

4. Základní odhadovací principy

difúze, intercepce, setrvačnost

$$E_{f,d} = E_{adv} + E_{ind} + E_{adv} + E_{adv}$$

frakční účinnost izolovaného vstava

4.1. Difúzní odhadovací princip

Teor. základy difúze částic

přenos částic v proudu plynu - vyjádřeno hustotou toku částic
 j (g/m^2s)

$$j = j_k + j_d = \underbrace{\vec{v} \cdot C}_{\text{konvektivní}} - \underbrace{D \cdot \vec{\nabla} C}_{\text{difúzní}}$$

$\vec{\nabla} C$... gradient koncentrace

difúzní přenos $j_d = -D \cdot \vec{\nabla} C$

$$\vec{\nabla} C = \left(i \frac{d}{dx} + j \frac{d}{dy} + k \frac{d}{dz} \right) C$$

D (m^2/s) ... součinitel difúze

laminární proudění $\rightarrow D_B$ souč. Brownské (tepelné) difúze

turbulentní proudění $\rightarrow D_t$ ($D_t \gg D_B$) (u filtrace nenastává)

$$D_B = 2TB$$

$$B = \frac{1 + K_c \frac{L_m}{a}}{3\pi \eta a}$$

- náhodný pohyb částic

- definuje se střední aritmetická vzdal.

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{4D_B t}{\pi}}$$

nebo střední kvadratická vzdal.

$$x_{rms} = \sqrt{2D_B t}$$

(v klidném vzduchu)

Rovnice konvektivní difúze

$$\frac{dC}{dt} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) C = D_B \cdot \nabla^2 C \quad \text{vektorový tvar rovnice}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} = (\text{skalární součin vektorů}) = (i v_x + j v_y + k v_z) \cdot \left(i \frac{d}{dx} + j \frac{d}{dy} + k \frac{d}{dz} \right) \\ = v_x \frac{d}{dx} + v_y \frac{d}{dy} + v_z \frac{d}{dz}$$

∇^2 - Laplace kvadrát = $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

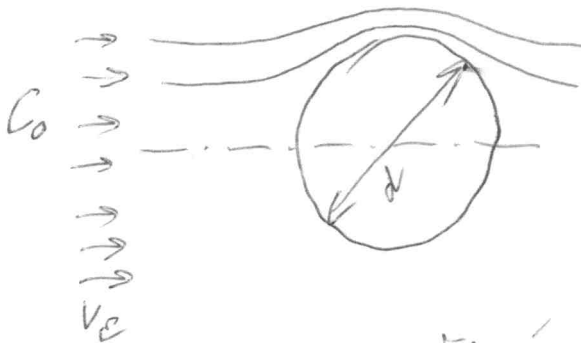
Laplaciov operátor Delta

Ve filtraci - případ stacionárního dvourozměrného proudění

obecná 2D konv. dif. $v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} = D_B \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right)$

Diferenciální rovnice \rightarrow převedení do bezrozměrného tvaru

\rightarrow bezrozměrné kritérium \rightarrow charakterizuje změny sledované veličiny v proudu plynu



charakteristické veličiny:

- C_0
- v_e
- d

bezrozměrné veličiny

$v_x^* = \frac{v_x}{v_e}, v_y^* = \frac{v_y}{v_e}, C^* = \frac{C}{C_0}, x^* = \frac{x}{d}, y^* = \frac{y}{d}$

vypádkem diferenciální a dosazením do původní rovnice

$v_x^* \frac{\partial C^*}{\partial x^*} + v_y^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} = \frac{D_B}{v_e d} \left(\frac{\partial^2 C^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} \right)$

bezrozměrný komplex \rightarrow kritérium

$\Pi_D = \frac{D_B}{v_e d}$

... difúzní číslo

$\frac{1}{\Pi_D} = \frac{v_e d}{D_B} = Pe$

Pecletovo číslo

Charakter proudění při obtékaní válce - Re_d

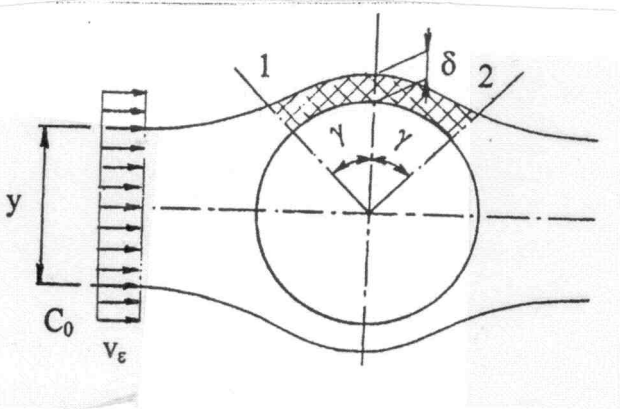
$$\frac{Pe}{Re \cdot d} = \frac{D}{D \cdot \delta} = Sc$$

Schmidtovo číslo

Výpočet E_{diff}

Přesný postup - složitý. Stanovení pole koncentrace C částic dané velikosti v okolí vlastního řešení rovnice konvektivní difúze a příslušných rovnic proudění. Pole skalárních veličin C umožňuje stanovit pole vektorové veličiny \vec{j} v okolí válce a definovat tok částic na povrch válce $\dot{M}_{odl} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$ (1/s). E_{diff} - poměr \dot{M}_{odl} a \dot{M}_0 . \dot{M}_0 - početný tok nabíhajících částic na jednotkovou délku válce (1/s).

Přibližné řešení - difúzní mezí vrstva



δ - difúzní mezí vrstva
 $\delta = x \cdot \gamma$ nebo $\delta = \bar{x}$

dobat - $1 \rightarrow 2$

- odložené částice

$$\dot{M}_{odl} = \gamma \cdot v_e \cdot C_0 \cdot l$$

- nabíhajících částice $\dot{M}_0 = d \cdot v_e \cdot C_0 \cdot l$

$$E_d = E_{diff} = \frac{\dot{M}_{odl}}{\dot{M}_0} = \frac{\gamma}{d}$$

Výběr vztahů pro E_{diff}

Potenwaldův proudění

$$E_{diff} = 2\sqrt{2} Pe^{-1/2} \approx 2,83 \cdot Pe^{-1/2} \text{ Stairmand}$$

$$E_{diff} = 4\sqrt{\frac{2}{\pi}} Pe^{-1/2} \approx 3,19 \cdot Pe^{-1/2} \text{ Natanson}$$

Vazké Lambovo pole, $Re_d < 1$

$E_{dif} = 1,77 (2 - \ln Re_d)^{-1/3} Pe^{-2/3}$ Langmuir

$E_{dif} = 2,92 (2 - \ln Re_d)^{-1/3} Pe^{-2/3}$ Friedlander

$E_{dif} = 2,9 (2 - \ln Re_d)^{-1/3} Pe^{-2/3} + 0,62 Pe^{-1}$ Stechkina, Fuchs

Kuwabarovo pole

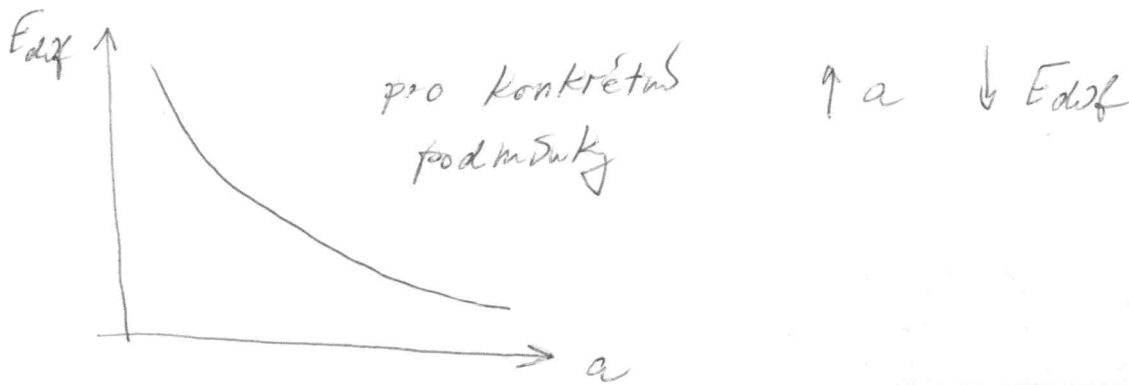
$E_{dif} = 2,9 Ku^{-1/3} Pe^{-2/3} + 0,62 Pe^{-1}$ Stechkina, Fuchs

$E_{dif} = 5,2 (1-E)^{1/6} Pe^{-2/3}$ Davies !!

$E_{dif} = 4,2 (1-E)^{1/2} Pe^{-2/3}$ Lee a Lin

Analýza vztahů pro E_{dif}

kromě potenciálního proudění a většiny vztahů: $E_{dif} \sim Pe^{-2/3}$

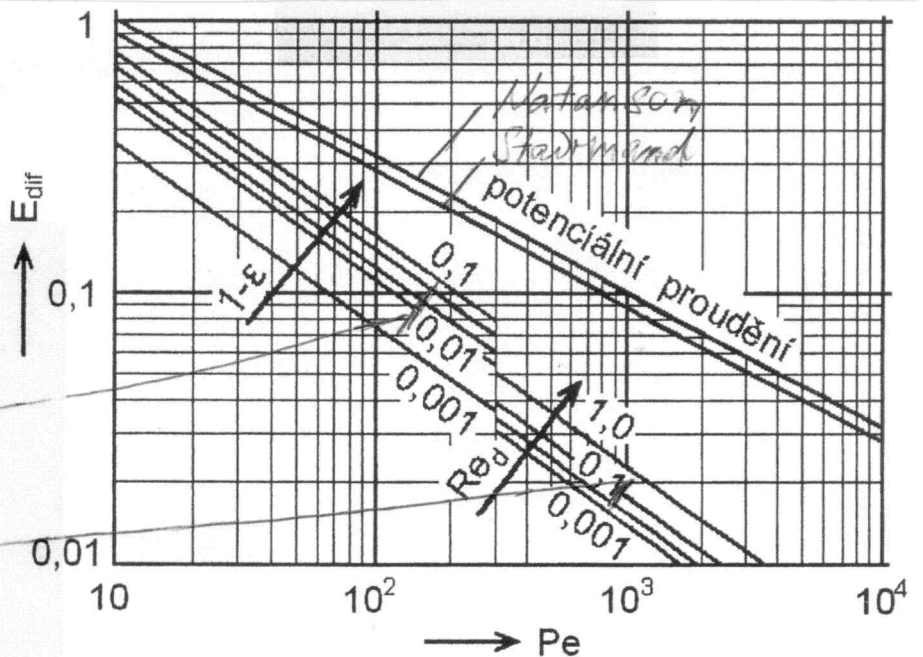


Porovnání vztahů pro potenciální, vazké

Lambovo a kuwabarovo proudění pole

kuwabarovo pole:
Davies s konst. 5,2

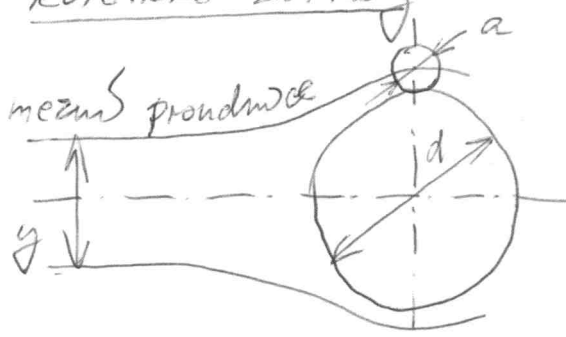
Vazké Lambovo pole:
Friedlander s konst. 2,92



Poměrně velké rozdíly mezi dráhy proudění a i mezi jednotlivými vztahy u jednotlivých dráh proudění.

4.2. Intercepční odhadovací princip

Teoretické základy



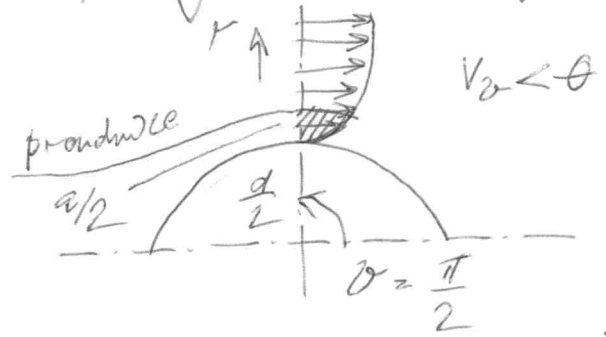
Princip: nehmotné částice, pohybující se po proudnicí i se na obtékání v toku zachytí díky své konečné velikosti

tok odhadovací částic: $M_{odl} = v_E \cdot C_0 \cdot y \cdot T$

tok nabíhající částic: $M_0 = v_E \cdot C_0 \cdot d \cdot T$

$$E_{odl} = \frac{M_{odl}}{M_0} = \frac{y}{d}$$

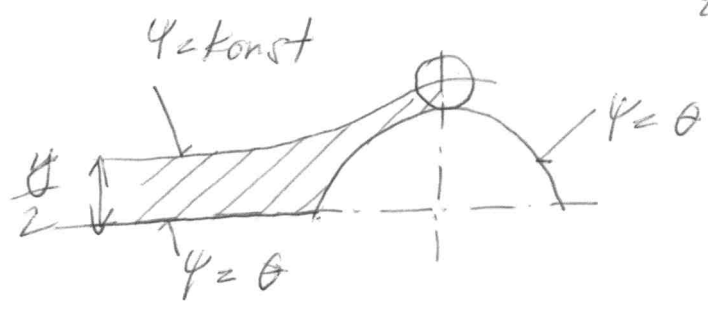
2 způsoby stanovení y



1. způsob - aplikace rovnice kontinuity

Vplyv mezu valem a proudnicí = konst.
 $\frac{d}{2} + \frac{a}{2}$ $\frac{d}{2} + \frac{a}{2}$

$$\frac{y}{2} \cdot v_E = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2} + \frac{a}{2}} -v_x \cdot dx \Rightarrow y = \frac{2}{v_E} \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2} + \frac{a}{2}} -v_x \cdot dx$$



2. způsob - rozdíl ψ dvou hodnot ψ se rovná objemovému průtoku plynu mezi oběma proudnicemi na jednotkové délce vlnka

$$\frac{y}{2} v_E = \psi \left(\frac{d}{2} + \frac{a}{2} i \frac{\pi}{2} \right) - \theta \Rightarrow y = \frac{\psi \left(\frac{d}{2} + \frac{a}{2} i \frac{\pi}{2} \right) - \theta}{v_E}$$

Vztahy pro E_{DnA}

zavádí se $\alpha = \frac{a}{d}$ parametr interceptce

potenciální proudění $E_{DnA} = 1 + \alpha - \frac{1}{1 + \alpha} = \alpha \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha}$

Zjednodušený vztah $E_{DnA} \approx 1,5 \alpha^{0,9}$ pro $0,05 < \alpha < 1$

Vazké lambovo pole $E_{DnA} = \frac{1}{2ka} [2(1 + \alpha) \ln(1 + \alpha) - (1 + \alpha) + \frac{1}{1 + \alpha}]$

Zjednodušený vztah $E_{DnA} \approx 0,26 Re_d^{0,2} \alpha^{1,82}$

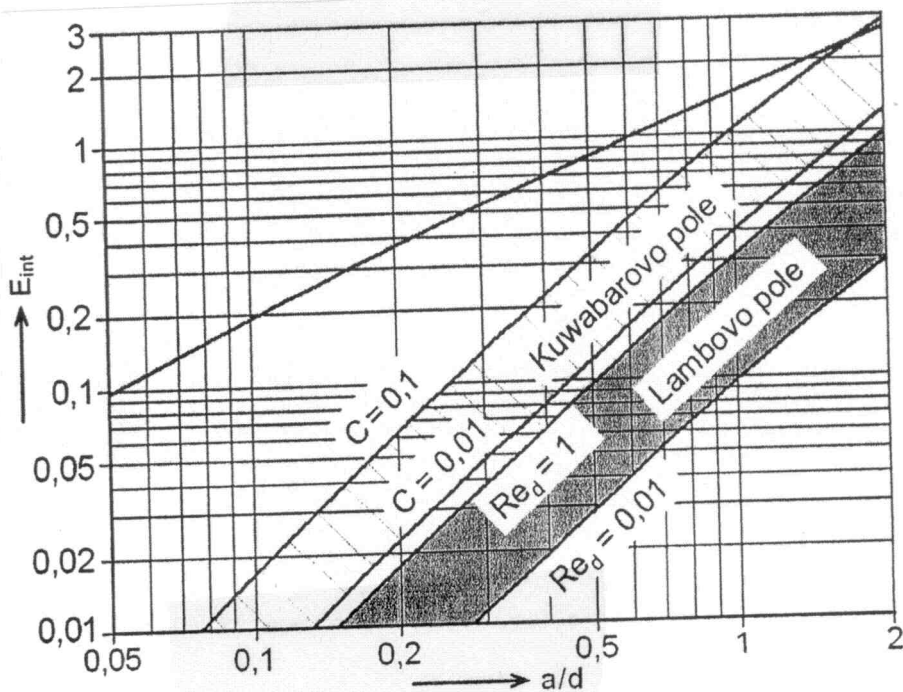
pro $0,05 < \alpha < 1$
 $0,001 < Re_d < 1$

Kuwabarovo pole

$E_{DnA} = \frac{1}{2ka} [2(1 + \alpha) \ln(1 + \alpha) - (1 + \alpha) \varepsilon + \frac{1}{1 + \alpha} \frac{1 + \varepsilon}{2} - \frac{1 - \varepsilon}{2} (1 + \alpha)^3]$

Zjednodušený vztah $E_{DnA} \approx 2,4 (1 - \varepsilon)^{1/3} \alpha^{1,75}$

pro $0,05 < \alpha < 1$
 $0,001 < 1 - \varepsilon < 1$



Porovnání vztahů

významné rozdíly
Na obr. průběhy dle
zjednodušených vztahů.

Rozdílné protoklé
množství vířem pod
úhlem $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$
 \Rightarrow rozdílné γ .

4.3 Setrvačný odlučovací princip

Teoretické základy

- řešení pohybu částice
- nejjednodušší pohybové rovnice - setrv. síla v rovnováze s aerodyn. odporem
- pro jemné částice (Fitz vyhodí z platnosti Stokesova zákonu)

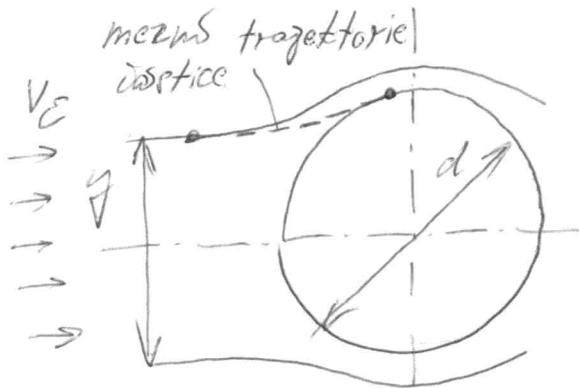
$$\tau_S \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{V} - \vec{u}$$

$$\tau_S = \frac{a^2 \rho_s}{18\eta} \quad (s) \text{ doba relaxace částice}$$

převod dif. rce do bezrozměrného tvaru

→ Stokesovo bezrozměrné kritérium $Stk = \frac{\tau_S \cdot V_C}{d/2}$

Princip řešení - hledá se mezí trajektorie částice a částice se zjednodušeně považuje za kmitný bod



Mezí trajektorie → y

$$E_{setrv} = \frac{Mod}{M_0} = \frac{y}{d}$$

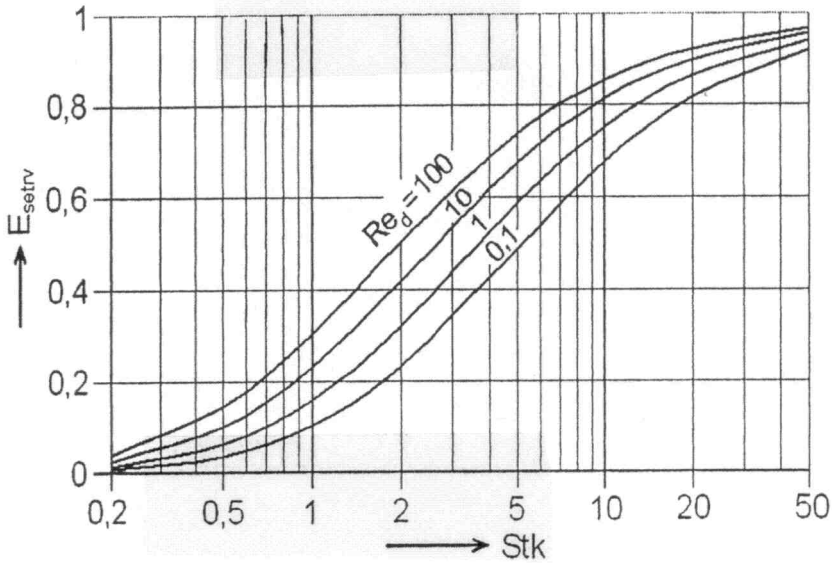
Trajektorie částice - numerickým řešením pohybové rovnice částice v bezrozměrném tvaru

Vztahy pro E_{setrv}

V literatuře pouze několik případů řešení trajektorie částice a to u potenciálního a vztáého proudového pole.

Sanada a Lee (1974)

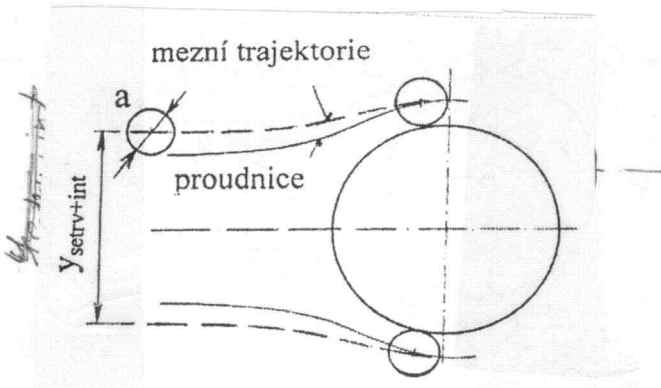
$$E_{setrv} = \frac{1}{[1 + (1,53 - 0,231 \ln Re_d + 0,0167 \ln^2 Re_d) / Stk]^2}$$



průběh závislosti

4.4. Vzájemné působení více odlučovacích principů

Soudárně působících setrvačný princip a intercepce



řešeno jako setrvačný pohyb částice velikosti a .

Oblast odloučených částic vymezuje mezní trajektorie částice

$$E_{setv+int} = \frac{M_{odl}}{M_0} = \frac{y_{setv+int}}{d}$$

Výsledky řešení

$$E_{setv+int} = \frac{1}{[1 + (1,53 - 0,1237 \ln Re_d + 0,0167 \ln^2 Re_d) / Stk]^2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\alpha}{Stk}$$

$\alpha \Leftrightarrow Stk$, vztah nelze rozdělit na samostatný vliv setrvačnosti a intercepce.

Analýza vztahu a porovnání se vztahy pro samostatné působení setrvačnosti a intercepce \Rightarrow setrvačnost a intercepce se vzájemně ovlivňují a vztah nelze rozdělit na samostatný vliv E_{setv} a E_{odl} , přesto platí

$$E_{setv+int} \approx E_{setv} + E_{odl}$$

Současné působení difúze a setrvačného principu

Vzhledem k oblaetm působením principů v závislosti na velikosti částic \Rightarrow principy se neovlivňují

$$E_{dif} + setrv \approx E_{dif} + E_{setrv}$$

Současné působení difúze a intercepce

První řešení difúzního oddělování - pole koncentrace částic

C v okolí válce s o.p. : pro $r = d/2 \dots C = \theta$

Současné působení difúze a intercepce - částice je oddělena při přiblížení na vzdálenost $a/2$ od povrchu válce. Vliv konečné velikosti částice se uplatňuje k řešení pole koncentrace

C v okolí válce s o.p. : pro $r = d/2 + a/2 \dots C = \theta$

Přibližné řešení - současné působení difúze a intercepce

$\rightarrow J$ se zvětší o $a/2$

Analýza výsledků - Stechkina a Fuchs

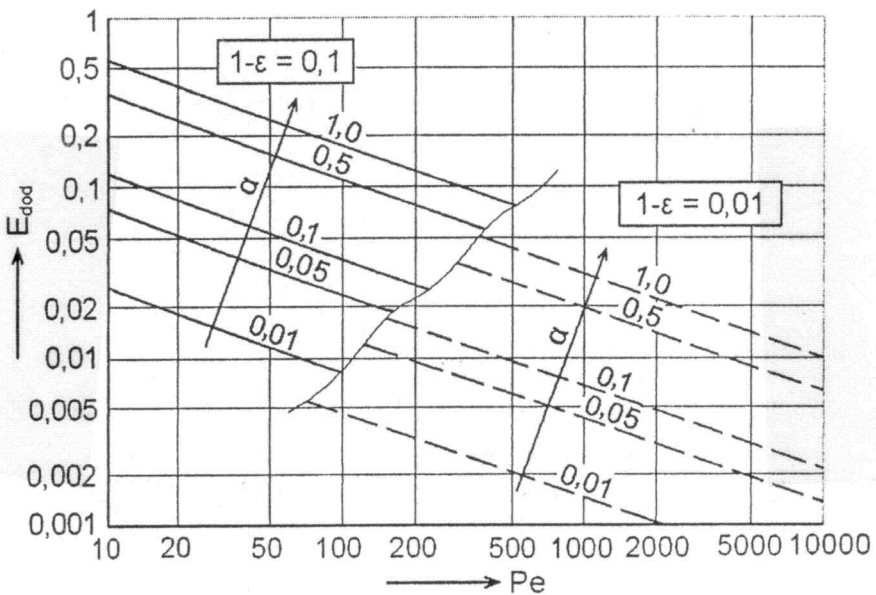
$$E_{dif+dif} \neq E_{dif} + E_{dif} \quad , \text{ korekce}$$

$$\downarrow E_{dif+dif} = E_{dif} + E_{dif} + E_{dod}$$

Pro kuželového proudové pole, $Pe > 100$ a $\alpha < 0,5$:

$$E_{dod} = 1/29 K_n^{-1/2} \cdot Pe^{-1/2} \cdot \alpha^{2/3}$$

Větší korekce a vlastností vztah s geometrickými vlastnostmi a možnými hodnotami poréznosti ϵ (tj. výtvarnými hodnotami c).

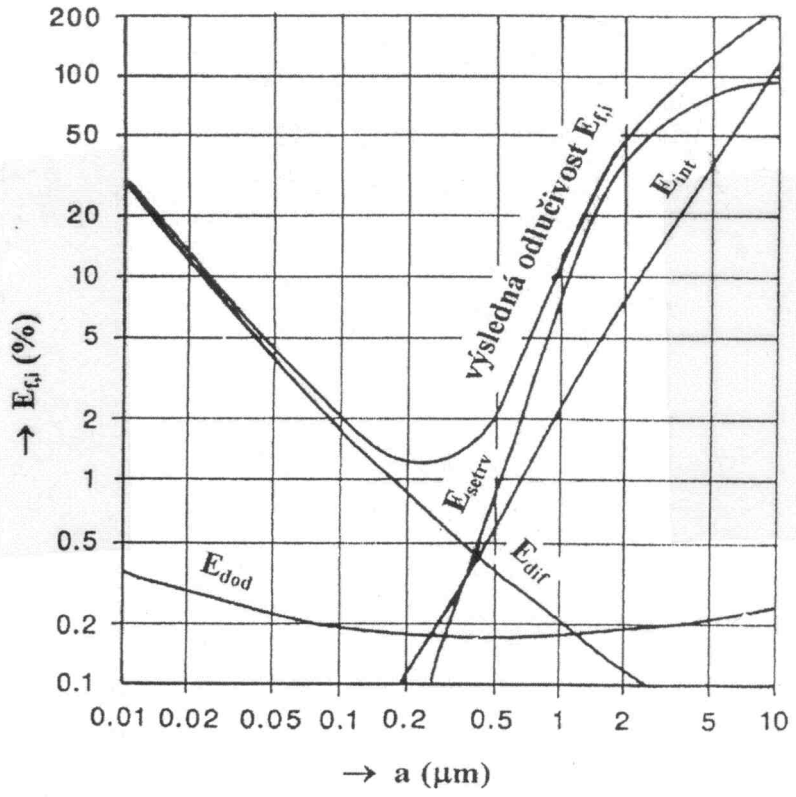


Sondážné púrobemš základných odlučovacích princípů

- difúzia, intercepce, setrvačnosť

$$E_{dif} + E_{int} + E_{setrv} = E_{p,0} = E_{dif} + E_{dub} + E_{setrv} + E_{dod}$$

Závislosť $E_{p,0}(\alpha)$ pre konkrétne podmienky obtékanš vlnkou (d, v, ϵ)



Podmienky:

$$d = 4 \mu m$$

$$v = 0.2 m/s$$

$$1 - \epsilon = 0.01 ; \epsilon = 0.99$$

Charakteristické lokálne minimum