálních vlastností se určí při střední teplotě T_{st}.

Re	C_1	C_2
0,4 ÷ 4	0,989	0,330
4 ÷ 40	0,911	0,385
40 ÷ 4 000	0,683	0,466
4 000 ÷ 40 000	0,193	0,618
40 000 ÷ 400 000	0,0266	0,805

- ***Whitaker(1972)***

$$\overline{Nu} = \left(0{,}4 \cdot \mathrm{Re}^{1/2} + 0{,}06 \cdot \mathrm{Re}^{2/3}\right) \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}4} \cdot \left(\sqrt[4]{\frac{\mu_\infty}{\mu_S}}\right) \qquad (C-4)$$

kde $\overline{Nu}$ – dle (C – 2), Re – dle (C – 3), μ_S – dynamická viskozita při teplotě stěny T_S.

Platnost: $1 < \mathrm{Re} < 10^5$
$0{,}67 < \mathrm{Pr} < 300$

Hodnoty termofyzikálních vlastností se určí při teplotě T_∞. Korekční faktor $\sqrt{\mu_\infty / \mu_S}$ respektuje vliv teplotních diferencí mezi stěnou a nabíhajícím proudem.

D. Obtékání koule

Střední součinitel přestupu tepla $\overline{\alpha}$

- ***Whitaker(1972)***

$$\overline{Nu} = 2 + \left(0{,}4 \cdot \mathrm{Re}^{1/2} + 0{,}06 \cdot \mathrm{Re}^{2/3}\right) \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}4} \cdot \left(\sqrt[4]{\frac{\mu_\infty}{\mu_S}}\right) \qquad \text{(D – 1)}$$

kde $\overline{Nu}$ – dle (C – 2), Re – dle (C – 3), μ_S – dynamická viskozita při teplotě stěny T_S.

Platnost: $3{,}5 < \mathrm{Re} < 7{,}6.10^4$
$0{,}71 < \mathrm{Pr} < 380$

Hodnoty termofyzikálních vlastností se určí při teplotě T_∞. Korekční faktor $\sqrt{\mu_\infty / \mu_S}$ respektuje vliv teplotních diferencí mezi stěnou a nabíhajícím proudem.

E. Proudění v trubce

OP I. druhu – teplota stěny T_S = konst.

E1. Laminární oblast Re < 2 300

Leveque

$$\overline{Nu} = 1{,}615 \cdot \left(\frac{Pe}{L/D}\right)^{1/3} = 1{,}615 \cdot Gz^{1/3} \qquad Gz < 33 \qquad \text{(E1 – 1)}$$

Hausen

$$\overline{Nu} = 3{,}66 + \frac{0{,}0668 \cdot Gz}{1 + 0{,}04 \cdot Gz^{2/3}} \qquad 0{,}1 < Gz < 1\,000 \qquad \text{(E1 – 2)}$$

velmi dlouhé trubky

$$\overline{Nu} = 3{,}657 \qquad 2 < Gz \qquad \text{(E1 – 3)}$$

E2. Turbulentní oblast Re > 2 300

- ***Colburn*** (analogie mezi přenosem hybnosti a přenosem tepla)

$$\overline{Nu} = 0{,}023 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \text{(E2 – 1)}$$

kde $\overline{Nu}$ – dle (C – 2), Re – dle (C – 3).

Platnost: $3.10^4 < \mathrm{Re} < 10^6$
$0{,}7 < \mathrm{Pr} < 160$
hydraulicky hladké trubky ; L/D > 60.

Hodnoty termofyzikálních vlastností se určí při střední teplotě $T_{stř}$.

- ***Whitaker(1972)***

$$\overline{Nu} = 0{,}015 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}83} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}42} \qquad (E2-2)$$

kde $\overline{Nu}$ – dle (C – 2), Re – dle (C – 3).

Platnost: $2{,}3.10^3 < \mathrm{Re} < 10^5$
$0{,}48 < \mathrm{Pr} < 592$

Hodnoty termofyzikálních vlastností se určí při teplotě $T_{stř}$.

F. Aplikace - výměník

- Změna entalpie tekutiny za jednotku času v důsledku přivedeného nebo odvedeného tepelného toku $\dot{Q}$

$$\Delta\dot{H} = \dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T \quad , \qquad (F-1)$$

kde $\dot{m}$ – hmotnostní tok tekutiny za jednotku času,
c_p – střední měrná tepelná kapacita tekutiny,
ΔT – diference středních kalorimetrických teplot na vstupu a výstupu do kontrolního objemu.

- Změna entalpie tekutiny za jednotku času v důsledku přivedeného nebo odvedeného tepelného toku $\dot{Q}$ při varu resp. kondenzaci

$$\Delta\dot{H} = \dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta h^{výp} \quad , \qquad (F-2)$$

kde $\dot{m}$ – hmotnostní tok zkondenzované resp. odpařené tekutiny za jednotku času,
$\Delta h^{výp}$ – výparné teplo na jednotku hmotnosti tekutiny ; = kondenzační teplo

- Přivedený nebo odvedený tepelný tok $\dot{Q}$ přes hranici kontrolního objemu

$$\dot{Q} = k \cdot S \cdot \Delta T_{\ln} \quad , \qquad (F-3)$$

kde k – součinitel prostupu tepla,
S – teplosměnná plocha,
$\Delta T_{\ln}$ – střední logaritmická teplotní diference.

- Střední logaritmická teplotní diference

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \quad , \qquad \text{(F – 4)}$$

kde ΔT_1 – rozdíl teplot horké a studené strany výměníku na jedné čelní straně,
ΔT_2 – rozdíl teplot horké a studené strany výměníku na druhé čelní straně.

Př. Protiproudý výměník

$\Delta T_1 = T_{HS2} - T_{CHS1}$
$\Delta T_2 = T_{HS1} - T_{CHS2}$

kde

T_{HS1} – teplota tekutiny na horké straně výměníku na vstupu do výměníku,
T_{HS2} – teplota tekutiny na horké straně výměníku na výstupu z výměníku,
T_{CHS1} – teplota tekutiny na chladné straně výměníku na vstupu do výměníku,
T_{CHS2} – teplota tekutiny na chladné straně výměníku na výstupu z výměníku.

VIII. Přirozená konvekce

Přirozená konvekce vzniká v poli objemových sil v tekutině s nehomogenním teplotním polem ⇒ simultánní řešení Navier – Stokesovy a Fourier – Kirchhoffovy rovnice:

- **Stacionární děj, bez vnitřního zdroje, se zanedbatelnou viskózní disipací**

N. S. rovnice
$$\rho \cdot \vec{u} \bullet \nabla \vec{u} = -\nabla p + \mu \cdot \nabla^2 \vec{u} + \rho \cdot \vec{g} \qquad \text{(VIII – 1)}$$

F. K. rovnice
$$\rho \cdot c_p \cdot \vec{u} \bullet \nabla T = \lambda \cdot \nabla^2 T \qquad \text{(VIII – 2)}$$

1. Inspekční analýza

Bezrozměrná kritéria

- ***Grashofovo číslo***

– poměr sil termického vztlaku (vztlaku vyvolaného nehomogenním teplotním polem) a sil setrvačných.

$$Gr = \frac{g \cdot \gamma \cdot L^3 \cdot (T_S - T_\infty)}{\nu^2} \qquad \text{(VIII – 3)}$$

kde g – gravitační zrychlení,
T_S – teplota povrchu stěny,
T_∞ – teplota tekutiny mimo teplotní mezní vrstvu,
L – charakteristický rozměr
γ – součinitel teplotní objemové roztažnosti,
ν – kinematická viskosita,

- ***Rayleighovo číslo***

$$Ra = \frac{g \cdot \gamma \cdot L^3 \cdot (T_S - T_\infty)}{\nu \cdot a} = Gr \cdot \Pr, \qquad \text{(VIII – 4)}$$

Součinitel teplotní objemové roztažnosti

$$\gamma = \frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p, \qquad \text{(VIII – 5)}$$

kde v – měrný objem, $(\partial v/\partial T)_p$ – diferenciální kvocient.

Ideální plyny: $\gamma = 1/T$, kde T – teplota plynu (K).

2. Přirozená konvekce

$$Nu = f(Gr, \Pr) = g(Ra) \qquad \text{(VIII – 6)}$$

3. Vybrané geometrie

$$\overline{Nu} = C \cdot Ra^{m} \qquad \text{(VIII – 6)}$$

Kreith, Black(1980)

Geometrie	Ra	C	m	Pozn.
Vertikální stěny a válce výšky L	$< 10^4$			viz skripta
	$10^4 \div 10^9$	0,59	1/4	
	$10^9 \div 10^{13}$	0,021	2/5	Integr. bilance
	$10^9 \div 10^{13}$	0,1	1/3	Experiment
Horizontální válce vnější průměr D L = D	$< 10^4$			viz skripta
	$10^4 \div 10^9$	0,53	1/4	
	$10^9 \div 10^{13}$	0,13	1/3	

Hodnoty termofyzikálních vlastností se určí při střední teplotě $T_{stř}$.

IX. Přenos tepla při varu čistých kapalin

Var ve velkém objemu

- **Hustota tepelného toku**

$$q = \alpha_{\text{var}} \cdot \Delta T_{SAT} \quad , \qquad \text{(IX – 1)}$$

$$\Delta T_{SAT} = T_S - T_{SAT} \quad , \qquad \text{(IX – 2)}$$

kde α_{var} – součinitel přestupu tepla na výhřevné ploše,
ΔT_{SAT} – teplotní diference,
T_S – teplota stěny,
T_{SAT} – teplota varu kapaliny na výhřevné ploše.

- **Součinitel přenosu tepla při varu α_{var}**

Bublinkový var

$$\alpha_{\text{var}} = 0{,}495 \cdot p_{kr}^{0{,}69} \cdot q^{0{,}7} \cdot F(p_r) \quad , \qquad \text{(IX – 3)}$$

$$F(p_r) = 1{,}8 \cdot p_r^{0{,}17} + 4 \cdot p_r^{1/2} + 10 \cdot p_r^{10} \quad , \qquad \text{(IX – 4)}$$

$$p_r = p_{SAT} / p_{kr} \quad , \qquad \text{(IX – 5)}$$

kde α_{var} – součinitel přestupu tepla [W/m^2.K],
q – hustota tepelného toku [W/m^2],
p_{kr} – kritický tlak [MPa],
p_{SAT} – tlak sytých par při teplotě T_{SAT} (tlak kapaliny na výhřevné ploše) [MPa],
p_r – redukovaný tlak [-].

- **Kritická hustota tepelného toku q_{kr}**

Návrhové podmínky: $q < q_{kr}$; $\Delta T_{SAT} < (\Delta T_{SAT})_{kr}$

Kapalina	**$(\Delta T_{SAT})_{kr}$** [K]	**q_{kr}** [kW/m2]
Benzen	45 ÷ 55	140 ÷ 250
Etanol	35 ÷ 50	170 ÷ 400
Metanol	50 ÷ 65	250 ÷ 400
Butanol	40 ÷ 45	250 ÷ 350
Voda	25 ÷ 40	300 ÷ 1200

X. Přenos tepla zářením

1. Sdílení tepla zářením v uzavřené soustavě

Přenos tepla zářením mezi dvěma šedými tělesy z nichž jedno je zcela obklopeno druhým.

Předpoklady:

- Uzavřená soustava je tvořena dvěma nestejně velkými plochami, z nichž větší plocha S_2 o teplotě T_2 zcela obklopuje menší plochu S_1 o teplotě T_1.
- Průteplivé prostředí mezi povrchy.
- Neprůteplivá tělesa.

- **Tepelný tok zářením mezi oběma plochami**

$$\dot{Q}_{1,2} = \bar{\varepsilon}_{1,2} \cdot \sigma^{(s)} \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right) \cdot S_1 \quad , \qquad (X-1)$$

$$\bar{\varepsilon}_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\varepsilon}_1} + \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{\bar{\varepsilon}_2} - 1\right)} \quad , \qquad (X-2)$$

kde $\bar{\varepsilon}_{1,2}$ – součinitel vzájemné poměrné zářivosti obou ploch,
$\bar{\varepsilon}_1$ – poměrná zářivost (emisivita) povrchu tělesa 1,
$\bar{\varepsilon}_2$ – poměrná zářivost (emisivita) povrchu tělesa 2,
$\sigma^{(s)}$ – Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma^{(s)} = 5{,}67.10^{-8}$ W/m^2.K^4.

- **Hustota tepelného toku na povrchu tělesa**

tělesa 1 : $q_1 = \dfrac{\dot{Q}_{1,2}}{S_1}$, tělesa 2 : $q_2 = \dfrac{\dot{Q}_{1,2}}{S_2}$ (X – 3)

- **Limitní případ – rovnoběžné neomezené desky**

$S_1 = S_2$

$$\bar{\varepsilon}_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\varepsilon}_1} + \frac{1}{\bar{\varepsilon}_2} - 1} \qquad (X-4)$$

2. Poměrná zářivost (emisivita) vybraných materiálů

Materiál povrchu tělesa	T (°C)	$\bar{\varepsilon}$
Ocel leštěná	450 – 1000	0,14 – 0,38
Ocel oxidovaná	100 – 600	0,73 – 0,8
Ocel silně zrezivělá	40 – 400	0,94 – 0,97
Leštěný hliník	25	0,04
Leštěný chrom	40 – 500	0,08 – 0,36
Leštěná měď	120	0,023
Měď oxidovaná	130	0,76
Lakovaný povrch (bílý i černý)	40 - 100	0,8 – 0,95
Sklo	90	0,88
Dřevo	70	0,91
Cihly červené	40	0,93

Radek Šulc 2002