

Teoretické základy pneumatické dopravy

Doc. Ing. Jiří Hemerka, CSc.
Fakulta strojní ČVUT v Praze

1 Úvod

Pod pojmem **pneumatická doprava** obecně rozumíme širokou problematiku, kde dopravu materiálu zajišťuje stlačený vzduch ve formě:

- dopravy pouzder (potrubní počta),
- dopravy zrnitých materiálů potrubím,
- dopravy zrnitého materiálu jeho ztekutněním ve žlabech a korytech,
- dopravy břemen na vzduchovém polštáři.

Předmětem našeho zájmu je **pneumatická doprava zrnitého (sypkého) materiálu ve vlnosu potrubím**. První záznamy o této dopravě jsou z roku 1870 v Anglii.

Výhody a možnosti PD zrnitého materiálu ve vlnosu:

- manévrovatelnost, pružnost, přizpůsobivost terénu a vnitřnímu uspořádání budov,
- možnost dopravovat vodorovně, šikmo i svisle i na velké vzdálenosti do 2000 m horizontální vzdálenosti a max. 100 m výškového rozdílu,
- maximální výkon až cca 300 t/h,
- možnost automatizace dopravy,
- hygiena dopravního procesu,
- kompaktnost zařízení – malá hmotnost, malé nároky na prostor,
- nižší investiční náklady v porovnání s mechanickou dopravou,
- malá spotřeba kovů,
- relativní jednoduchost,
- možnost dobrého napojení na technologie.

Naopak **nevýhody** a omezení použití PD:

- omezení z hlediska lepidlosti (jemný a vlhký materiál),
- nebezpečí ucpávání trasy,
- omezení z hlediska abraze potrubí (tvrdý materiál),
- drcení materiálu během dopravy, snížení kvality materiálu (krystalový cukr),
- nebezpečí kontaminace dopravovaného materiálu materiálem potrubí,
- omezené použití pro hořlavé materiály (výbušnost ve směsi se vzduchem),
- nutnost kvalifikovanější obsluhy,
- větší spotřeba energie na tunu materiálu a metr vzdálenosti v porovnání s mechanickou dopravou,
- nevhodnost u dopravy na krátké vzdálenosti a malé výškové rozdíly.

Problémem PD může být neúplnost projekčních podkladů pro nové materiály, neboť jak bude ukázáno, je projektování PD silně závislé na experimentálně zjištěných nebo praxí získaných materiálových vlastnostech, které významným způsobem ovlivňují chování částic v potrubí a následně tak ovlivňují tlakový spád a výslednou tlakovou ztrátu a spolehlivost provozu zařízení. Projektování a provoz pneumatické dopravy je úzce specializovanou a náročnou inženýrskou činností a vyžaduje od projektantů a obsluhy určité specializované znalosti.

Dělení PD podle různých hledisek

Podle **tlaku v potrubí** (vůči barometrickému tlaku) se doprava dělí na podtlakovou, přetlakovou a smíšenou.

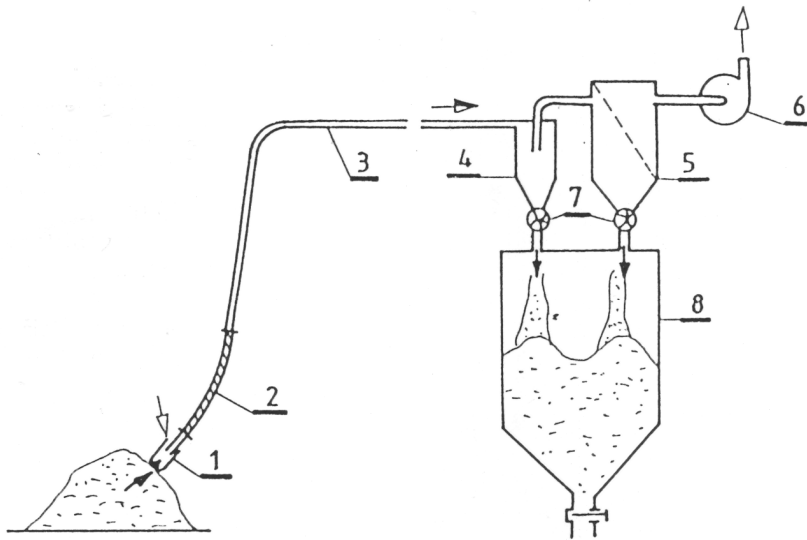
U **podtlakové dopravy**, jejíž schéma uspořádání je uvedeno na obr.1.1 a obr.1.2, je zdroj sání umístěn za odlučovačem na konci dopravní trasy a po celé délce je v potrubí podtlak.

Výhodou tohoto uspořádání je:

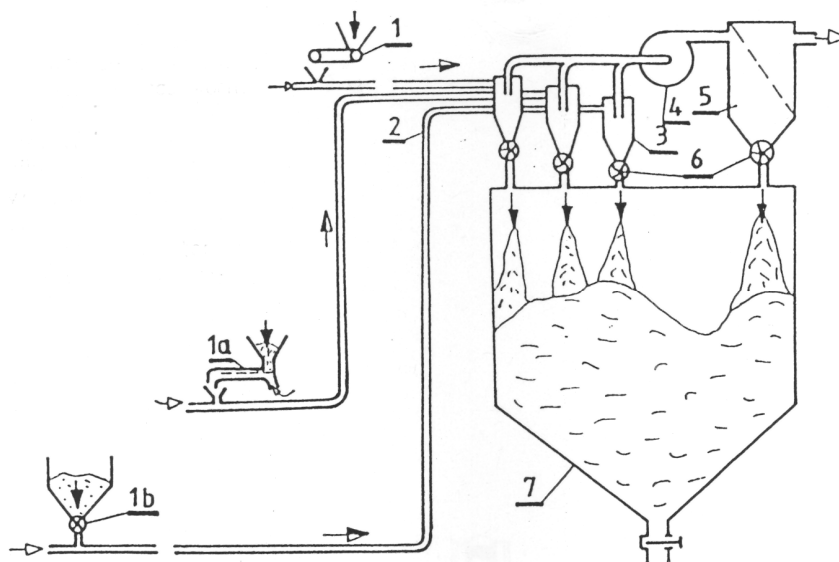
- možnost dopravy z více míst na jedno místo určení (obr.1.2),
- snadné podávání materiálu do proudu vzduchu,
- nemožnost úniku škodlivých výparů do okolí.

Naopak nevýhodou je:

omezený dosažitelný tlakový spád na dopravu /vakuum),
koncový odlučovač (skříň) je nutno dimenzovat na maximální podtlak a zpravidla se tak omezuje použití běžných odlučovačů pro pneumatickou dopravu.



Obr. 1.1 Příklad uspořádání podtlakové PD



Obr. 1.2 Uspořádání podtlakové PD z více míst na jedno místo určení

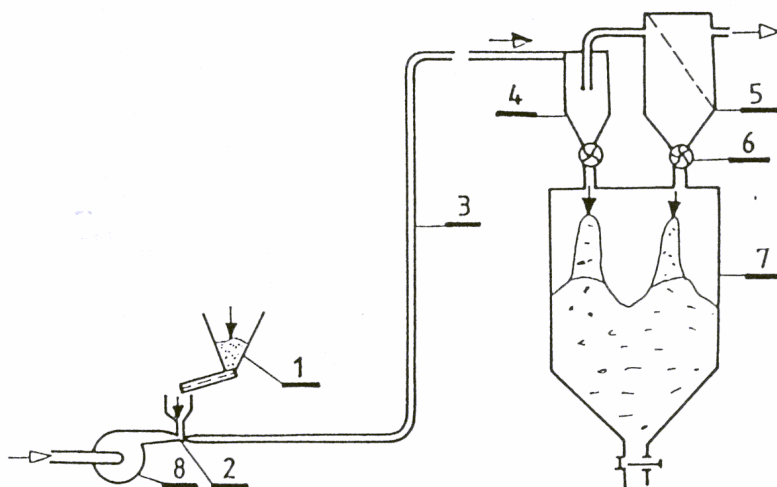
U **přetlakové PD**, kde schéma uspořádání je na obr. 1.3, je charakteristické, že:

- zdroj dopravního vzduchu je umístěn před místem podávání materiálu na začátku trasy,
- v dopravním potrubí je přetlak,

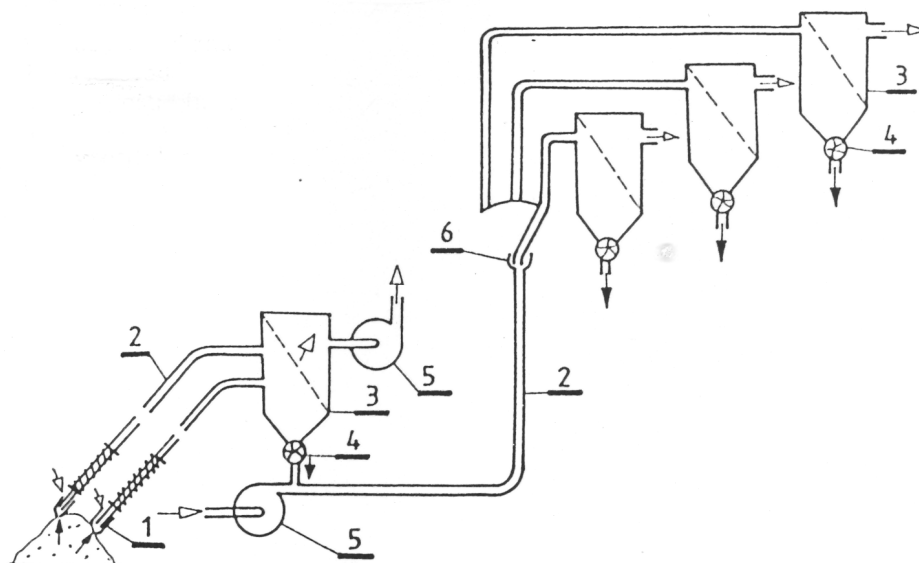
- existuje možnost dopravovat materiál z jednoho místa na více míst - větvení trasy (přetlaková část smíšené dopravy na obr. 1.4),
- naopak nevýhodou přetlakového uspořádání je nutnost řešit podávač materiálu jako zvláštní, často složité zařízení (šnekový podávač, průtokový podávač, komorový podávač).

U **smíšené** dopravy, schématicky znázorněné na obr.1.4, se dopravní trasa skládá z podtlakové a přetlakové části a zdroj (zdroje) dopravního tlaku jsou umístěny uprostřed trasy. U tohoto uspořádání PD se spojují výhody obou základních systémů, tj:

- existuje možnost dopravovat materiál z více míst na více míst,
- snadné vkládání materiálu do proudu vzduchu na začátku podtlakové větve (jednoduché podávače),
- možnost dosáhnout vyšší celkové tlakové ztráty.



Obr. 1.3 Příklad uspořádání přetlakové PD



Obr. 1.4 Příklad uspořádání smíšené PD

Nevýhodou tohoto uspořádání je nutnost zajistit „přestup materiálu“ z podtlakové části do přetlakové. To je možno zařídit např. použitím dopravního ventilátoru nebo jak je uvedeno na obr. 1.4 tzv. „přestupníkem“, což je odlučovač s rotačním podávčem jako tlakovým uzávěrem.

Podle **velikosti tlakové ztráty** dopravní trasy se PD dělí na nízkotlakou, středotlakou a vysokotlakou.

U **nízkotlaké** PD, kde se dosahuje tlaková ztráta do 10 kPa, platí že:

- zdrojem dopravního vzduch je zpravidla ventilátor nebo může být ejektorový podáváč,
- doprava může být podtlaková i přetlaková,
- ve výpočtech tlakové ztráty (tlakového spádu) se zanedbává změna hustoty dopravního plynu,
- směšovací poměr μ (bude definován v kap.2), jako základní veličina u PD, dosahuje hodnot desetiny až jednotky.

U **středotlaké** PD, kde se dosahuje tlaková ztráty v rozsahu 10 až 50 kPa, platí že:

- zdrojem dopravního vzduch může být u nižších tlakových ztrát ještě ejektorový podáváč, převážně však dmyhadlo,
- doprava může být podtlaková i přetlaková,
- ve výpočtech tlakové ztráty (tlakového spádu) se nutno již respektovat změnu hustoty dopravního plynu,
- směšovací poměr μ dosahuje hodnot jednotky až desítky.

U **vysokotlaké** PD, kde se dosahuje tlaková ztráta > 50 kPa, platí že:

- zdrojem dopravního vzduch je do tlaku 80 až 100 kPa dmyhadlo, pro vyšší tlaky kompresor,
- doprava může být pouze přetlaková,
- směšovací poměr μ dosahuje hodnot desítky.

Podle styku materiálu se vzduchem se PD dělí na **otevřený systém**, kde se vzduch na začátku dopravní trasy nasává a na konci vypouští a **uzavřený okruh**, kde u hořlavých materiálů, u nichž hrozí nebezpečí výbuchu, se pracuje s inertním plynem, např. N₂.

Podle časového režimu lze běžně zajistit **kontinuální** PD, nebo v návaznosti na požadavky technologie nebo kapacitu zásobníku materiálu **přerušovanou** dopravu.

Oblast použití PD je široká a lze jí zajistit dopravu **zrnitých i práškových** materiálů. Typickými příklady použití je doprava:

- stavebních materiálů jako cement, vápno, vápenec,
- zemitých rud,
- uhlí a popílku,
- v potravinářském průmyslu zrní, sladu, chmele, mouky,
- v dřevozpracujícím průmyslu pilin, hoblin, štěpků.

2 Základní veličiny u pneumatické dopravy

Směšovací poměr μ (1)

Je základní veličinou PD a je definován jako poměr hmotnostního toku materiálu \dot{M}_m (kg/s) k hmotnostnímu toku plynu \dot{M} (kg/s), tedy

$$\mu = \frac{\dot{M}_m}{\dot{M}} \quad (2.1)$$

Hodnota μ (1) závisí druhu dopravy (z hlediska tlakové ztráty), vedení trasy, dopravovaném materiálu, použitém podáváči (směšovači) a jak již bylo uvedeno v úvodní kapitole, dosahuje u nízkotlaké dopravy desetin až jednotky, u středotlaké jednotky až desítky a u vysokotlaké dopravy desítky.

Poměrná rychlost β (1)

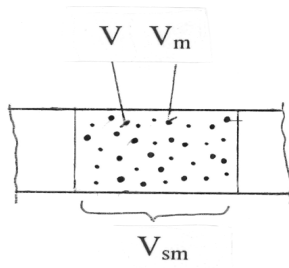
Je definována jako poměr střední rychlosti materiálu (částic) u (m/s) a střední rychlosti plynu v (m/s) v potrubí, tedy

$$\beta = \frac{u}{v} \quad (2.2)$$

β dosahuje hodnoty < 1 , obecně se mění po délce trasy a závisí na tom, zda je potrubí na daném úseku vedeno horizontálně, šikmo nebo svisle. Související veličinou je rychlost obtékání zrna v_r (relativní rychlost obtékání), pro kterou platí $v_r = v - u = v - \beta v = v(1 - \beta)$.

Poréznost ε (1)

Jak je schématicky znázorněno na obr. 2.1, v určitém okamžiku se ve vytknutém elementu potrubí nachází objem materiálu V_m (m^3) a objem plynu V (m^3), celkem objem směsi V_{sm} (m^3).



Poréznost ε (1) je definována jako poměr

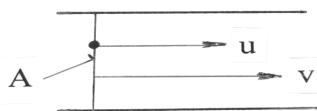
$$\varepsilon = \frac{V}{V + V_m} = \frac{V}{V_{sm}} \quad (2.3)$$

Současně platí

$$1 - \varepsilon = \frac{V_m}{V_{sm}} \quad (2.4)$$

Souvislosti mezi μ , β a ε

Jak je zřejmé z obr. 2.2, protéká příčným průřezem potrubí A (m^2) v daném okamžiku hmotnostní průtok materiálu \dot{M}_m (kg/s), který je možno vyjádřit jako



$$\dot{M}_m = A u (1 - \varepsilon) \rho_m \quad (2.5)$$

a hmotnostní průtok plynu \dot{M} (kg/s), pro který platí

$$\dot{M} = A v \varepsilon \rho \quad (2.6)$$

(2.5) a (2.6) dostaneme

$$\mu = \frac{\dot{M}_m}{\dot{M}} = \frac{u}{v} \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{\rho_m}{\rho} = \beta \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{\rho_m}{\rho} \quad (2.7)$$

kde ρ_m (kg/m^3) a ρ (kg/m^3) značí hustotu materiálu částic a hustotu plynu.

Úpravou vztahu (2.7) můžeme vyjádřit poréznost ε (1) ve tvaru

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{\rho \mu}{\beta \rho_m}} \quad (2.8)$$

Hmotnostní koncentrace materiálu C_M (kg/m³)

Ve vytknutém elementu potrubí na obr. 2.1 má objem materiálu V_m (m³) hmotnost M_m (kg). Pro koncentraci materiálu C_M (kg/m³), vztaženou na **objem směsi** V_{sm} (m³), potom s ohledem na (2.4) platí

$$C_M = \frac{M_m}{V_{sm}} = \frac{V_m \rho_m}{V_{sm}} = (1 - \varepsilon) \rho_m \quad (2.9)$$

Jestliže ze vztahu (2.7) vyjádříme $1 - \varepsilon$

$$1 - \varepsilon = \frac{\mu \varepsilon \rho}{\beta \rho_m} \quad (2.10)$$

potom dosazením do (2.9) dostaneme

$$C_M = \frac{\mu \varepsilon \rho}{\beta \rho_m} \rho_m = \frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} \quad (2.11)$$

Objemová koncentrace C_V (m³/m³)

Pro objemovou koncentraci materiálu C_V (m³/m³) platí

$$C_V = \frac{V_m}{V_{sm}} = (2.4) = 1 - \varepsilon = (2.9) = \frac{C_M}{\rho_m} \quad (2.12)$$

Hustota směsi ρ_{sm} (kg/m³)

Pro hustotu směsi ρ_{sm} (kg/m³), definovanou jako poměr M_{sm} (kg) a V_{sm} (m³), s ohledem na předcházející vztahy platí

$$\rho_{sm} = \frac{M_{sm}}{V_{sm}} = \frac{M + M_m}{V_{sm}} = \frac{V \rho + V_m \rho_m}{V_{sm}} = \varepsilon \rho + (1 - \varepsilon) \rho_m \quad (2.13)$$

Zatížení průřezu q_u (kg/m²s)

Tato veličina je definována jako poměr \dot{M}_m (kg/s) a A (m²) a lze pro ni podle (2.5) psát

$$q_u = \frac{\dot{M}_m}{A} = \frac{A u (1 - \varepsilon) \rho_m}{A} = u (1 - \varepsilon) \rho_m \quad (2.14)$$

Veličinu $(1 - \varepsilon)$ dle vztahu (2.10) upravíme rozepsáním poměrné rychlosti β

$$1 - \varepsilon = \frac{\varepsilon \rho \mu v}{u \rho_m} \quad (2.15)$$

a po dosazení do (2.14) a vykrácení u a ρ_m dostaneme

$$q_u = \varepsilon \rho \mu v \quad (2.16)$$

Zatížení průřezu je další veličinou, podle které lze pneumatickou dopravu, v porovnání s „prašnou vzduchotechnikou“, např. při odsávání příměsí od strojů, jasně odlišit. U běžné středotlaké PD dosahuje tato veličina významných hodnot řádově 100 kg/m²s.

Rychlost vznosu částic u_{vz} (m/s)

Rychlost vznosu částic u_{vz} (m/s) je velmi důležitou veličinou v pneumatické dopravě a jak bude později ukázáno, úzce souvisí se střední rychlostí částice v potrubí u (m/s) a střední

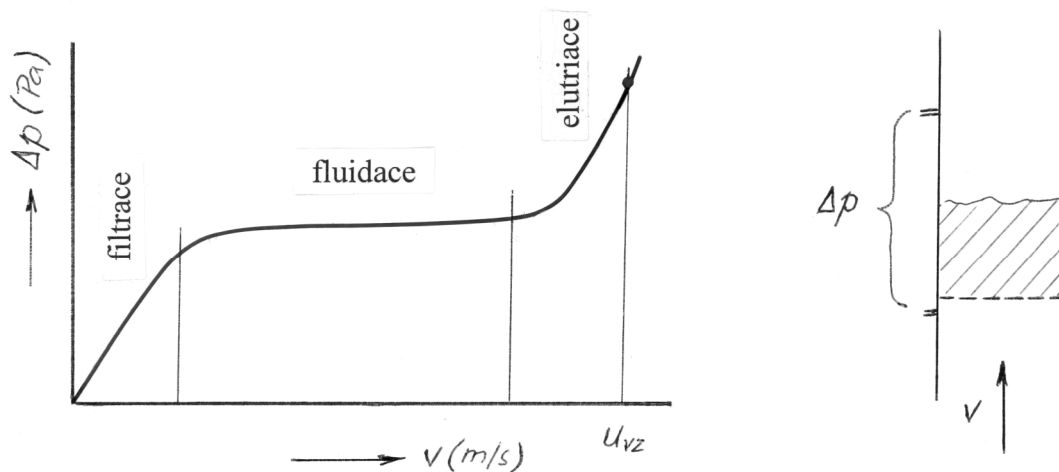
rychlostí proudu plynu v potrubí v (m/s). Rychlost vznosu u_{vz} (m/s) je definována jako taková rychlost vzestupného proudu dopravního plynu v (m/s) ve svislém potrubí, že se částice dané velikosti a **koncentrace, odpovídající reálným podmínkám v dopravním potrubí**, v proudu vzduchu vznášejí, tj. $u = 0$.

U jemných prachů se tato rychlost **výrazně liší** (až o několik řádů) od rychlosti vznosu individuální částice, která se přibližně rovná pádové rychlosti individuální částice v klidném prostředí. Např. pádová rychlost individuální částice velikosti $10\ \mu\text{m}$ a hustoty $2000\ \text{kg/m}^3$ ve vzduchu je cca $6\ \text{mm/s}$, kdežto rychlost vznosu prachových částic téže velikosti a hustoty při vysokých koncentracích může dosahovat hodnot 2 až 3 m/s.

U zrnitých materiálů, kde velikosti částic jsou řádově milimetry, již tak obrovské rozdíly mezi individuální částicí a částicemi stejné velikosti o vysoké koncentraci nejsou. Pádová rychlost individuální částice je řádově **jednotky až desítky m/s** (např. u kulové částice průměru $2\ \text{mm}$ a hustoty $2000\ \text{kg/m}^3$ je pádová rychlost cca $10\ \text{m/s}$ a rychlost vznosu částic stejné velikosti je pouze poněkud vyšší).

U reálné PD zrnitých i práškových materiálů nastává další problém, protože soubor částic dopravovaného materiálu není monodisperzní, ale polydisperzní a lze jej vyjádřit např. křivkou zbytků nebo křivkou propadů.

Nejpřesnější způsob stanovení hodnoty rychlosti vznosu polydisperzního souboru částic u_{vz} (m/s) je experimentální stanovení dle obr. 2.3 ve skleněném provzdušňovaném válci, kde materiál se zpočátku nachází ve vrstvě na sítu.



Obr. 2.3 Experimentální stanovení hodnoty rychlosti vznosu u_{vz} (m/s) práškového a zrnitého materiálu

Postupným zvyšováním rychlosti profukované ho vzduchu v (m/s) se vrstva částic nachází nejprve v oblasti „filtrace“, kde odpor nehybné vrstvy se mění lineárně, dále nastává oblast „fluidace“, kde vrstva částic je provzdušněna, částice ve vrstvě „vřou“. Výška vrstvy se nepatrně zvýší oproti původní nehybné vrstvě a z hlediska mechanického se provzdušněná vrstva chová jako kapalina. Odpovídající rychlost vzduchu, kdy tento stav nastává, se označuje jako rychlost fluidace u_f a jedná se o důležitou veličinu při vyprazdňování zrnitých a práškových materiálů ze zásobníků. V oblasti fluidace tlaková ztráta vrstvy zůstává přibližně konstantní.

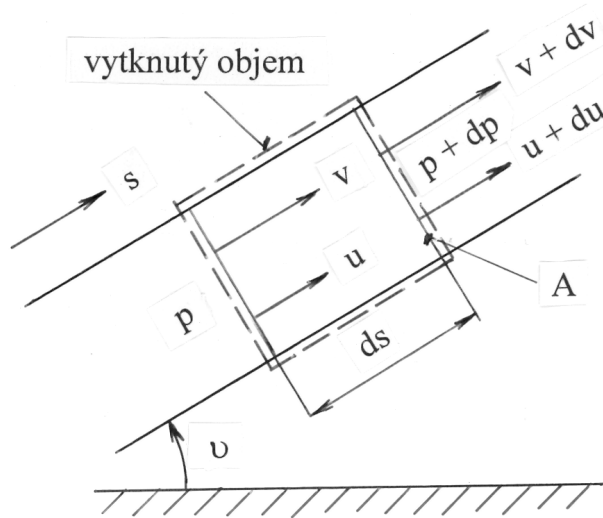
Při dalším zvyšování rychlosti vzduchu v (m/s) se vrstva materiálu zvedne a částice se vznášejí v turbulentním proudu a intenzivně se promíchávají. Tento stav se nazývá „elutriace“, tlaková ztráta vrstvy se rychle zvyšuje. V okamžiku, kdy nejjemnější částice

začnou opouštět válec, je námi hledaný mezní stav a příslušnou rychlost vzduchu označíme jako **rychlost vznosu** u_{vz} (m/s).

Podle zkušeností pracovníků v bývalém Výzkumném ústavu vzduchotechniky prakticky u žádného materiálu, ani jemného práškového, nebyla u u_{vz} naměřena nižší hodnota než 1,5 m/s. Nemáme-li k dispozici provzdušňovací válec a nejsou-li k dispozici o dopravovaném materiálu žádné literární údaje, můžeme orientační hodnotu rychlosti u_{vz} stanovit jednoduše tak, že z ruky z dostatečné výšky volně vypustíme hrst materiálu a stopkami stanovíme čas, za který urazí sledovaný mrak částic zvolenou vzdálenost řádově jednotky metrů.

3 Rovnice tlakového spádu při pneumatické dopravě

Výchozí rovnicí ke stanovení tlakového spádu dopravního potrubí a následně tlakové ztráty zvoleného úseku a celé dopravní trasy je **rovnice tlakového spádu** při pneumatické dopravě.



Obr. 3.1 Označení veličin u rovnice tlakového spádu

Jak odpovídá schématu a označení veličin na obr. 3.1, uvedeme rovnici pro **obecný případ PD - šikmé potrubí s úhlem ν** .

Rovnice tlakového spádu se odvodí aplikací věty o změně hybnosti ve vytknutém objemu, která říká, že změna hybnosti proudu směsi, jako rozdíl hybnosti na výtoku a vtoku do oblasti, je rovna součtu působících sil na kontrolní oblast. Výsledkem odvození je rovnice ve tvaru

$$\dot{M} dv + \dot{M}_m du = -A dp - \pi d ds (\tau + \tau_m) - A ds C_M g \sin \nu - A ds \varepsilon \rho g \sin \nu \quad (3.1)$$

kde na levé straně rovnice je zvlášť změna hybnosti proudu plynu a zvlášť změna hybnosti proudu materiálu a na pravé straně jsou seřazeny jednotlivé působící síly na kontrolní oblast. První člen je výsledná **tlaková síla**, druhý člen je výsledná **třecí síla** působící na stěnách potrubí proti pohybu směsi a vznikající z tečného napětí na stěně vlivem plynu τ (Pa) a tečného napětí na stěně vlivem materiálu τ_m (Pa). Další dva členy jsou průměty **gravitační síly** do směru potrubí, nejprve člen odpovídající hmotnosti materiálu ve vytknutém objemu a poté člen odpovídající hmotnosti plynu.

Výchozí rovnici (3.1) nejprve upravíme tak, že celou rovnici vydělíme součinem $A \cdot ds$ (objemem vytknutého objemu) a na levé straně rovnice osamostatníme záporně vzatý tlakový spád - dp/ds . Ostatní členy rovnice převedeme nebo ponecháme na pravé straně a po náhradě C_M vztahem (2.10) a drobné úpravě dostaneme pro vyjádření tlakového spádu rovnici

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\pi d \tau}{A} \left(1 + \frac{\tau_m}{\tau}\right) + \frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} g \sin \nu + \varepsilon \rho g \sin \nu + \frac{\dot{M}}{A} \frac{dv}{ds} + \frac{\dot{M}_m}{A} \frac{du}{ds} \quad (3.2)$$

Z mechaniky tekutin známe, že ve vyjádření rovnice tlakového spádu tekutiny můžeme tečné napětí plynu na stěně τ (Pa) nahradit součinitelem tření λ (1) dle vztahu

$$\frac{\pi d \tau}{A} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho \quad (3.3)$$

takže rovnici (3.3) můžeme dále přepsat do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho \left(1 + \frac{\tau_m}{\tau}\right) + \frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} g \sin \nu + \varepsilon \rho g \sin \nu + \frac{\dot{M}}{A} \frac{dv}{ds} + \frac{\dot{M}_m}{A} \frac{du}{ds} \quad (3.4)$$

Předposlední člen na pravé straně dále upravíme tak, že hmotnostní tok plynu \dot{M} (kg/s) nahradíme dle vztahu (2.6) a úpravou dostaneme

$$\frac{\dot{M}}{A} \frac{dv}{ds} = \frac{A v \varepsilon \rho}{A} \frac{dv}{ds} = \varepsilon \rho \frac{v dv}{ds} = \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} \quad (3.5)$$

Podobně upravíme poslední člen na pravé straně, kde hmotnostní tok materiálu \dot{M}_m (kg/s) nahradíme dle vztahu (2.5) a s využitím vztahu (2.9) dostaneme

$$\frac{\dot{M}_m}{A} \frac{du}{ds} = \frac{A u (1 - \varepsilon) \rho_m}{A} \frac{du}{ds} = (1 - \varepsilon) \rho_m \frac{u du}{ds} = C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (3.6)$$

Rovnici (3.4) pak můžeme vyjádřit ve tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho \left(1 + \frac{\tau_m}{\tau}\right) + \left(\frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} + \varepsilon \rho\right) g \sin \nu + \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} + C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (3.7)$$

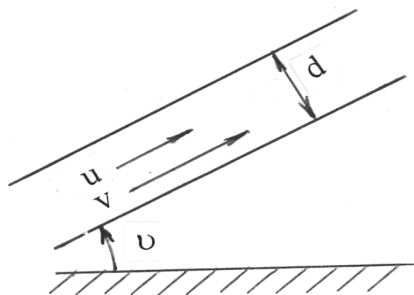
Rovnice (3.7) je **obecná diferenciální rovnice tlakového spádu** dp/ds . První člen na pravé straně rovnice vyjadřuje tlakový spád **třením plynu a materiálu**, druhý člen tlakový spád **zdvihem plynu a materiálu**, třetí člen tlakový spád **urychlením plynu** a poslední člen tlakový spád **urychlením materiálu**.

Ještě předtím, než se budeme zabývat výpočtem tlakových ztrát, které vycházejí z řešení rovnice (3.7), musíme se zabývat problematikou dosud neznámé hodnoty střední rychlosti částice u (m/s) v daném průřezu potrubí, tedy problematikou stanovení hodnoty **poměrné rychlosti** $\beta = u/v$.

Problematika stanovení poměrné rychlosti β (1) u pneumatické dopravy spočívá v řešení **pohybové rovnice částice**, která se nachází uvnitř dopravního potrubí.

4 Pohybová rovnice částice a doporučení pro volbu dopravní rychlosti

Obecný případ šikmé pneumatické dopravy je zobrazen na obr. 4.1. Pro pohyb částice, která se nachází v šikmém dopravním potrubí, platí obecná vektorová pohybová rovnice, která má tvar



$$M_\varepsilon \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F}_a + \vec{F}_g + \vec{F}_T \quad (4.1)$$

kde \vec{F}_a (N) značí aerodynamický odpor částice, \vec{F}_g (N) gravitační sílu a \vec{F}_T (N) odporovou sílu proti pohybu částice v potrubí, vyvolanou nárazy částice na stěny potrubí a vzájemnými nárazy mezi částicemi.

Obr. 4.1 Šikmá pneumatická doprava

Pro velikost aerodynamického odporu částice \vec{F}_a (N), která je obtékána relativní rychlostí $v_r = v - u$, můžeme psát

$$F_a = \zeta A_\varepsilon \frac{v_r^2}{2} \rho \quad (4.2)$$

kde ζ (1) je součinitel odporu částice a A_ε (m²) čelní průmět částice. \vec{F}_a (N) je **hnací silou částice** a jako vektor má stejný směr a smysl, jako má vektor relativní rychlost \vec{v}_r , tedy ve směru proudu plynu a pohybu částice.

Ve směru proudu plynu působí na částici složka gravitační síly

$$F_g \sin \nu = M_\varepsilon g \sin \nu \quad (4.3)$$

která má zřejmý smysl proti pohybu částice.

Pro velikost odporové síly proti pohybu částice v potrubí F_T (N) platí empirický vztah

$$F_T = \xi \frac{M_\varepsilon u^2}{2} \frac{1}{d} \quad (4.4)$$

kde ξ (1) je součinitel odporu proti pohybu částice v potrubí, zkráceně nazývaný jako „**součinitel tření**“. Velikost součinitele tření ξ závisí na směru PD a logicky nejnižší hodnoty ξ_y lze očekávat u vertikální dopravy, kde jsou kontakty částice se stěnou potrubí nejmenší a naopak nejvyšší u horizontální dopravy ξ_x . U šikmé dopravy se hodnota ξ_ν nachází mezi hodnotami ξ_y a ξ_x .

U šikmé pneumatiké dopravy se sklonem osy potrubí ν (°) proti horizontálnímu směru přepíšeme vektorovou rovnici (4.1) s respektováním směru a smyslu působících sil do skalárního tvaru

$$M_\varepsilon \frac{du}{dt} = \zeta A_\varepsilon \frac{(v-u)^2}{2} \rho - M_\varepsilon g \sin \nu - \xi_\nu \frac{M_\varepsilon u^2}{d} \frac{1}{2} \quad (4.5)$$

Podělíme-li tuto rovnici veličinou M_ε (kg) a za vzniklý poměr $A_\varepsilon/M_\varepsilon$ u prvního členu na pravé straně dosadíme $A_\varepsilon/M_\varepsilon = 3/2$ a ρ_m , přejde rovnice (4.5) do tvaru

$$\frac{du}{dt} = \zeta \frac{(v-u)^2}{2} \rho \frac{3}{2a\rho_m} - g \sin \nu - \xi_\nu \frac{1}{d} \frac{u^2}{2} \quad (4.6)$$

Pro sedimentační (pádovou) rychlost individuální částice u_s (m/s) u lze mimo platnost Stokesova odporového zákona jednoduše odvodit obecný vztah

$$u_s = \sqrt{\frac{4a(\rho_m - \rho)g}{3\zeta\rho}} \quad (4.7)$$

odkud umocněním dostaneme pro u_s^2 vztah

$$u_s^2 = \frac{4a(\rho_m - \rho)g}{3\zeta\rho} \cong \frac{4a\rho_m g}{3\zeta\rho} \quad (4.8)$$

ve kterém byla dále zanedbána hodnota hustoty plynu ρ v porovnání s hodnotou hustoty materiálu částice ρ_m .

S uvažováním vztahu (4.8) pro u_s^2 upravíme pohybovou rovnici (4.6) do tvaru

$$\frac{du}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{(v-u)^2}{u_s^2} g - g \sin \nu - \xi_v \frac{1}{d} \frac{u^2}{2} \quad (4.9)$$

ve kterém se u členu odpovídajícího aerodynamickému odporu částice vyskytuje veličina sedimentační (pádové) rychlosti individuální částice u_s (m/s).

Skutečné podmínky u PD v potrubí, kde se částice nechová jako individuální částice, ale její odpor při pohybu je ovlivněn přítomností okolních částic, budeme u pohybové rovnice částice (4.9) respektovat tím způsobem, že místo u_s pro individuální částici budeme dále uvažovat veličinu u_{vz} - rychlost vznosu částic. Rovnici (4.9) tak přepíšeme do konečného tvaru

$$\frac{du}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{(v-u)^2}{u_{vz}^2} g - g \sin \nu - \xi_v \frac{1}{d} \frac{u^2}{2} \quad (4.10)$$

4.1 Řešení pohybové rovnice částice pro ustálenou horizontální dopravu

V dostatečné vzdálenosti za místem podávání částic nebo za obloukem, kde již můžeme považovat pohyb částic za ustálený, je $du/dt = 0$. U **horizontální dopravy**, kde $\nu = 0^\circ$, pak platí $\sin \nu = 0$ a hodnota součinitele tření $\xi = \xi_x$. V ustáleném stavu tak diferenciální rovnice (4.10) přejde v obyčejnou ve tvaru

$$\frac{(v-u)^2}{u_{vz}^2} g = \frac{\xi_x}{d} \frac{u^2}{2} \quad (4.11)$$

U dalšího zpracování výsledků pohybu částice zavedeme Froudeho číslo Fr_ξ pro vznos částice v potrubí

$$Fr_\xi = \frac{g d}{u_{vz}^2} \quad (4.12)$$

S použitím Fr_ξ lze upravit rovnici (4.11) do tvaru

$$\beta_x = \frac{u}{v} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\xi_x}{2 Fr_\xi}}} \quad (4.13)$$

Ze vztahu (4.13) vyplývá, že u horizontální dopravy obecně platí $\beta_x = f(\xi_x/2 Fr_\xi)$.

4.2 Řešení pohybové rovnice částice pro ustálenou vertikální dopravu

U ustálené **vertikální dopravy**, kde $du/dt = 0$, $\sin \nu = 1$ a $\xi = \xi_y$, přejde rovnice (4.10) do tvaru

$$0 = \frac{(v-u)^2}{u_{vz}^2} g - g - \xi_y \frac{1}{d} \frac{u^2}{2} \quad (4.14)$$

Po několika úpravách rovnice (4.14), kde se snažíme vyjádřit poměr rychlostí u/v , dostaneme

$$\beta_y = \frac{u}{v} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\xi_y}{2 Fr_\xi}\right) \left(1 - \frac{u_{vz}^2}{v^2}\right)}}{1 - \frac{\xi_y}{2 Fr_\xi}} \quad (4.15)$$

Z poměrně komplikovaného tvaru vyplývá, že u ustálené vertikální dopravy lze poměr rychlostí $\beta_y = u/v$ obecně vyjádřit jako funkce 2 parametrů, $\beta_y = u/v = f(u_{vz}/v; \xi_y/2 Fr_\xi)$.

4.3 Řešení pohybové rovnice částice pro ustálenou šikmou dopravu

U ustálené **šikmé dopravy** pod úhlem ν ($^\circ$), kde $du/dt = 0$, a $\xi = \xi_\nu$, přejde rovnice (4.10) do tvaru

$$0 = \frac{(v-u)^2}{u_{vz}^2} g - g \sin \nu - \xi_\nu \frac{1}{d} \frac{u^2}{2} \quad (4.16)$$

Po podobných úpravách rovnice (4.16), jako u předcházejícího případu, pro poměr rychlostí u/v dostaneme

$$\beta_\nu = \frac{u}{v} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\xi_\nu}{2 Fr_\xi}\right) \left(1 - \frac{u_{vz}^2}{v^2} \sin \nu\right)}}{1 - \frac{\xi_\nu}{2 Fr_\xi}} \quad (4.17)$$

Z tohoto tvaru vyplývá, že u ustálené šikmé dopravy lze poměr rychlostí $\beta_\nu = u/v$ obecně vyjádřit jako funkce 3 parametrů, $\beta_\nu = u/v = f(u_{vz}/v; \xi_\nu/2 Fr_\xi; \nu)$.

4.4 Alternativa pohybové rovnice částice pro ustálenou šikmou dopravu

Někteří autoři při vyjádření obecné pohybové rovnice částice doplňují rovnici (4.1) o sílu F_v (N) potřebnou k tomu, aby částice zůstala ve vznosu. Podle Vávry (L1) lze tuto sílu vyjádřit jako

$$F_v = M_\xi g \frac{u_{vz}}{v} \cos^2 \nu \quad (4.18)$$

Odporová síla F_T (N), definovaná vztahem (4.4), je pak ale vztažena pouze na **základní hodnotu** součinitele odporu proti pohybu částice v potrubí ξ_y (1). S těmito změnami můžeme alternativní pohybovou rovnici vyjádřit ve tvaru

$$0 = \frac{(v-u)^2}{u_{vz}^2} g - g \left(\sin \nu + \frac{u_{vz}}{v} \cos^2 \nu \right) - \xi_y \frac{1}{d} \frac{u^2}{2} \quad (4.19)$$

který je **alternativou** k původnímu vyjádření ve tvaru (4.10). Řešení rovnice (4.19) vede podobně jako v kap. 4.3 ke složitému výrazu (Vávra L1)

$$\beta_\nu = \frac{u}{v} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\xi_y}{2} Fr_s\right) \left(1 - \frac{u_{vz}^2}{v^2} \sin \nu - \frac{u_{vz}^3}{v^3} \cos^2 \nu\right)}}{1 - \frac{\xi_y}{2} Fr_s} \quad (4.20)$$

kde je však jako Fr_s použito jiné vyjádření Froudeho čísla částice, převrácená hodnota Fr_c

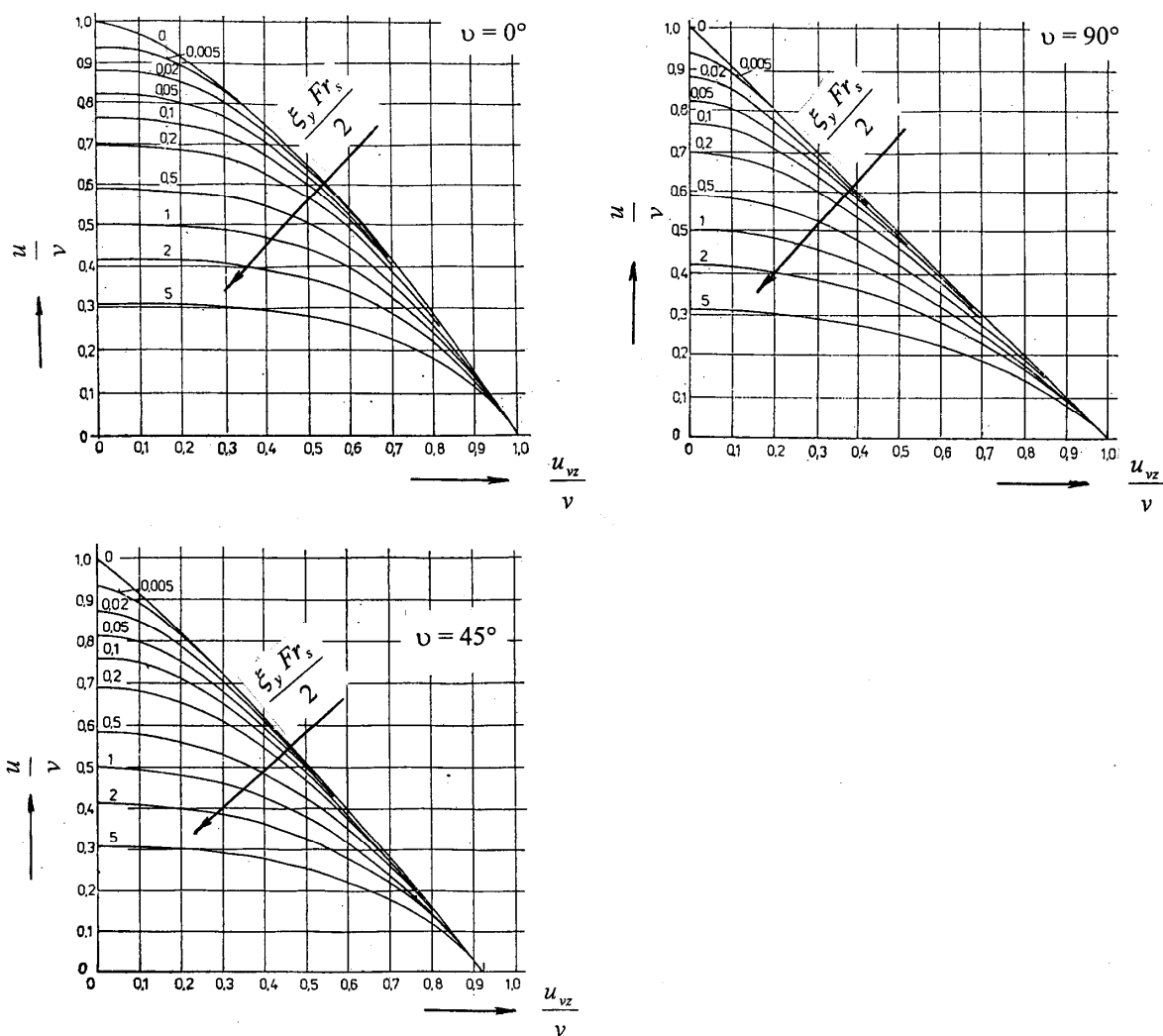
$$Fr_s = \frac{1}{Fr_c} = \frac{u_{vz}^2}{g d} \quad (4.21)$$

Z vyjádření ve tvaru (4.20) vyplývá, že u ustálené šikmé dopravy lze poměr rychlostí $\beta_v = u/v$ obecně vyjádřit jako funkce 3 parametrů, $\beta_v = u/v = f(u_{vz}/v; \xi_y Fr_s/2; \nu)$.

Z rovnic (4.19) a (4.20), aplikovaných na vertikální dopravu, kde $\nu = 90^\circ$ a $\sin \nu = 1$, $\cos \nu = 0$ vyplývá, že tyto rovnice jsou shodné s rovnicemi (4.14) a (4.15).

Vyjádření poměrné rychlosti β pomocí rovnice (4.20) je výhodnější, neboť tato rovnice pracuje pouze se **základní hodnotou** součinitele odporu proti pohybu částice v potrubí ξ_y (1), kterou lze v literatuře přímo nalézt.

Na následujícím obr. 4.2 jsou na 3 digramech pro úhel osy potrubí $\nu = 0^\circ$, $\nu = 90^\circ$ a $\nu = 45^\circ$ zobrazeny závislosti poměrné rychlosti $\beta_x = u/v$, $\beta_y = u/v$ a $\beta_v = u/v$ na poměru rychlostí u_{vz}/v a parametru $\xi_y Fr_s/2$. Z grafického vyjádření je zřejmé, že pro stejné hodnoty parametrů u_{vz}/v a $\xi_y Fr_s/2$ se **nejvyšší hodnoty poměrné rychlosti $\beta = u/v$ dosahují u horizontální dopravy**.



Obr. 4.2 Grafické vyjádření závislosti (4.20) pro úhel dopravního potrubí $\nu = 0^\circ$, 90° a 45°

U obou krajních případů $\nu = 0^\circ$ a $\nu = 90^\circ$ platí, že částice se bez ohledu na hodnoty parametru $\xi_y Fr_s / 2$ zastaví, tj. $u/v = 0$ a dopravní potrubí se ucpe, jestliže $u_{vz}/v = 1$. U zobrazeného případu $\nu = 45^\circ$, stejně jako u všech ostatních případů dopravy pod úhlem ν , však k ucpání, tj. případu kdy $u/v = 0$, dochází při $u_{vz}/v < 1$. Tuto hodnotu můžeme nazvat jako kritický poměr rychlosti $(u_{vz}/v)_{krit}$. Na zobrazeném případě $\nu = 45^\circ$ je $(u_{vz}/v)_{krit} = 0,925$.

Závislost $(u_{vz}/v)_{krit}$ na úhlu ν lze odvodit řešením rovnice (4.20) za podmínky $u/v = 0$. Řešení vede na kubickou rovnici pro $(u_{vz}/v)_{krit}$. Výsledná závislost $(u_{vz}/v)_{krit} = f(\nu)$ je plochá křivka, kde v krajních bodech pro $\nu = 0^\circ$ a $\nu = 90^\circ$ je $(u_{vz}/v)_{krit} = 0$ a minimální hodnota $(u_{vz}/v)_{krit} = 0,916$ se dosahuje pro případ dopravy pod úhlem $\nu = 33^\circ$. Jak již bylo uvedeno, pro případ $\nu = 45^\circ$ je $(u_{vz}/v)_{krit} = 0,925$. Z uvedeného vyplývá, že z hlediska nebezpečí ucpání je nejkritičtější doprava pod úhlem $\nu = 33^\circ$.

Z grafického vyjádření závislosti (4.20) na obr. 4.2 vyplývá důležitý teoretický závěr, že z hlediska nebezpečí ucpání na přímém úseku pneumatické dopravy se musíme při návrhu dopravní rychlosti v (m/s) pohybovat o oblasti $u_{vz}/v \leq 0,9$, tj. musí platit $v > \cong 1,1 u_{vz}$.

Ze vztahu (4.20) vyplývá, že ke stanovení skutečné hodnoty poměrné rychlosti $\beta = u/v$ nutno znát nejenom konkrétní hodnotu poměru rychlostí u_{vz}/v , tedy návrhovou rychlost proudu v (m/s) a rychlost vznosu částice u_{vz} (m/s), ale i hodnotu Froudeho čísla Fr_s dle vztahu (4.21) a základní hodnotu součinitele odporu (součinitele tření) dopravovaného materiálu ξ_y .

4.5 Základní hodnoty součinitele tření dopravovaného materiálu

Základní hodnoty součinitele odporu (součinitele tření) dopravovaného zrnitého materiálu ξ_y , které experimentálně zjistil Muschelknautz u několika zrnitých materiálů, uvádí Urban v (L3). Tyto hodnoty jsou uvedeny v následující tab. 4.1.

Tab. 4.1 Hodnoty ξ_y zrnitých materiálů

Druh materiálu	Hodnota ξ_y
pšenice	0,002
koksové částice ϕ 4,5 mm x 5 mm	0,0034
křemen ϕ 3 až 5 mm	0,0072
černé uhlí ϕ 3 až 5 mm	0,0019
skleněné kuličky ϕ 4 mm	0,0032

Poznámka: Podle doporučení Vávry (ústní sdělení), neznáme-li nic o materiálu, použijeme hodnotu $\xi_y = 0,005$.

4.6 Stanovení hodnot součinitelů tření dopravovaného materiálu ξ_x a ξ_ν

Přímé stanovení hodnoty poměrné rychlosti $\beta = u/v$ dle vztahů (4.13) u horizontální dopravy a (4.17) u šikmé dopravy je problematické v tom, že zpravidla neznáme hodnoty příslušných součinitelů tření dopravovaného materiálu ξ_x a ξ_ν , ale pouze hodnotu ξ_y .

Za základní hodnotu součinitele tření dopravovaného materiálu považujeme hodnotu ξ_y u vertikální dopravy. Toto je minimální hodnota, která je funkcí materiálu částice, ale i potrubí.

U horizontální dopravy můžeme pro ξ_x psát

$$\xi_x = \xi_y + \delta\xi \quad (4.22)$$

kde $\delta\xi$ představuje dodatečný člen, který u horizontální dopravy odpovídá dodatečné energii pro to, aby se částice udržela ve stavu vlnosu.

Pro $\delta\xi$ pak platí

$$\delta\xi = \frac{2 Fr u_{vz}}{\beta_x^2 v} \quad (4.23)$$

kde Fr je Froudeho číslo potrubí, definované jako

$$Fr = \frac{g d}{v^2} \quad (4.24)$$

Vlečou-li se částice po dně, je možno pro $\delta\xi$ psát

$$\delta\xi = \frac{2 Fr f}{\beta_x^2} \quad (4.25)$$

a $f(1)$ je součinitel tření.

Známe-li hodnotu $\delta\xi$ dle vztahu (4.23), potom u šikmé dopravy pro ξ_v platí

$$\xi_v = \xi_y + (\xi_x - \xi_y) \cos \nu \quad (4.26)$$

Z uvedených vztahů (4.13), (4.22) a (4.23) vyplývá určitý problém v tom, že hodnotu ξ_x potřebujeme ke stanovení hodnoty β_x dle rovnice (4.13), ale přírůstek $\delta\xi$ tuto hodnotu ve vztahu (4.23) již obsahuje. Ke stanovení hodnoty ξ_x bude proto nutno použít metodu postupného přibližování (iterační postup).

4.7 Přibližný odhad hodnot poměrné rychlosti $\beta = u/v$

Uvedené dva postupy nám umožňují teoretické stanovení hodnoty poměrné rychlosti $\beta = u/v$. Základem je znalost empiricky nebo ze zkušeností odhadnuté hodnoty rychlosti vlnosu částice u_{vz} (m/s). Jak již bylo uvedeno v kap.4.4, nejvyšších hodnot poměrné rychlosti $\beta = u/v$ se dosahuje u horizontální dopravy.

Kromě teoretického výpočtu existují pro stanovení poměrné rychlosti $\beta = u/v$ některá praktická doporučení, jak lze poměrně složitý teoretický výpočet nahradit přibližným stanovením. Přehled těchto vztahů uvádí Vávra (L2).

Podle Urbana (L3) a Bartha (L4) je možno u **horizontální dopravy drobných částic** (práškové materiály jako popílky, mouka a pod.) uvažovat $u/v \cong 1$.

U **horizontální dopravy větších částic** lze poměrnou rychlost stanovit jako $u/v \cong 1 - u_{vz}/v$.

U **vertikální dopravy** lze podle více autorů u většiny materiálů uvažovat $u/v = 1 - u_{vz}/v$, Pražák v L5 však doporučuje $u/v = 1 - (u_{vz}/v)^2$.

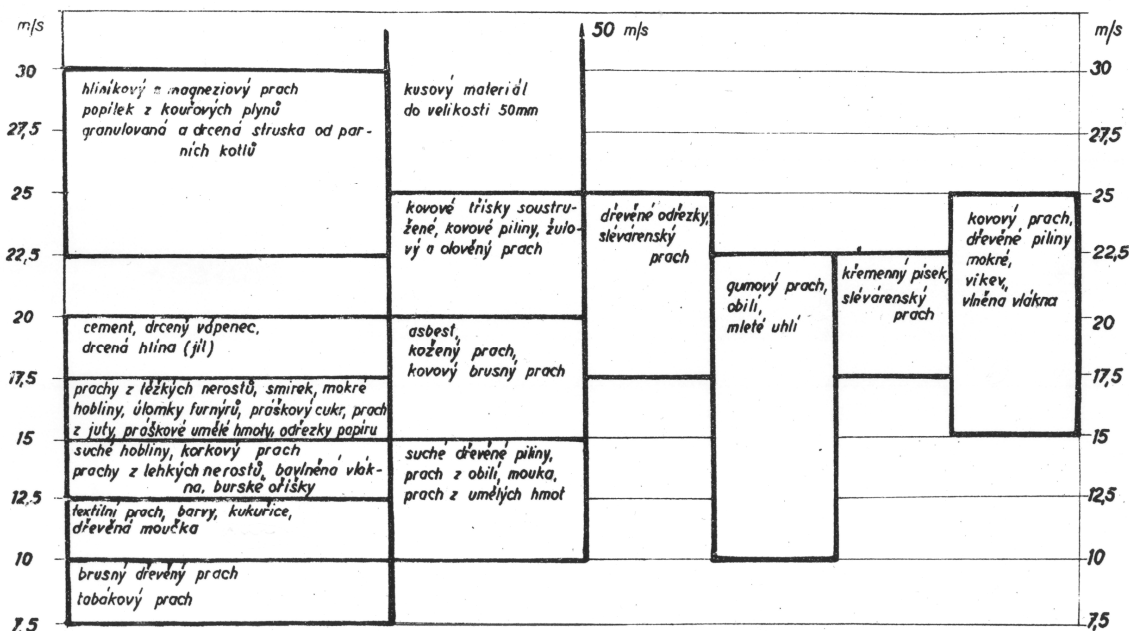
Další složitější vztahy jsou uvedeny v L2.

4.8 Doporučení pro volbu dopravní rychlosti

V závěru kapitoly 4.4 byly na základě analýzy závislostí poměrné rychlosti $\beta = u/v$ na parametrech u_{vz}/v a $\xi_y Fr_s / 2$ a odstranění nebezpečí ucpání v přímém úseku PD formulovány závěry z hlediska minimální dopravní rychlosti. Uvedené doporučení $v > \cong 1,1 u_{vz}$ je možno považovat za absolutně minimální podmínku, neboť byla odvozena od chování částic v přímém úseku potrubí.

Kromě tohoto teoreticky stanoveného doporučení existují některá další doporučení na základě praktických zkušeností s provozem PD. Na následujícím obr. 4.3 jsou uvedeny doporučené dopravní rychlosti pro různé materiály podle Pražáka (L3.)

Praktické hodnoty rychlosti dopravního vzduchu w_v pro dopravu některých materiálů
 Spodní mezní hodnoty pro jemnější a suchý materiál při nižším směšovací poměru
 Horní mezní hodnoty pro hrubší a vlhký materiál



Obr. 4.3 Doporučené hodnoty dopravní rychlosti PD podle Pražáka (L3)

Další doporučení (Vávra – ústní sdělení) říká, že **pod 12 m/s nelze nic dopravovat**. Podle stejného zdroje se doporučená dopravní rychlost nachází v rozsahu $v = (2,5 \text{ až } 3) u_{vz}$. Další doporučení říká, že u svislé dopravy je minimální dopravní rychlost $v_{min} = 10 + 0,54 u_{vz}$.

Další pravidla o optimální dopravní rychlosti budou uvedena v kapitole 7, pojednávající o fázovém diagramu a provozu PD z hlediska minimalizace tlakového spádu.

Volba dopravní rychlosti patří mezi nejdůležitější rozhodnutí u projektu PD a má vliv nejenom na spolehlivost provozu, ale i provozní i investiční náklady.

Použitá literatura ke kapitole 4

L1 Vávra, A.: Pneumatická doprava dřevěného odpadu, kapitola 4.4 v knize Hejma, J., Budinský, K., Vávra, A., Drkal, F.: Vzduchotechnika v dřevozpracovávajícím průmyslu, SNTL, Praha, 1981

L2 Vávra, A.: Rychlost částice při pneumatické dopravě, I – Teoretické řešení, Zemědělská technika 11, separátní výtisk, MZLVH, Praha, 1965

L3 Urban, J.: Pneumatická doprava, SNTL, Praha, 1964

L4 Barth, W. a kol.: Neues Verfahren zur Bestimmung der augenblicklich geförderten Gutmengen im Luftstrom bei pneumatischer Förderung, Chemie-Ing.-Tech., 9/1957

L5 Pražák, V.: Pneumatická doprava, Učební texty vysokých škol, SNTL Praha, 1961

5 Součinitel dopravy

V závěru kapitoly 3 byla uvedena obecná rovnice tlakového spádu (3.7), ve které byl tlakový spád v potrubí vlivem tření vyjádřen s použitím tečného napětí plynu na stěně potrubí τ (Pa) a tečného napětí na stěně vlivem materiálu τ_m (Pa).

Již v 30. letech minulého století dospěl Gasterstädt k závěru, že poměr napětí na stěně τ_m/τ závisí na hodnotě směšovacího poměru μ (1) dle vztahu

$$\frac{\tau_m}{\tau} = k \mu \quad (5.1)$$

kde k (1) je součinitel úměrnosti, závislý na úhlu dopravy druhu dopravovaného materiálu. Podle autora se součinitel úměrnosti k (1) nazývá **Gasterstädtův součinitel dopravy**. Ze vztahu (5.1) vyplývá, že čím větší je hodnota k , tím větší je tečné napětí na stěně vlivem materiálu τ_m (Pa).

S použitím součinitele dopravy k (1) přejde rovnice (3.7) do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) + \left(\frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} + \varepsilon \rho \right) g \sin \nu + \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} + C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (5.2)$$

K vyjádření hodnoty součinitele dopravy k (1) existuje celá řada **empirických vztahů**, které vyjadřují specifické vlastnosti dopravovaného materiálu vzhledem k tlakovému spádu třením materiálu o stěny potrubí. **Bez znalosti hodnoty k (1) nelze s dostatečnou přesností stanovit u daného případu tlakový spád vlivem tření, který ve většině případů PD tvoří dominantní část tlakového spádu.**

5.1 Přehled dostupných vztahů pro vyjádření hodnoty součinitele dopravy k (1)

Prašné materiály – horizontální doprava

Pro prašné materiály (popílek, vápno, cement, horniny) a horizontální dopravu navrhuje Smoldyrev (L1) empirický vztah

$$k_x = (0,03 \div 0,08) \frac{\rho_m}{\rho} Fr \quad (5.3)$$

kde Fr je Froudeho číslo potrubí, definované vztahem (4.24). Hodnota k_x je tedy funkcí následujících veličin $k_x = f(v, d, \rho_m/\rho)$. Důležité je, že hodnota k_x se zmenšuje se zvyšující se dopravní rychlostí plynu v . Omezení platnosti vztahu je hodnotou $k_x \geq 0,1$. Volba konstanty v závorce je věcí zkušeností a rizika. Výhodné je porovnat takto stanovenou hodnotu s jinými vztahy pro práškový materiál a horizontální dopravu.

Prašné materiály – vertikální doprava

Pro prašné materiály a vertikální dopravu platí

$$k_y = \frac{0,17}{\beta} \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho} Fr} \quad (5.4)$$

Hodnota k_y je zde funkcí veličin $k_y = f(v, d, \beta, \rho_m/\rho)$. Omezení platnosti vztahu je hodnotou $k_y \geq 0,2$.

Zrnité materiály – horizontální doprava

Podle Dzadzia (L2) lze pro k_x u zrnitých materiálů (obilí) a horizontální dopravy psát

$$k_x = 0,019 \left(\frac{d}{a} \right)^{1,23} \text{Re}_{vz}^{0,92} \text{Re}^{-0,66} \quad (5.5)$$

kde Re_{vz} je Reynoldsovo číslo částice vztažené na rychlost vzhledu u_{vz} , tedy

$$\text{Re}_{vz} = \frac{u_{vz} a}{\nu} \quad (5.6)$$

a Re je klasické Reynoldsovo číslo proudu

$$\text{Re} = \frac{\nu d}{\nu} \quad (5.7)$$

Vztah (5.5) má omezení v rozsahu hodnot $\text{Re}_{vz} \in (790; 6530)$, $\text{Re} \in (5,8 \cdot 10^4; 4 \cdot 10^5)$, $d/a \in (5; 120)$.

Zrnité materiály – vertikální doprava

Podle stejného autora je možno pro k_y u zrnitých materiálů a vertikální dopravy psát

$$k_y = 0,017 \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^{0,33} \left(\frac{d}{a} \right)^{1,56} \text{Re}_{vz}^{1,33} \text{Re}^{-0,81} \quad (5.8)$$

Vztah (5.8) má omezení v rozsahu hodnot $\text{Re}_{vz} \in (26,7; 6530)$, $\text{Re} \in (2,5 \cdot 10^4; 2,1 \cdot 10^5)$, $d/a \in (2,5; 1100)$.

Bez vlivu poměru hustot ρ/ρ_m lze vztah zjednodušit do tvaru

$$k_y = 0,0017 \left(\frac{d}{a} \right)^{1,56} \text{Re}_{vz}^{1,33} \text{Re}^{-0,81} \quad (5.9)$$

Další vztahy pro k_x a k_y , obecný vztah pro k

Podle ruské literatury pro vertikální dopravní zrna a mlýnských výrobků je možno psát

$$k_y = c \frac{d - 0,04}{\nu^{1,33}} \quad (5.10)$$

kde konstanta $c = 160$ platí pro rozsah hodnot $u_{vz} \in (1; 3)$ a $c = 240$ pro $u_{vz} \in (3; 6)$.

Pro horizontální dopravu produktů potravinářského průmyslu se v ruské literatuře doporučuje vztah

$$k_x = \frac{150 d}{\nu^{1,25}} \quad (5.11)$$

Nevýhodou tohoto vztahu je nezávislost na velikosti dopravovaného materiálu.

V další publikaci Vávry (L3) uvádí autor **teoretický univerzální vztah** pro součinitel dopravy k při dopravě pod úhlem ν

$$k = \frac{2 \frac{u_{vz}}{\nu} \cos \nu}{\lambda \frac{u}{\nu} \frac{1}{Fr}} + \frac{\xi_y u}{\lambda \nu} \quad (5.12)$$

V tomto vztahu Fr značí Froudeho číslo potrubí – vztah (4.24) a λ (1) součinitel tření čistého plynu v potrubí. Podle tohoto vztahu má součinitel dopravy k větší hodnotu, jestliže se zvětšuje průměr potrubí d a snižuje dopravní rychlost v . Vliv velikosti dopravovaného materiálu se zobrazuje v hodnotě rychlosti vznosu částice u_{vz} a hodnotě poměru rychlostí u/v . U vertikální dopravy, kde $\cos \nu = 0$, se vztah zjednoduší pouze na druhý člen rovnice.

Nemáme-li zkušenosti z předcházejících aplikací, doporučuje se při stanovení hodnoty součinitele dopravy použít více vztahů a výslednou hodnotu k zvolit jako střední hodnotu jednotlivých výpočtů.

Vztahy pro součinitel dopravy k , které by nerespektovaly základní závislost na dopravní rychlosti v a průměru potrubí d , jsou nedůvěryhodné.

Poznámka:

Ve vztahu (5.12) se u součinitele tření λ předpokládá, že se jedná o **hydraulicky hladké potrubí**. Tím se ve výpočtu respektuje skutečnost, že po krátké době provozu PD se vlivem abrazivních vlastností dopravovaného materiálu vnitřní povrch stěn potrubí vyhladí.

Pro výpočet součinitele tření λ se proto doporučuje použít buď vztah podle Blasia

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}} \quad (5.13)$$

kde Re je definováno vztahem (5.7) a vztah lze použít v rozsahu $Re \in (2 \cdot 10^3; 10^5)$. Pro větší hodnoty Re je nutno použít jiný vztah pro hydraulicky hladkého potrubí, např. dle Altšula

$$\lambda = \frac{1}{\left(1,82 \log \frac{Re}{100} + 2\right)^2} \quad (5.14)$$

který lze použít v rozsahu $Re \in (5 \cdot 10^3; 10^7)$.

Závěrem kapitoly je vhodné zdůraznit, že podobně jako u problematiky poměrné rychlosti β (1) je nezbytná znalost hodnoty rychlosti vznosu částice u_{vz} (m/s) a hodnoty součinitele tření dopravovaného zrnitého materiálu ξ_v , je u vyjádření tlakového spádu a následně tlakové ztráty PD nezbytná znalost hodnoty součinitele dopravy k (1). Všechny tyto požadavky činí projektování pneumatické dopravy jako vysoce profesní činnost, ke které jsou nutné určité specifické znalosti, technický cit a zkušenosti.

L1 Smoldyrev, A.J.: Uravnenije dviženija vzvešenogo tverdogo tela v trubach pri izotermičeskom tečenii vozducha, Doklady AN SSSR, 80/6, 1951

L2 Dzadzio, A.M.: Pnevmatičeskij transport na zernopererabatyvajuščich predpriyatijach, Zagotizdat, Moskva, 1961

L3 Vávra, A.: Tlakový spád při pneumatické dopravě, blíže nespecifikovaný text příspěvku

6 Řešení rovnice tlakového spádu

Základní rovnice tlakového spádu, uvedená v kapitole 5 s použitím součinitele dopravy k , je

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) + \left(\frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} + \varepsilon \rho \right) g \sin \nu + \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} + C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (6.1)$$

Předpokládáme, že u daného dopravovaného materiálu a druhu dopravy (horizontální, vertikální, šikmá) známe nejenom vztah pro vyjádření součinitele dopravy k (kapitola 5), ale umíme i buď přesně nebo přibližně stanovit hodnotu poměrné rychlosti β .

U **nízkotlaké dopravy**, jako např. ve většině případů PD dřevního odpadu, kde se předpokládá celková tlaková ztráta dopravy $\Delta p < 10$ kPa, lze u řešení tlakového spádu **zanedbat změnu hustoty plynu ρ** (kg/m^3) a řešení je velmi jednoduché, neboť se dá použít **princip aditivnosti**. Bližší podrobnosti o výpočtu tlakové ztráty nízkotlaké PD budou uvedeny v kapitole 8.

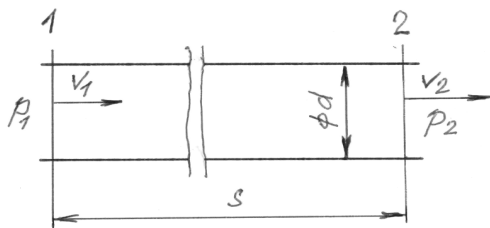
U **středotlaké a vysokotlaké dopravy**, kde již nelze zanedbat změnu hustoty plynu ρ (kg/m^3) během dopravy a plyn po délce trasy expanduje a mění se rychlost v (m/s) je obecné a přesné řešení tlakové ztráty složité, protože tlakový spád - dp/ds je funkcí veličin, které se v průběhu dopravy po její trase postupně mění. Aby byla úloha vůbec řešitelná, předpokládá se u jednotlivých případů určité zjednodušení.

V následujících podkapitolách budou uvedena řešení některých základních případů **středotlaké a vysokotlaké dopravy**.

Významnou část celkové tlakové ztráty konkrétní trasy PD tvoří místní ztráty při průtoku dopravované směsi oblouky. Oblouky a nevhodně volená trasa bývají i příčinou ucpání dopravní trasy. Proto bude této důležité problematice věnována samostatná kapitola 6.6.

6.1 Horizontální doprava při $k_x = \text{konst}$

Základní případ výpočtu tlakové ztráty PD je úsek horizontální dopravy ($\nu = 0^\circ$, $\sin \nu = 0$) zobrazený na obr. 6.1, kde předpokládáme:



Obr. 6.1 Úsek horizontální dopravy

- na sledovaném úseku je $k_x = \text{konst}$ (tento předpoklad je zjednodušený, neboť dochází-li na daném úseku k expanzi plynu, zvyšuje se i rychlost v a podle vztahů v kap. 5 by se měla hodnota součinitele dopravy k_x s rychlostí v postupně snižovat),

- $\beta_x = \text{konst}$, tj. jak postupně plyn expanduje a zvyšuje se jeho rychlost v , úměrně se zvyšuje i rychlost částice u ,
- poréznost $\varepsilon = \text{konst}$, součinitel tření $\lambda = \text{konst}$,
- v potrubí nastává izotermická změna, tj. hustota plynu ρ (kg/m^3) se mění pouze vlivem změny tlaku p (Pa) dle stavové rovnice $\rho = p/RT$, kde R je plynová konstanta použitého dopravního plynu.

Z obecné rovnice (6.1) odpadá 2. člen reprezentující ztrátu zdvihem a výchozí rovnicí pro daný případ je

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) + \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} + C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (6.2)$$

Po poměrně komplikovaných úpravách vede řešení (integrace) rovnice mezi místy 1 a 2 na tvar

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{\Psi} = \frac{\lambda}{d} (1 + k \mu) s + \varepsilon (1 + \mu \beta) \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2 \quad (6.3)$$

kde parametr Ψ představuje komplex veličin

$$\Psi = \frac{\dot{M}^2 RT}{A^2} \quad (6.4)$$

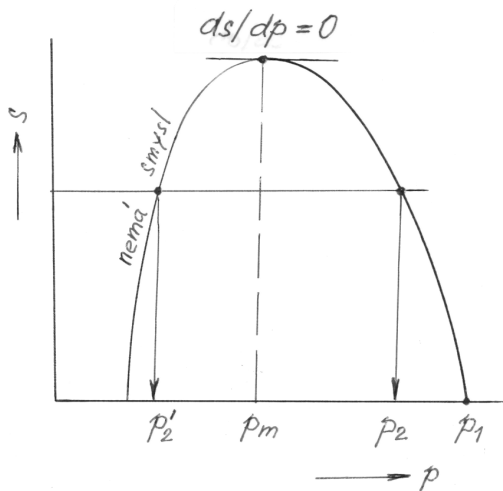
kteřé jsou u daného případu známé a $\Psi = \text{konst.}$

Pro zadané hodnoty p_1, s, \dots jsou výsledkem řešení rovnice (6.3) dvě hodnoty tlaku p_2 a p_2' , z nichž platí pouze větší z obou hodnot.

Výsledky řešení jsou schematicky zobrazeny na obr. 6.2. U daného případu lze z podmínky $ds/dp = 0$ odvodit hodnotu tzv. mezního tlaku p_m

$$p_m = \sqrt{\Psi \varepsilon (1 + \mu \beta_x)} \quad (6.5)$$

a pro různé hodnoty velikosti úseku s mají vždy smysl pouze hodnoty tlaku na konci úseku, kde platí $p_2 > p_m$.



Obr. 6.2 Závislost $s = f(p)$ u řešeného případu horizontální dopravy

6.2 Horizontální doprava při $k_x = f(v)$ a zanedbání tření plynu

Reálnější případ horizontální PD je, jestliže součinitel dopravy k_x není konstanta, ale pro hodnotu k_x platí $k_x = f(v)$. Tuto podmínku splňuje např. vztah (5.3), který pro další účely přepíšeme do tvaru

$$k_x = \kappa \frac{Fr}{\rho} = \kappa \frac{g d}{v^2 \rho} \quad (6.6)$$

a nová konstanta κ závisí na číselné hodnotě konstanty ve vztahu (5.3) a hustotě materiálu ρ_m (kg/m^3). Dalšími předpoklady řešeného případu je:

- $\beta_x = \text{konst}, \lambda = \text{konst},$
- součin $k\mu \gg 1$, takže ve vztahu (6.1) u tlakového spádu vlivem tření plynu a materiálu můžeme uvažovat, že $1 + k\mu \cong k\mu$

Výchozí rovnici (6.1) nejprve upravíme do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho k \mu + \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} + C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (6.7)$$

kteřý pro další řešení s použitím základních vztahů převedeme do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho k \mu + \varepsilon \rho (1 + \mu \beta) \frac{v dv}{ds} \quad (6.8)$$

kde je u ztráty urychlením materiálu tlakový spád místo změny rychlosti částice u odpovídajícím způsobem vyjádřen s použitím změny rychlosti plynu v .

Řešením (integrací) této rovnice dostaneme pro tlaky na úseku délky s mezi body 1 a 2 vztah

$$p_1 - p_2 = \frac{\lambda \kappa g \mu}{2} s + \varepsilon (1 + \mu \beta) \frac{\dot{M}^2}{A^2} \left(\frac{RT}{p_2} - \frac{RT}{p_1} \right) \quad (6.9)$$

U tohoto vztahu předpokládáme, že známe hodnotu tlaku na začátku úseku p_1 , délku úseku s a všechny další veličiny, hodnotu tlaku na konci úseku p_2 stanovíme podobně jako v předcházejícím případě metodou postupného přibližování. Při výpočtu tlakového rozdílu $p_1 - p_2$ lze postupovat i obráceným způsobem, že známe tlak na konci úseku p_2 a hledáme tlak p_1 .

6.3 Horizontální doprava při $k_x = f(v)$

U této alternativy horizontální dopravy uvažujeme stejné podmínky (předpoklady) jako u případu 6.2, ale s tím rozdílem, že neplatí podmínka $k_\mu \gg 1$ a u výpočtu tlakové ztráty je nutno uvažovat nejenom s tlakovým spádem vlivem tření materiálu, ale i **třením plynu**. Z hlediska zjednodušení podmínek se jedná o nejméně zjednodušený případ horizontální PD, tedy nejbliže reálným podmínkám.

Rovnice tlakového spádu má na rozdíl od předcházejícího případu (6.8) tvar

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) + \varepsilon \rho (1 + \mu \beta) \frac{v dv}{ds} \quad (6.10)$$

Součin veličin $\rho \cdot v$, který se vyskytuje u druhého členu rovnice, můžeme podle (2.6) přibližně nahradit poměrem veličin \dot{M} / A a rovnici (6.10) přepíšeme do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) + \varepsilon (1 + \mu \beta) \frac{\dot{M}}{A} \frac{dv}{ds} \quad (6.11)$$

Ze stavové rovnice plynu vyplývá závislost mezi tlakem a hustotou plynu ve tvaru $p = \rho \cdot R \cdot T$. Rychlost plynu v můžeme dle (2.6) zjednodušeně ($\varepsilon \cong 1$) vyjádřit dle vztahu

$$v \cong \frac{\dot{M}}{A \rho} \quad (6.12)$$

Pro součin veličin v a p pak můžeme psát

$$v p = \frac{\dot{M}}{A} R T \quad (6.13)$$

a předpokladu **izotermické změny plynu po délce trasy** ($T = \text{konst}$) je potom součin obou veličin konstantní. S využitím této vlastnosti převedeme v rovnici (6.11) změnu rychlosti dv na změnu tlaku dp a po úpravě rovnice (6.11) přejde do tvaru

$$dp \frac{\varepsilon(1+\mu\beta)\frac{\Psi}{p^2}-1}{\frac{\lambda}{2d}\frac{\Psi}{p}+\frac{\lambda\kappa g\mu}{2}} = ds \quad (6.14)$$

V této diferenciální rovnici je použit parametr Ψ dle rovnice (6.4), který je u izotermické změny konstantní a na levé straně rovnice se u dp nachází tlak p jak v čitateli, tak jmenovateli. Celou rovnici vynásobíme v čitateli i jmenovateli veličinou p^2 a potom integrujeme od místa 1 do místa 2

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{\varepsilon(1+\mu\beta)\Psi - p^2}{\frac{\lambda}{2d}\Psi p + \frac{\lambda\kappa g\mu}{2}p^2} dp = \int_{s_1}^{s_2} ds \quad (6.15)$$

Kromě tlaku jsou hodnoty všech veličin u tlakového integrálu konstantní, takže formálně se jedná o řešení integrálu

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{k_1 - p^2}{k_2 p + k_3 p^2} dp \quad (6.16)$$

kde k_1 , k_2 a k_3 jsou na daném úseku konstanty a integrál je sice obtížně, ale řešitelný.

6.4 Horizontální doprava - krátké potrubí

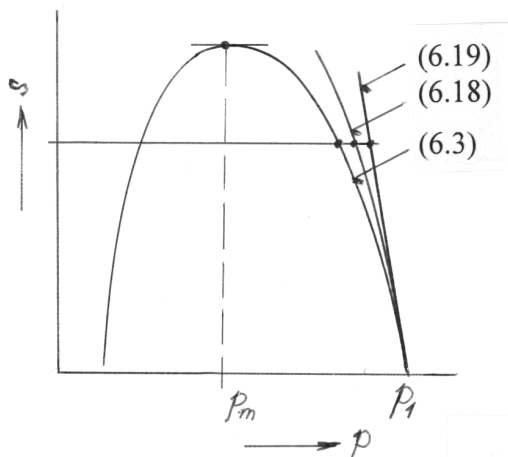
U krátkého horizontálního potrubí, tedy krátkého úseku s , kde se předpokládá malá změna rychlosti v , můžeme reálně uvažovat, že **součinitel dopravy $k_x = \text{konst.}$** Obdobně logickým předpokladem a zjednodušením je, že na krátkém úseku **lze zanedbat urychlení plynu i urychlení materiálu.** Z obecné rovnice tlakového spádu (6.1) tak zbude pouze člen reprezentující tlakovou ztrátu třením.

Využijeme-li již uvedený vztah (6.3), můžeme při zanedbání urychlení plynu i materiálu pro řešený případ psát

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{\Psi} = \frac{\lambda}{d}(1+k\mu)s \quad (6.17)$$

Řešení této rovnice vede na vztah pro vyjádření tlaku p_2 na konci úseku délky s – obr. 6.3.

$$p_2 = p_1 \sqrt{1 - \frac{\Psi \lambda}{d p_1^2}(1+k\mu)s} \quad (6.18)$$



Obr. 6.3 Průběh tlaku u horizontální dopravy a krátkého potrubí

ale na rozdíl od předcházejících případů lze hodnotu tlaku p_2 na konci úseku stanovit přímo.

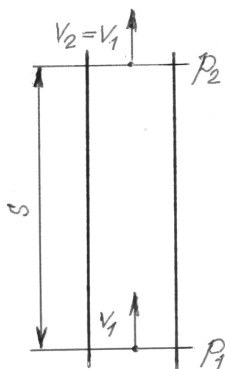
Podle obecného pravidla, že vztah $\sqrt{1+x}$ lze pro malé hodnoty x (v porovnání s 1) přibližně vyjádřit jako $1+x/2$, vztah (6.18) upravíme do tvaru

$$p_2 \cong p_1 - \frac{1}{2} \frac{\Psi \lambda}{d p_1} (1 + k \mu) s \quad (6.19)$$

který se v diagramu na obr. 6.3 již zobrazuje jako přímka.

6.5 Vertikální doprava – ztráta zdvihem

U vertikální dopravy, schématicky znázorněné na obr. 6.4 budeme předpokládat, že na daném úseku se:



- zanedbává ztráta třením materiálu i plynu,
- zanedbává urychlení materiálu i plynu.

Ze základní rovnice (6.1) tak zbude pouze prostřední člen na ztrátu zdvihem a po jednoduché úpravě rovnice přejde do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \varepsilon \rho \left(1 + \frac{\mu}{\beta}\right) g \quad (6.20)$$

Po vyjádření hustoty plynu ρ ze stavové rovnice a separaci proměnných p a s dostaneme integraci mezi místy 1 a 2 vztah

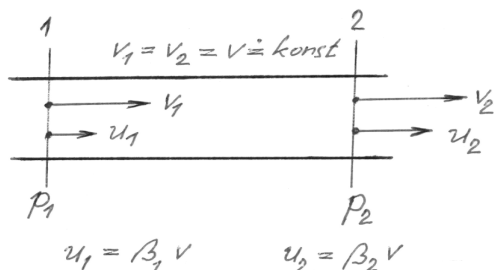
Obr. 6.4 Vertikální doprava
- ztráta zdvihem

$$\frac{p_2}{p_1} = \exp \left[-\frac{\varepsilon g}{RT} \left(1 + \frac{\mu}{\beta}\right) s \right] \quad (6.21)$$

který představuje samostatnou tlakovou ztrátu zdvihem.

6.6 Ztráta urychlením materiálu

Pro praktické aplikace výpočtu tlakové ztráty PD nás zajímá samostatná tlaková ztráta vlivem urychlení materiálu. Tento případ je schématicky znázorněn na obr. 6.5, kde se rychlost materiálu zvyšuje z počáteční hodnoty u_1 , resp. poměrné rychlosti β_1 na rychlost u_2 , resp. β_2 . U PD tento případ nastává např. u podtlakové dopravy za místem podávání částic rotačním podávacem nebo za obloukem, kde se vlivem tření částic o stěnu rychlost pohybu materiálu zpomalí – viz následující kapitola..



Obr. 6.5 Tlaková ztráta urychlením
materiálu

úseku předpokládáme, že $v_1 = v_2 = v = \text{konst}$. Ze základní rovnice (6.1) nám zbude pouze člen

$$-\frac{dp}{ds} = C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (6.22)$$

Dosazením za C_M ze vztahu (2.11), vyjádřením diferenciálu $d(u^2)$ jako $2 \cdot u \cdot du$ a vyjádřením rychlosti částice $u = \beta \cdot v$ přejde rovnice (6.22) do tvaru

$$-dp = \varepsilon \rho \mu v du \quad (6.23)$$

Integrací tlaku od p_1 do p_2 a rychlosti částice od u_1 do u_2 dostaneme po jednoduché úpravě vztah

$$p_1 - p_2 = \varepsilon \rho \mu v^2 (\beta_2 - \beta_1) \quad (6.24)$$

který prostřednictvím poměrných rychlostí β vyjadřuje tlakovou ztrátu urychlením materiálu z počáteční hodnoty β_1 na β_2 . U urychlení materiálu tedy je $\beta_2 > \beta_1$.

Vztah (6.24) lze alternativně vyjádřit pomocí dynamického tlaku ve tvaru

$$p_1 - p_2 = k_r \mu \frac{v^2}{2} \rho \quad (6.25)$$

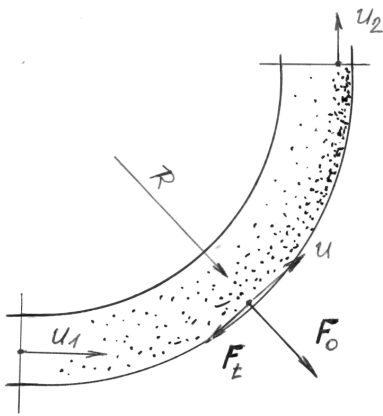
kde k_r (1) značí součinitel urychlení materiálu a z porovnání vztahů (6.24) a (6.25) vyplývá, že pro k_r platí

$$k_r = 2 \varepsilon (\beta_2 - \beta_1) \quad (6.26)$$

Předpokládáme, že hodnota poměrné rychlosti β_2 odpovídá ustálené hodnotě β na přímém úseku potrubí. Velikost tlakové ztráty urychlením materiálu pak závisí na hodnotě β_1 a u podávání materiálu tak závisí způsobu zaústění výstupu z rotačního podáváče do potrubí.

6.7 Tlaková ztráta při průchodu materiálu obloukem

Jak je znázorněno na obr. 6.6, částice materiálu, které se před obloukem ve vertikální rovině nacházejí ve stavu vznosu, se při průchodu obloukem vlivem odstředivé síly odstředí na vnější stěnu oblouku a vlivem tření o stěny zpomalí. Pro částici sunoucí se po vnější straně oblouku lze v obvodovém směru psát pohybovou rovnici



Obr. 6.6 Průchod materiálu obloukem

$$M_\varepsilon \frac{du}{dt} = -F_t \quad (6.27)$$

kde třecí sílu proti pohybu částice F_t (N) vyjádříme z odstředivé síly F_o (N) jako

$$F_t = M_\varepsilon \frac{u^2}{R} f \quad (6.28)$$

kde f (1) je součinitel tření materiálu o stěnu.

Zrychlení částice du/dt na levé straně rovnice běžnou operací $du/dt = du/ds \cdot ds/dt = u \cdot du/ds$ převedeme na změnu rychlosti du po dráze ds . Po dosazení za F_t a úpravě dostaneme jednoduchou diferenciální rovnici

$$\frac{du}{u} = -\frac{f}{R} ds \quad (6.29)$$

kterou integrujeme od vstupu do výstupu z oblouku (délka pravoúhlého oblouku $s = \pi R/2$) a dostaneme

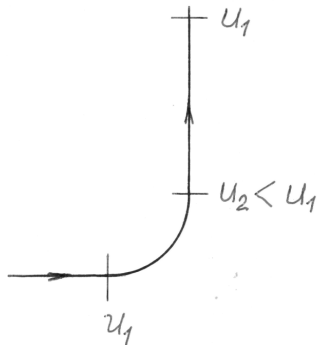
$$\frac{u_2}{u_1} = \exp\left(-\frac{\pi f}{2}\right) \quad (6.30)$$

Není-li oblouk pravoúhlý, pak z (6.29) integrací přímo plyne

$$\frac{u_2}{u_1} = \exp\left(-\frac{f}{R} s\right) \quad (6.31)$$

kde s (m) je skutečná délka kratšího oblouku.

Z vyjádření sil na obr. 6.6 i rovnice (6.28) vyplývá, že poloměr R oblouku má správně být poloměr vnější stěny oblouku a nikoliv poloměr osy potrubí, jak je na obr. 6.6 naznačeno. V praxi se tato nepřesnost zanedbává, za R se považuje poloměr osy potrubí oblouku a nepřesnost se eliminuje v praxi ověřenou hodnotou součinitele tření f .



Obr. 6.7 Průběh rychlosti u oblouku

Ze vztahů (6.30) a (6.31) a schématu na obr. 6.7 vyplývá, že v oblouku dochází ke zpomalení pohybu částice materiálu a k hlavnímu poklesu tlaku dojde až za obloukem, kde se materiál urychluje na původní rychlost (příslušnou ustálenou rychlost). Tlakovou ztrátu při průchodu materiálu obloukem můžeme proto přibližně vyjádřit jako **ztrátu na urychlení částice materiálu** z rychlosti u_2 na u_1 . Úpravou (6.24) pak plyne

$$\Delta p_{obl} \cong 2 \varepsilon \mu \frac{v^2}{2} \rho (\beta_1 - \beta_2) \quad (6.32)$$

kde u pravoúhlého oblouku s ohledem na (6.30) platí

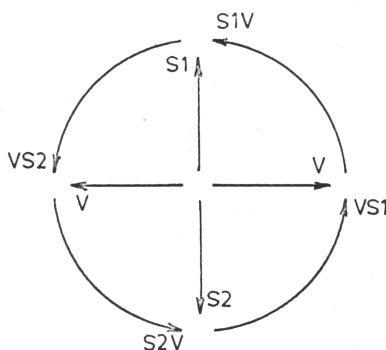
$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{u_2}{u_1} = \exp\left(-\frac{\pi f}{2}\right) \quad (6.33)$$

Vztah (6.32) lze přepsat do praktického tvaru

$$\Delta p_{obl} \cong \zeta_{obl} \mu \frac{v^2}{2} \rho \quad (6.34)$$

kde ztrátový součinitel při průchodu částic materiálu ζ_{obl} (1) se vyčíslí dle vztahu

$$\zeta_{obl} = 2 \varepsilon (\beta_1 - \beta_2) \quad (6.35)$$



Obr. 6.8 Označení polohy oblouku

Jak již bylo zmíněno, vlastní tlaková ztráta při průtoku obloukem je v porovnání se ztrátou urychlením malá (tření plynu a částic ve vznosu) a do výpočtu celkové tlakové ztráty PD se v praxi započítává tím způsobem, že délka oblouku se připočte do délky úseku, kde se počítá tlaková ztráta třením nebo se úměrně prodlouží jak příslušný horizontální i vertikální úsek.

Přesnější popis děje při průchodu materiálu oblouky uvádí Urban (L1). Na rozdíl od výše uvedeného schématu na obr. 6.6 uvažuje při vyjádření třecí síly o stěny oblouku s působením nejenom odstředivé, ale i **gravitační síly**. Výsledný vztah pro zpomalení rychlosti částice materiálu na výstupu z oblouku je pak závislý na

kombinaci obou sil a tedy **poloze oblouku**, která se podle schématu na obr. 6.8 označuje ve vertikální rovině zkratkami VS1, S1V, VS2 a S2V.

Na rozdíl od vztahu (6.30), odvodil Urban (L1) pro zpomalení rychlosti částice vztah

$$\frac{u_2}{u_1} = \exp(-f \varphi) \sqrt{1 + \frac{g R}{u_1^2} \frac{2}{4 f^2 + 1} M_i} \quad (6.36)$$

kde φ (1) je středový úhel oblouku a M_i (1) pomocný výraz, který závisí na poloze oblouku. U oblouků ve vodorovné rovině je $M_V = 0$ a výsledný vztah pro pravoúhlý oblouk ($\varphi = \pi/2$) je pak shodný se vztahem (6.30).

U oblouků ve vertikální rovině pak platí následující vztahy (L1):

$$M_{VS1} = (2 f^2 - 1) - \exp(2 f \varphi) [3 f \sin \varphi + (2 f^2 - 1) \cos \varphi] \quad (6.37)$$

$$M_{S1V} = 3 f + \exp(2 f \varphi) [(2 f^2 - 1) \sin \varphi - 3 f \cos \varphi] \quad (6.38)$$

$$M_{VS2} = -M_{VS1} \quad (6.39)$$

$$M_{S2V} = -M_{S1V} \quad (6.40)$$

Známe-li u daného oblouku zpomalení rychlosti částice (vztahy (6.36) a odpovídající vztah (6.37) až (6.40)), **vyjádří se příslušná tlaková ztráta dle vztahu (6.32).**

Jak z hlediska tlakové ztráty, tak nebezpečí ucpání je žádoucí, aby rychlost materiálu na výstupu z oblouku byla co nejvyšší. Analýzou výše uvedených vztahů dospěl Urban (L1) k doporučením pro volbu poloměru oblouku R u oblouků ve vertikální rovině se středovým úhlem $\varphi = \pi/2 = 90^\circ$ - tab. 6.1

Tab. 6.1 Doporučení pro velikost poloměru oblouku R ve vertikální rovině

Poloha oblouku		VS1	S1V	VS2	S2V
Poloměr oblouku R pro	$f < 0,605$	malý	malý	velký	velký
	$f > 0,605$		velký		malý

Stejně vztahy a závěry při průtoku materiálu obloukem uvádí Vávra v (L2).

Poznámka: K přesnějšímu výpočtu tlakové ztráty při průchodu dopravované směsi oblouky je nutno ke ztrátě Δp_{obl} , stanovené dle vztahu (6.32) jako ztráta na urychlení částice materiálu, přidat i tlakovou ztrátu vlivem třením plynu a materiálu na rozvinuté délce oblouku.

Literatura ke kapitole 6

L1 Urban, J.: Pneumatická doprava, SNTL, Praha, 1964

L2 Vávra, A.: Pneumatická doprava dřevěného odpadu, kapitola 4.4 v knize Hejma, J., Budinský, K., Vávra, A., Drkal, F.: Vzduchotechnika v dřevozpracovávajícím průmyslu, SNTL, Praha, 1981

7 Fázový diagram a optimalizace pneumatické dopravy

Fázový diagram je grafické vyjádření závislosti tlakového spádu – dp/ds na hmotnostním průtoku plynu \dot{M} (kg/s), resp. rychlosti plynu v (m/s), kde hmotnostní tok materiálu \dot{M}_m (kg/s) je parametrem závislosti. Charakteristickým bodem diagramu je hmotnostní průtok plynu \dot{M} (kg/s), resp. rychlost plynu v (m/s), kde dosahuje tlakový spád minima a kde PD je z hlediska volby dopravní rychlosti neekonomičtější.

Tvar fázového diagramu je možno ukázat na řešení rovnice tlakového spádu (6.1), kde lze samostatně oddělit tlakový spád od proudění plynu a tlakový spád od přítomnosti dopravovaného materiálu. Podle tohoto „principu aditivnosti“ můžeme pak výsledný tlakový spád vyjádřit jako

$$-\frac{dp}{ds} = \left(-\frac{dp}{ds}\right)_{\text{plyn}} + \left(-\frac{dp}{ds}\right)_{\text{materiál}} \quad (7.1)$$

nebo výslednou tlakovou ztrátu Δp (Pa) vyjádříme jako

$$\Delta p = \Delta p_{\text{plyn}} + \Delta p_{\text{materiál}} \quad (7.2)$$

Konkrétní tvar fázového diagramu ukážeme na jednoduchém případě kratší horizontální dopravy, kde výsledný tlakový spád závisí pouze na tření plynu a materiálu a ostatní členy buď neexistují nebo je lze zanedbat. Z rovnice (6.1) potom zůstane vztah

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) \quad (7.3)$$

a pro součinitel dopravy k použijeme vztah (5.3) s konkrétní konstantou, např. 0,08

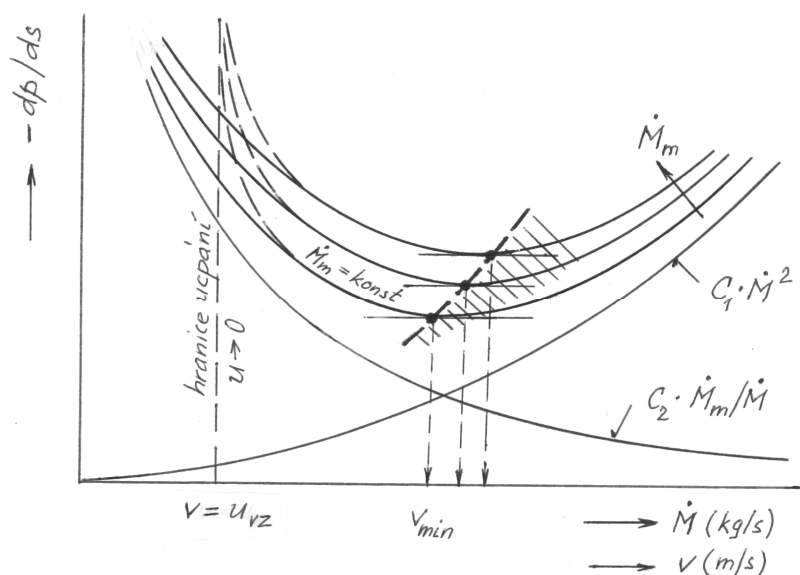
$$k_x = 0,08 \frac{\rho_m}{\rho} Fr \quad (7.4)$$

Vyjádříme-li Fr dle (4.24), pak rozepsáním a úpravou vztahu (7.3) (náhrada v^2 ze vztahu (2.6) a náhrada μ ze vztahu (2.1)) dostaneme

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\lambda}{d} \frac{1}{2} \frac{\dot{M}^2}{A^2 \rho} + \frac{\lambda}{d} \frac{1}{2} 0,08 \rho_m g d \frac{\dot{M}_m}{\dot{M}} \quad (7.5)$$

Z hlediska veličin \dot{M} a \dot{M}_m (kg/s) můžeme rovnici (7.5) přepsat do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = C_1 \dot{M}^2 + C_2 \frac{\dot{M}_m}{\dot{M}} \quad (7.6)$$



Obr. 7.1 Fázový diagram

kde C_1 a C_2 jsou konstanty. Jak je graficky znázorněno na obr. 7.1, první člen rovnice (7.6) je z hlediska závislosti na \dot{M} (kg/s) kvadratická závislost, druhý člen je hyperbolická závislost s konstantou $C_2 \cdot \dot{M}_m$. Vykreslíme-li dle (7.6) součtovou křivku pro konkrétní hodnotu parametru \dot{M}_m (kg/s), dostaneme závislost, která má z hlediska tlakového spádu minimum při hmotnostním průtoku plynu \dot{M}_{\min} (kg/s), kterému pro konkrétní podmínky PD (průměr potrubí d , hustota plynu ρ) odpovídá dopravní rychlost v_{\min} (m/s).

Pro každou hodnotu hmotnostního průtoku dopravovaného materiálu \dot{M}_m (kg/s) dostaneme jinou součtovou křivku s jinou hodnotou \dot{M}_{\min} (kg/s) a v_{\min} (m/s). Jak je zobrazeno na obr. 7.1, se zvyšováním hodnoty \dot{M}_m (kg/s) se zvyšuje i hodnota \dot{M}_{\min} (kg/s) a následně i v_{\min} (m/s).

Při snižování dopravní rychlosti v (m/s) pod v_{\min} (m/s) k hodnotě rychlosti částic materiálu ve vznosu u_{vz} (m/s) se materiál začíná vléct po dně potrubí a tlakový spád začíná vlivem korekce druhého členu v rovnici (7.2) prudce stoupat (na obr. 7.1 je výsledná závislost vyjádřena čárkovaně). Oblast, kde $v \rightarrow u_{vz}$ a následně rychlost částice materiálu $u \rightarrow 0$, se nazývá **hranice (mez) ucpání**. Při provozu PD se musíme této oblasti kategoricky vyhnout.

Doporučená rychlost dopravního plynu v (m/s) se nachází vpravo od spojnice bodů s minimálním tlakovým spádem, rychlostí v_{\min} (m/s). Na obr. 7.1 je tato oblast vyznačena čárkovaně. Protože se hodnota v_{\min} (m/s) zvyšuje ze zvyšováním hmotnostního průtoku dopravovaného materiálu \dot{M}_m (kg/s), současně platí doporučení, že doporučená rychlost dopravního plynu v (m/s) se zvyšuje se zvyšující se hodnotou \dot{M}_m (kg/s).

Oblast doporučené rychlosti dopravního plynu se nazývá **oblast stabilní pneumatické dopravy ve vznosu**. Oblast pod hodnotou v_{\min} je oblast **nestabilní PD**.

Z uvedených pravidel a doporučení vyplývají další doporučující vztahy pro volbu dopravní rychlosti $v > v_{\min}$, které doplňují a upřesňují pravidla, uvedená v kap. 4.8.

Podle Bartha (L1) je možno hodnotu v_{\min} (m/s) stanovit ze vztahu

$$v_{\min} = \left(\frac{g^2 \cdot 4}{2,845 \cdot 10^{-5} \cdot \rho \pi} \right)^{0,2} \dot{M}_m^{0,2} \quad (7.6)$$

Další empirický vztah pro v_{\min} podle Solovjova (L2?) je

$$v_{\min} = 4,164 \frac{a_s^{0,228}}{d^{0,128}} \frac{\rho_m^{0,4}}{\rho^{0,6}} \dot{M}_m^{0,2} \quad (7.7)$$

kde a_s (m) značí ekvivalentní velikost částice dle povrchu.

Z obou vztahů vyplývá, že rychlost v_{\min} se zvyšuje s $\sqrt[5]{\dot{M}_m}$.

Fázový diagram pro určitý dopravovaný materiál, dopravní trasu a zvolený průměr potrubí d (m) je významný nástroj a umožňuje **optimalizaci rychlostního režimu PD z hlediska výsledné tlakové ztráty**. Projektant však fázový diagram zpravidla nemá k dispozici, neboť k jeho sestavení by bylo nutno výpočet tlakové ztráty vícekrát opakovat pro různé hodnoty dopravní rychlosti v (m/s) a hmotnostního toku materiálu \dot{M}_m (kg/s). Hodnota požadovaného hmotnostního toku materiálu \dot{M}_m (kg/s) však bývá zadavatelem přesně stanovena a patří mezi hlavní zadávací parametry PD, a proto v praxi postačí ke kontrole správnosti volby dopravní

rychlosti provést kontrolní výpočet tlakové ztráty při $\dot{M}_m = \text{konst}$ a několika různých rychlostech v (m/s) v okolí zvolené dopravní rychlosti a zkontrolovat, zda se projektovaná hodnota dopravní rychlosti pohybuje v okolí rychlosti s minimální tlakovou ztrátou.

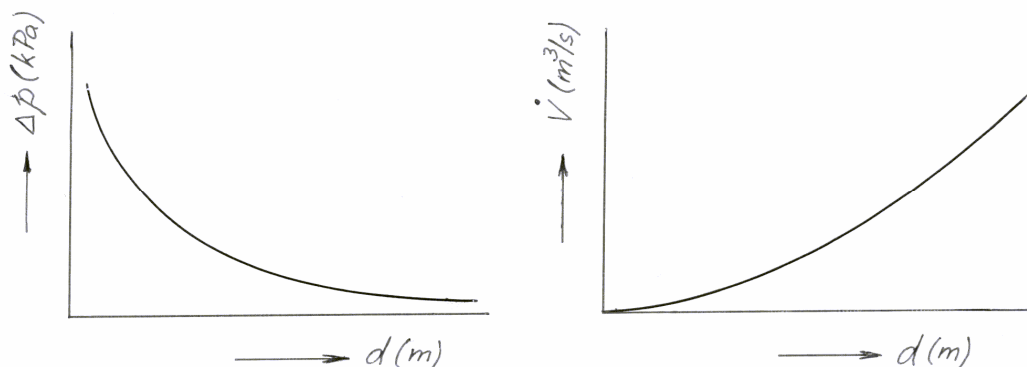
Kromě uvedené optimalizace dopravní rychlosti je nutno zvolit průměr dopravního potrubí tak, aby investiční i provozní náklady na PD byly pokud možno minimální. Této problematice je stručně věnována následující kapitola.

7.1 Optimalizace provozních nákladů pneumatické dopravy

Pro dopravu požadovaného množství materiálu \dot{M}_m (kg/s) a zvolenou trasu dopravy je teoreticky možno volit různé průměry potrubí d (m). Ve všech vztazích, uvedených v kap.6 pro výpočet tlakové ztráty částí PD, kde rozhoduje tření plynu a materiálu o stěny potrubí platí, že Δp (Pa) je tím větší, čím menší je zvolený průměr potrubí d (m). Je to logické, neboť při zmenšování ϕ d se při zvolené dopravní rychlosti v (m/s) zmenšuje průtok dopravního vzduchu \dot{V} (m³/s) i \dot{M} (kg/s) a pro zadané \dot{M}_m (kg/s) se následně musí zvýšit hodnota směšovacího poměru μ (1), který výrazně ovlivňuje všechny tlakové ztráty ovlivněné přítomností materiálu (tření, počáteční urychlení, urychlení po délce trasy, zdvih, oblouky).

Výsledná závislost $\Delta p = f(d)$ je proto jednoznačně klesající – obr. 7.2 vlevo.

Naopak, při zmenšování ϕ d a zachování hodnoty dopravní rychlosti plynu v (m/s) se kvadraticky snižuje objemový průtok dopravního vzduchu \dot{V} (m³/s) a závislost $\dot{V} = f(d)$ na obr. 7.2 vpravo má opačnou vzrůstající tendenci než v případě klesající závislosti $\Delta p = f(d)$.



Obr. 7.2 Závislost $\Delta p = f(d)$ – vlevo a $\dot{V} = f(d)$ - vpravo

Předpokládáme, že provozní náklady na nízkotlakou a středotlakou PD jsou dány zejména náklady na pohon zdrojů dopravního vzduchu (ventilátory, dmychadla).

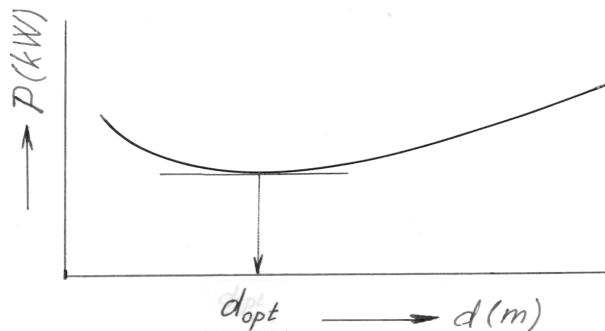
U nízkotlaké dopravy, kde je zdrojem dopravního vzduchu ventilátor, můžeme požadovaný příkon elektromotoru ventilátoru P (kW) přibližně stanovit jako

$$P = \frac{N}{\eta} = \frac{\dot{V} \Delta p}{\eta} \quad (7.8)$$

kde Δp (kPa) je výsledná tlaková ztráta a $\eta(1)$ výsledná účinnost zdroje sání. Pro vyšší tlaky je výpočet výkonu N (kW) a tím i příkonu P (kW) podle vztahu (7.8) již nepřesný, neboť u stanovení výkonu N (kW) je nutno respektovat stlačitelnost vzduchu a nelze prostě vynásobit hodnoty \dot{V} (m³/s) a Δp (kPa).

U středotlaké dopravy, kde je zdrojem sání dmychadlo a je nutno respektovat stlačitelnost vzduchu, lze požadovaný výkon a následně dimenzování ventilátoru stanovit podle požadovaných hodnot \dot{V} (m³/s) a Δp (kPa) z podkladů výrobce zařízení.

Ve všech případech však platí, že výsledný elektrický příkon zařízení se zvyšuje se zvyšující se hodnotou \dot{V} (m³/s) i Δp (kPa) a s ohledem na uvedený tvar závislosti $\dot{V} = f(d)$ a $\Delta p = f(d)$ u



Obr. 7.3 Minimum provozních nákladů

PD platí, že u určitého průměru potrubí d (m) nastane minimum provozních nákladů – obr.7.3. Tento průměr označíme jako d_{opt} .

Výsledná závislost $P = f(d)$ může být u konkrétního zadání PD poměrně plochá a při volbě skutečného průměru potrubí z dostupné řady trubek se s ohledem k investičním nákladům (potrubí, odlučovač a j.) přikloníme spíše k menšímu průměru potrubí.

7.2 Kontrola průměru potrubí

U stabilní pneumatické dopravy ve vlnosu je doprava charakterizována vyšší dopravní rychlostí plynu $v > v_{min}$ a vyšší porézností ε , tedy nižší hodnotou objemové koncentrace dopravovaného materiálu C_v (m³/m³). Aby nedocházelo k ucpání, doporučuje Buhrke (L3), aby platilo

$$1 - \varepsilon = \frac{V_m}{V_{sm}} \leq 0,058 \quad (7.9)$$

S použitím definičních vztahů v kap. 2 lze tuto podmínku přepsat do praktického tvaru

$$1 - \varepsilon = \frac{V_m}{V_{sm}} = \frac{4 \dot{M}_m}{u \rho_m \pi d^2} \leq 0,058 \quad (7.10)$$

ve kterém ze zadání a výpočtu známe všechny veličiny a můžeme zkontrolovat, zda je podmínka (7.9) splněna.

Použitá literatura ke kapitole 7

L1 Barth, W.a kol.: Neues Verfahren zur Bestimmung der augenblicklich geförderten Gutmengen im Luftstrom bei pneumatischer Förderung, Chemie-Ing.-Tech., 9/1957

L2 Solovjov, M.I.: Ochlaždenije zerna pri pnevmotransportě v gorizontálnom truboprovodě, Izvěstija VUZov, Piščevaja tehnologija, 6/1963

L3 Buhrke, H.: Einsatzmöglichkeiten pneumatischer Förderer. Hebezeuge und Fördermittel, 12/1974

8 Nízkotlaká pneumatická doprava – princip aditivnosti

U nízkotlaké PD, kde celková tlaková ztráta $\Delta p < 10$ kPa, lze při výpočtu tlakové ztráty zanedbat změnu hustoty plynu po délce trasy, tj. zanedbává se expanze plynu a pokud se nemění průměr potrubí d (m), zůstává konstantní i dopravní rychlost plynu v (m/s).

Při výpočtu celkové tlakové ztráty Δp (Pa) lze s výhodou použít jednoduché metody, založené na **principu aditivnosti**.

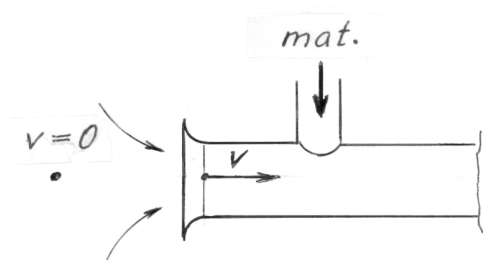
Princip aditivnosti je založen na předpokladu, že tlaková ztráta dopravované směsi materiálu a plynu je rovna součtu tlakové ztráty při proudění samotného plynu a tlakové ztráty způsobené přítomností dopravovaného materiálu. Jednotlivé složky těchto tlakových ztrát se stanoví řešením obecné rovnice tlakového spádu (6.1), která je pro přehlednost uvedena znovu

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) + \left(\frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} + \varepsilon \rho \right) g \sin \nu + \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} + C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (8.1)$$

Bude účelné zopakovat, že 1. člen na pravé straně rovnice představuje tlakový spád vlivem tření plynu a materiálu o stěny potrubí, 2. člen vyjadřuje tlakový spád způsobený zdvihem materiálu a plynu, 3. a 4. člen představuje tlakový spád způsobený urychlením plynu a materiálu.

Jednotlivé složky celkové tlakové ztráty získáme řešením příslušné části rovnice (8.1).

Počáteční urychlení plynu Δp_{v1} (Pa)



Obr. 8.1 Počáteční urychlení plynu

K počátečnímu urychlení plynu dochází na začátku dopravní trasy, kde se z okolí s rychlostí plynu $v = 0$ plyn nasává a v průřezu na počátku dopravní trasy má rychlost v (m/s).

Výchozím vztahem pro výpočet počátečního urychlení plynu je 3. člen rovnice (8.1)

$$-\frac{dp}{ds} = \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} \quad (8.2)$$

který lze upravit na jednoduchou rovnici

$$-dp = \varepsilon \rho v dv \quad (8.3)$$

Protože součin $\varepsilon \cdot \rho = \text{konst}$, lze rovnici jednoduše integrovat mezi místem 1 – okolí a 2 – vstupní průřez. Ztrátu počátečním urychlením plynu označíme jako Δp_{v1} (Pa) a platí

$$\Delta p_{v1} = \varepsilon \rho \frac{v^2}{2} \cong \rho \frac{v^2}{2} = p_d \quad (8.4)$$

Počáteční urychlení materiálu Δp_{m1} (Pa)

Jak je naznačeno na obr. 8.1, u nízkotlaké podtlakové dopravy se často materiál přivádí do potrubí trubkou kolmo zaústěnou do dopravního potrubí a materiál má v místě zaústění ve směru osy potrubí počáteční rychlost $u_0 = 0$.

Výchozím vztahem pro výpočet počátečního urychlení plynu je 4. člen rovnice (8.1)

$$-\frac{dp}{ds} = C_M \frac{1}{2} \frac{d(u^2)}{ds} \quad (8.5)$$

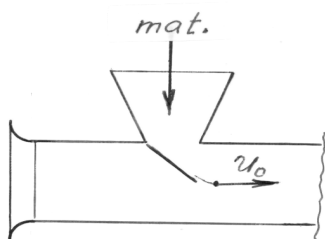
Podobně jako v kapitole 6.6 upravíme tuto rovnici do tvaru (6.23)

$$-dp = \varepsilon \rho \mu v du \quad (8.6)$$

kde součin $\varepsilon \cdot \rho \cdot \mu \cdot v = \text{konst}$ a rovnici lze jednoduše integrovat. Za předpokladu, že počáteční rychlost $u = 0$, vede integrace na jednoduchou rovnici

$$\Delta p_{m1} = \varepsilon \rho \mu v u \quad (8.7)$$

kteřou použitím poměrné rychlosti $\beta = u/v$ a zanedbáním $\varepsilon \cong 1$ upravíme do tvaru



Obr. 8.2 Snížení počátečního urychlení materiálu

$$\Delta p_{m1} \cong 2 \mu \frac{u}{v} p_d \quad (8.8)$$

Tuto ztrátu lze jednoduchou úpravou vstupu materiálu do potrubí snížit. Jak je např. naznačeno na obr. 8.2, vložení naváděcího plechu do potrubí lze zajistit, že počáteční rychlost $u_0 \neq 0$ a ztráta počátečním urychlením se sníží na

$$\Delta p_{m1} \cong 2 \mu \frac{u}{v} p_d \left(1 - \frac{u_0}{u} \right) \quad (8.9)$$

Ztráta třením plynu Δp_{v2} (Pa)

Z rovnice (8.1) uvažujeme 1. člen

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho \quad (8.10)$$

odkud integrací dostaneme

$$\Delta p_{v2} = \frac{\lambda}{d} s p_d \quad (8.11)$$

kde s (m) je rozvinutá délka potrubí, např. L (celková délka) + H (celková výška).

Ztráta třením materiálu Δp_{m2} (Pa)

Rovnice (8.1) přejde do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho k \mu \quad (8.12)$$

odkud integrací plyne

$$\Delta p_{m2} = k \mu \frac{\lambda}{d} s p_d = k \mu \Delta p_{v2} \quad (8.13)$$

Ztráta zdvihem plynu Δp_{v3} (Pa)

V rovnici (8.1) uvažujeme 2. člen, takže pro příslušný tlakový spád platí

$$-\frac{dp}{ds} = \varepsilon \rho g \sin \nu \quad (8.14)$$

odkud integrace vede na vztah

$$\Delta p_{v3} = \varepsilon \rho g s \sin \nu = \varepsilon \rho g H \cong \rho g H \quad (8.15)$$

kde H (m) je výška u vertikální dopravy nebo $H = s \cdot \sin \nu$ u šikmé dopravy. U běžných případů PD lze ztrátu zdvihem plynu zanedbat.

Ztráta zdvihem materiálu Δp_{m3} (Pa)

Pro vyjádření ztráty zdvihem materiálu z rovnice (8.1) platí člen,

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\varepsilon \rho \mu}{\beta} g \sin \nu \quad (8.16)$$

odkud integrace vede na vztah

$$\Delta p_{m3} = \varepsilon \rho \mu \frac{v}{u} g s \sin \nu = \varepsilon \rho \mu \frac{v}{u} g H \cong \rho \mu \frac{v}{u} g H \quad (8.17)$$

kde opět H (m) je výška u vertikální dopravy nebo $H = s \cdot \sin \nu$ u šikmé dopravy.

Ztráta plynu místními odpory Δp_{v4} (Pa)

Převážně se jedná o oblouky a tlakovou ztrátu vyjádříme jako ve vzduchotechnice jednoduchým vztahem

$$\Delta p_{v4} = \sum \zeta \cdot \frac{v^2}{2} \rho = \sum \zeta \cdot p_d \quad (8.18)$$

kde $\sum \zeta$ je součet jednotlivých ztrátových součinitelů ζ (1) při průchodu plynu obloukem.

Ztráta při průchodu materiálu místními odpory Δp_{m4} (Pa)

Opět se zpravidla jedná o ztráty při průchodu materiálu oblouky. Této problematice byla věnována bližší pozornost v kap. 6.6 a pro vyjádření tlakové ztráty jedním obloukem byl odvozen vztah (6.34), kde jednotlivý ztrátový součinitel ζ_{obl} se vyjádří v závislosti na poloze oblouku postupem uvedeným v kap. 6.6. Tlakovou ztrátu při průchodu materiálu všemi oblouky lze pak analogicky vztahu (6.34) vyjádřit jako

$$\Delta p_{m4} \cong \sum \zeta_{obl} \cdot \mu \frac{v^2}{2} \rho \quad (8.19)$$

S ohledem na komplikované vyjádření jednotlivých hodnot ztrátového součinitele ζ_{obl} je tento postup komplikovaný a zdlouhavý.

Ve snaze o zjednodušení výpočtu a na základě zkušeností s provozem PD zrnitých materiálů uvádí Vávra v (L1) zjednodušený vztah podle Dzadzia (L2)

$$\Delta p_{m4} \cong \mu \frac{v^2}{2} \rho \sum \gamma \zeta \quad (8.20)$$

kde γ (1) značí součinitel polohy oblouku a ζ (1) ztrátový součinitel při průchodu plynu obloukem. Součinitel γ nabývá pouze 2 hodnot, a to $\gamma = 4$ pro nejnevýhodnější polohu VS1 a $\gamma = 1$ pro všechny ostatní polohy oblouku ve vertikální rovině a oblouky v horizontální rovině.

Princip aditivnosti - shrnutí

Na základě principu aditivnosti lze úhrnnou tlakovou ztrátu nízkotlaké PD vyjádřit vztahem

$$\Delta p = \sum_{i=1}^4 \Delta p_{vi} + \sum_{i=1}^4 \Delta p_{mi} \quad (8.21)$$

a jednotlivé složky jsou přehledně uvedeny v tab. 8.1.

Tab. 8.1 Přehled vztahů pro výpočet tlakové ztráty u nízkotlaké PD – princip aditivnosti

poř. číslo	složka na	čistý plyn (index v)	materiál (index m)
1	počáteční urychlení	$p_d = \frac{v^2}{2} \rho$ *	$2 \mu \frac{u}{v} p_d$
2	tření	$\frac{\lambda}{d} s p_d$	$k \mu \frac{\lambda}{d} s p_d$
3	zdvih	$\varepsilon \rho g H \cong \rho g H \cong 0$	$\varepsilon \rho \mu \frac{v}{u} g H \cong \rho \mu \frac{v}{u} g H$
4	místní ztráty	$\sum \zeta \cdot p_d$	$\mu \frac{v^2}{2} \rho \sum \gamma \zeta = \mu p_d \sum \gamma \zeta$

*) Vztah platí pro podtlakovou i přetlakovou dopravu, kde představuje ztrátu dynamického tlaku na výstupu z potrubí do okolí, např. zásobníku materiálu.

Literatura ke kapitole 8

L1 Vávra, A.: Pneumatická doprava dřevěného odpadu, kapitola 4.4 v knize Hejma, J., Budinský, K., Vávra, A., Drkal, F.: Vzduchotechnika v dřevozpracovávajícím průmyslu, SNTL, Praha, 1981

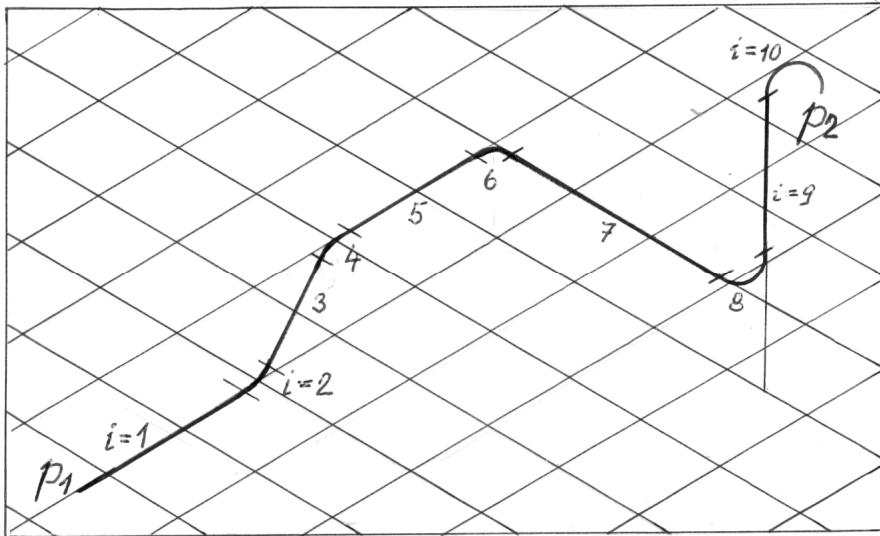
L2 Dzadzio, A., M.: Pnevmatičeskij transport na zernopererabatyvajuščich predpriyatijach, Moskva, Zagotizdat, 1961

9 Výpočet středotlaké a vysokotlaké dopravy

Při výpočtu tlakové ztráty středotlaké a vysokotlaké PD lze v závislosti na požadované přesnosti výpočtu postupovat několika způsoby. Jednotlivé metody výpočtu jsou uvedeny v následujících kapitolách.

9.1 Metoda aditivnosti - rozdělení trasy na více jednoduchých úseků

Nejjednodušší způsob výpočtu je, že trasa se dle příkladu na obr. 9.1 rozdělí na více jednoduchých úseků, u kterých vždy předpokládáme, že hustota plynu ρ_i (kg/m³) je v daném i-tém úseku konstantní a výpočet tlakové ztráty v daném úseku Δp_i (Pa) se provede **podle principu aditivnosti a vztahů pro nízkotlakou PD**, souhrnně uvedených v tab. 8.1.



Obr. 9.1 Příklad rozdělení trasy na jednoduché úseky

Vlivem tlakové ztráty úseku Δp_i (Pa) se změní počáteční tlak v úseku $p_{i,\text{poč}}$ (Pa) na konečný tlak v úseku $p_{i,\text{kon}}$ (Pa), který se považuje za počáteční tlak u následujícího úseku $i + 1$.

Počátečnímu tlaku v úseku $p_{i,\text{poč}}$ (Pa) odpovídá dle stavové rovnice hustota plynu ρ_i (kg/m^3). Předpokládáme, že se jedná o izotermickou změnu stavu, takže na počátku úseku se stanoví rychlost plynu v_i (m/s) podle podmínky $p_i \cdot v_i = \text{konst.}$ Se změnou rychlosti plynu v_i (m/s) se mění v i rychlost materiálu u_i (m/s) tím, že předpokládáme $\beta = u_i/v_i = \text{konst.}$ Se změnou rychlosti plynu se u každého úseku mění i příslušná hodnota součinitele dopravy k_i (1). Pro výpočet tlakové ztráty úseku Δp_i (Pa) jsou tedy v daném úseku konstantní hodnoty hustoty plynu ρ_i (kg/m^3), rychlosti plynu v_i (m/s) a částice u_i (m/s) a součinitele dopravy k_i (1). S postupným poklesem tlaku se po délce trasy v každém úseku tyto veličiny postupně skokovitě mění.

Nevýhodou tohoto postupu je ve velký počet úseků a tím i velký počet řádků v tabulkovém procesoru.

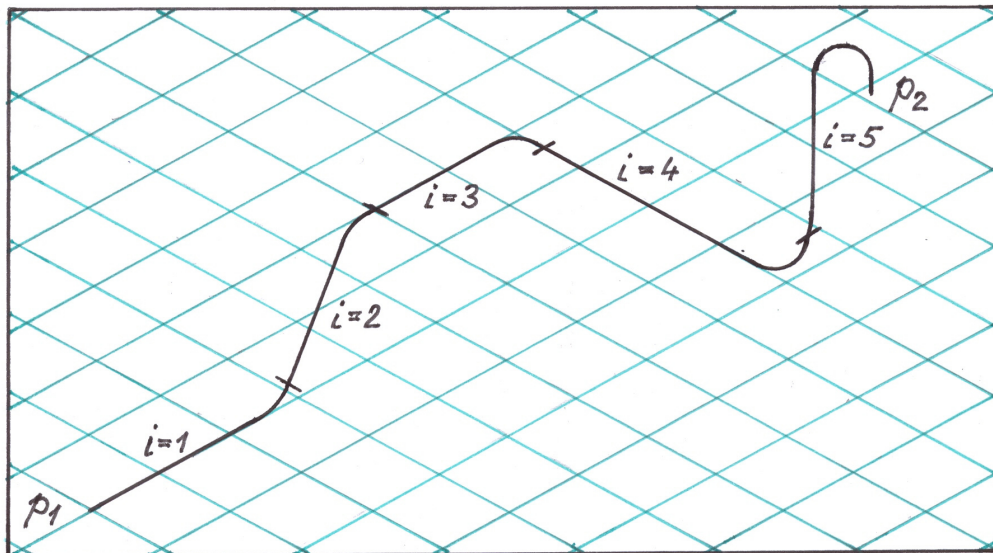
Protože se ve výpočtu zanedbává ztráta na urychlení plynu a urychlení částice, je metoda použitelná **pouze pro spodní polovinu rozsahu tlakové ztráty u středotlaké dopravy**, tedy cca do $\Delta p_{\text{max}} = 25$ kPa.

U vlastního výpočtu se u **přetlakové dopravy** postupuje tím způsobem, že nejprve se na základě zkušeností a odhadu celkové tlakové ztráty volí počáteční tlak p_1 (Pa). Na konci posledního úseku vypočteme tlak p_2 (Pa) a pokud tento tlak neodpovídá požadovanému tlaku na konci trasy, např. barometrickému tlaku p_b (Pa) při zaústění trasy do otevřeného zásobníku nebo zásobníku, kde se udržuje nulový přetlak, musí se celý výpočet opakovat se změněnou hodnotou počátečního tlaku p_1 (Pa). Vhodnou aproximací počátečního tlaku lze po několika krocích dosáhnout požadovaného tlaku p_2 (Pa) a výpočet je ukončen (L1).

U výpočtu středotlaké **podtlakové dopravy** se na počátku dopravní trasy zpravidla volí $p_1 = p_b$ (Pa) a hodnota konečného tlaku p_2 (Pa) se stanoví hned u prvního kroku výpočtu.

9.2 Modifikovaná metoda aditivnosti, doplněná o ztrátu urychlením plynu a urychlením materiálu

V závislosti na zvolené variantě je metoda použitelná pro středotlakou i vysokotlakou dopravu. Trasa se rozdělí na kratší úseky, kde oblouk se zpravidla přiřadí k předcházejícímu přímému úseku, viz obr. 9.2.



Obr. 9.2 Příklad rozdělení trasy na jednoduché úseky

Analogickým postupem jako u předcházející metody dle kap. 9.1 (metoda aditivnosti s uplatněním vztahů v tab. 8.1 pro nízkotlakou dopravu) dochází na základě předpokladu izotermické změny stavu plynu po jednotlivých úsecích k postupnému zvyšování dopravní rychlosti plynu z počáteční rychlosti v_1 (m/s) u prvního úseku až po v_2 (m/s) u posledního úseku, podobně se mění i rychlost materiálu z u_1 (m/s) na u_2 (m/s). Protože výpočetní vztahy v tab. 8.1 ztráty postupným urychlením po délce trasy neuvažují, je nutno pro upřesnění výpočtu tlakové ztráty tuto metodu aditivnosti **modifikovat a vztahy doplnit o ztrátu na urychlení plynu a ztrátu na urychlení materiálu**.

Vlastní výpočet je možno provést ve dvou variantách. Varianta 1 je vhodná **pouze pro středotlakou dopravu**. Varianta 2 je univerzální a použitelná pro **středotlakou i vysokotlakou dopravu**.

Varianta 1 – korekce na celkové urychlení plynu a celkové urychlení materiálu

Jestliže je u prvního úseku počáteční rychlost plynu rovna v_1 (m/s) a u posledního úseku počáteční rychlost rovna v_2 (m/s), potom příslušné tlakové ztráty na **celkové urychlení plynu** $\Delta p_{u,v}$ (Pa) a **celkové urychlení materiálu** $\Delta p_{u,m}$ (Pa) stanovíme ze vztahů

$$\Delta p_{u,v} = \varepsilon \rho_1 v_1 (v_2 - v_1) \quad (9.1)$$

$$\Delta p_{u,m} = \varepsilon \rho_1 \mu v_1 (u_2 - u_1) = \varepsilon \rho_1 \mu v_1 \beta (v_2 - v_1) \quad (9.2)$$

kteří vznikly jednoduchou integrací příslušných členů rovnice (6.1) nebo (8.1). U integrace se předpokládá, že u izotermické změny obecně platí $\varepsilon \cdot \rho \cdot v = \text{konst}$ a rovněž $\varepsilon \cdot \rho \cdot \mu \cdot v = \text{konst}$, takže konkrétně u vztahu (9.1) je $\varepsilon \cdot \rho_1 \cdot v_1 = \text{konst}$ a u vztahu (9.2) je $\varepsilon \cdot \rho_1 \cdot \mu \cdot v_1 = \text{konst}$.

Pokud se jedná o kratší trasy a tím **středotlakou dopravu**, jsou změny rychlosti plynu po délce trasy ($v_2 - v_1$) na úrovni jednotek m/s a příslušné korekce tlakové ztráty $\Delta p_{u,v}$ a $\Delta p_{u,m}$ podle vztahů (9.1) a (9.2) dosahují hodnot řádově stovky Pa, tedy ve vztahu k celkové tlakové ztrátě hodnot **jednotek %**.

Varianta 2 - korekce na postupné urychlování plynu a postupné urychlování materiálu

U delší trasy a tedy u **vysokotlaké dopravy** mohou být korekce tlakové ztráty na urychlení plynu $\Delta p_{u,v}$ (Pa) a urychlení materiálu $\Delta p_{u,m}$ (Pa) vyšší a výrazně ovlivnit původní výpočet tlakové ztráty dle postupu v kap. 9.1. Jednorázová korekce (**celkové urychlení plynu a celkové urychlení materiálu**) tak přesně nevystihuje charakter změn rozhodujících veličin, ke kterým ve skutečnosti dochází plynule po délce trasy.

U delší trasy pneumatické dopravy je proto výhodné příslušné korekce tlakové ztráty dle vztahů (9.1) a (9.2) rozdělit a **postupně aplikovat přímo na podmínky jednotlivých úseků**. Index 1 ve vztazích (9.1) a (9.2) potom odpovídá podmínkám na počátku daného úseku a index 2 podmínkám na konci úseku. Hodnoty $\Delta p_{u,v}$ a $\Delta p_{u,m}$ se přičtou k ostatním složkám tlakové ztráty u daného úseku a s novou výslednou tlakovou ztrátou se upřesní výpočet tlaku a tím i rychlosti plynu na konci úseku v_2 .

Rozdělením celkového urychlení plynu a celkového urychlení materiálu na **postupné urychlování** po délce trasy se výpočet změny tlaku po délce trasy nejvíce blíží skutečnosti.

Uvedenou metodu je možno považovat za **nejpřesnější, univerzální** a použitelnou pro **středotlakou i vysokotlakou dopravu**.

9.3 Urbanova metoda

Jedná se o elegantní a relativně přesnou výpočetní metodu, která nese název podle autora metody (L2). Při výpočtu tlakové ztráty se uvažuje tlakový spád způsobený:

- třením plynu a materiálu,
- místní ztrátou (oblouky) plynu a materiálu,
- urychlením plynu a materiálu po délce trasy.

Tlaková ztráta zdvihem materiálu a případná tlaková ztráta počátečním urychlením materiálu až do uvažované hodnoty u (m/s) (závisí na způsobu podávání materiálu do dopravního potrubí) se přičte nakonec.

Výchozí rovnici tlakového spádu (6.1), resp. (8.1), upravíme do tvaru

$$-\frac{dp}{ds} = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2} \rho (1 + k \mu) + \frac{1}{2} \rho v^2 \left(\sum \zeta + \mu \sum \gamma \zeta \right) + \varepsilon \rho \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{ds} + \varepsilon \mu \frac{\rho v^2}{2} \frac{2 du}{v} \quad (9.3)$$

kde 2. člen na pravé straně vyjadřuje tlakový spád plynu a materiálu při průchodu oblouky ve smyslu zjednodušeného vyjádření tlakové ztráty dle Dzadzia – vztah (8.20) a poslední člen na pravé straně je upravený výraz pro vyjádření tlakového spádu vlivem urychlení materiálu.

Předpokladem pro řešení je, že po celé délce trasy platí:

- součinitel dopravy $k = \text{konst}$,
- izotermická změna stavu plynu,
- průměr potrubí $d = \text{konst}$.

S uvažováním uvedených předpokladů lze výchozí rovnici (9.3) upravit do tvaru

$$-dp = \frac{v^2}{2} \rho \left[\frac{\lambda(1+k\mu)}{d} + \frac{(\sum \zeta + \mu \sum \gamma \zeta)}{L} \right] ds + \frac{\rho v^2}{2} \frac{2 dv}{v} + \mu \frac{\rho v^2}{2} \frac{2 du}{v} \quad (9.4)$$

kde veličina L (m) je celková délka potrubní trasy, vyjádřená jako součet jak horizontální, tak i vertikální vzdálenosti počátku do konce trasy (včetně oblouků). Celou rovnici (9.4) vynásobíme veličinou $(-p)$ a dostaneme

$$dp p = - \left[\frac{\lambda(1+k\mu)}{d} + \frac{(\sum \zeta + \mu \sum \gamma \zeta)}{L} \right] \frac{\rho v^2 p}{2} ds - \frac{\rho v^2 p}{2} \frac{2 dv}{v} - \mu \frac{\rho v^2 p}{2} \frac{2 du}{v} \quad (9.5)$$

Řešení rovnice (9.5) se následně dělí na přetlakovou a podtlakovou dopravu.

Přetlaková doprava

U přetlakové dopravy předpokládáme, že známe tlakové podmínky na konci trasy, tedy např. $p_2 = p_b$ (Pa), dále hustotu plynu na konci trasy ρ_2 (kg/m^3) a známe (volíme) výslednou dopravní rychlost v_2 (m/s). Tím známe hodnotu součinu veličin $\rho_2 \cdot v_2^2 \cdot p_2$ na konci trasy. Protože z podmínky izotermické změny stavu vyplývá podmínka $\rho \cdot v^2 \cdot p = \text{konst}$ a hodnotu této konstanty známe, můžeme tento součin u všech členů na pravé straně rovnice (9.5) nahradit součinem $\rho_2 \cdot v_2^2 \cdot p_2 = \text{konst}$ a rovnici lze tak podstatně zjednodušit. Z podmínky izotermické změny stavu dále převedeme změny rychlostí dv/v a du/v u členů na pravé straně na změny tlaku dp/p a rovnici lze pak celkem jednoduše integrovat mezi místem 1 na začátku trasy a 2 na konci.

Výsledkem řešení je vztah pro poměr tlaků p_1/p_2 ve tvaru

$$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{1 + U_2 + W_2 \ln \frac{p_1}{p_2}} \quad (9.6)$$

kde U_2 a W_2 je formální označení pro výrazy

$$U_2 = \left[\frac{\lambda(1+k\mu)}{d} + \frac{(\sum \zeta + \mu \sum \gamma \zeta)}{L} \right] \frac{\rho_2 v_2^2}{p_2} L \quad (9.7)$$

$$W_2 = 2 \left(1 + \mu \frac{u}{v} \right) \frac{\rho_2 v_2^2}{p_2} \quad (9.8)$$

ve kterých všechny veličiny známe a umíme je vyčíslit. Místo komplexu veličin $\rho_2 \cdot v_2^2 / p_2$, který se vyskytuje u obou vztahů (9.7) a (9.8), můžeme po vyjádření hustoty plynu ze stavové rovnice a vykrácení tlaku zjednodušeně psát $\rho_2 \cdot v_2^2 / p_2 = v_2^2 / R \cdot T_2$.

Výpočet poměru tlaků p_1/p_2 ve vztahu (9.6) nelze s ohledem na charakter tohoto vztahu provést přímo (poměr tlaků p_1/p_2 je i pod odmocninou) a je nutno použít metodu postupného přibližování (iterační metodu). U prvního kroku výpočtu se doporučuje zvolit za poměr tlaků

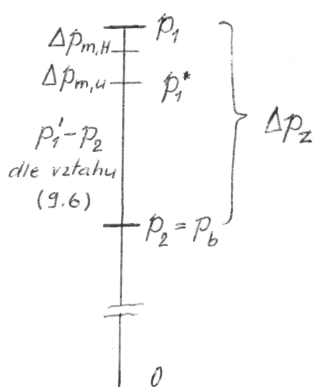
p_1/p_2 výchozí hodnotu 1 a po 3 až 4 krocích dospějeme do konečného stavu výpočtu, kdy zvolená hodnota poměru tlaků p_1/p_2 se s dostatečnou přesností rovná hodnotě vypočtené.

Známe-li tedy konečnou hodnotu poměru tlaků p_1/p_2 a i samotnou hodnotu tlaku p_2 , jednoduchým vynásobením stanovíme absolutní hodnotu tlaku p_1 (Pa). Tento tlak však ještě není konečný, neboť při výpočtu celkové tlakové ztráty je nutno přičíst tlakovou ztrátu zdvihem materiálu a tlakovou ztrátu počátečním urychlením materiálu. Proto tlak na začátku trasy, vypočtený na základě vztahu (9.6), označíme jako p_1^* (Pa).

Pro tlakovou ztrátu počátečním urychlením materiálu $\Delta p_{m,u}$ (Pa) dle analogie s (6.24) můžeme psát

$$\Delta p_{m,u} = \varepsilon \rho_1 \mu v_1^2 (\beta_1 - \beta_0) \cong \mu \rho_1 v_1^2 \frac{u}{v} = \mu \rho_2 v_2^2 \frac{u}{v} \frac{p_2}{p_1} \quad (9.9)$$

kde součin veličin $\rho_2 \cdot v_2^2$ známe a poměr tlaků p_2/p_1 vyplývá z řešení vztahu (9.6).



Tlakovou ztrátu zdvihem materiálu $\Delta p_{m,H}$ (Pa) vyjádříme dle vztahu (8.17)

$$\Delta p_{m,H} = \varepsilon \rho \mu \frac{v}{u} g H \cong \rho \mu \frac{v}{u} g H \quad (9.10)$$

Pro celkovou tlakovou ztrátu přetlakové PD podle Urbanovy metody pak platí

$$\Delta p_z = (p_1^* - p_2) + \Delta p_{m,u} + \Delta p_{m,H} \quad (9.11)$$

Obr. 9.3 Tlakové poměry u přetlakové PD

Pro přehlednost jsou tlakové poměry u přetlakové dopravy schématicky znázorněny na obr. 9.3.

Podtlaková doprava

U podtlakové PD se postupuje obdobným způsobem jako u přetlakové PD s tím rozdílem, že nyní známe podmínky na počátku dopravní trasy v místě 1, kde zpravidla $p_1 = p_b$ (Pa) a počítáme tlak na konci trasy v místě 2, tedy p_2 (Pa). Obdobně známe hustotu plynu na začátku trasy ρ_1 (kg/m³) a známe (volíme) počáteční dopravní rychlost v_1 (m/s).

Řešení rovnice (9.5) tentokrát vede na výpočet poměru tlaků p_2/p_1 ve tvaru

$$\frac{p_2}{p_1} = \sqrt{1 - U_1 + W_1 \ln \frac{p_2}{p_1}} \quad (9.12)$$

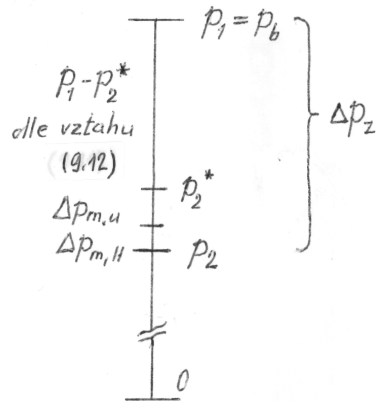
kde pro soubory veličin U_1 a W_1 tentokrát platí

$$U_1 = \left[\frac{\lambda(1+k\mu)}{d} + \frac{(\sum \zeta + \mu \sum \gamma \zeta)}{L} \right] \frac{\rho_1 v_1^2}{p_1} L \quad (9.13)$$

$$W_1 = 2 \left(1 + \mu \frac{u}{v} \right) \frac{\rho_1 v_1^2}{p_1} \quad (9.14)$$

a výraz $\rho_1 \cdot v_1^2 / p_1$ v obou vztazích můžeme zjednodušeně nahradit vztahem $v_1^2 / R \cdot T_1$, který ze známých počátečních podmínek jednoduše vyčíslíme.

Po výpočtu poměru tlaků p_2/p_1 ze vztahu (9.12) označíme hodnotu tlaku na konci trasy jako p_2^* (Pa).



Obr. 9.4 Tlakové poměry u podtlakové dopravy

Tlakovou ztrátu počátečním urychlením materiálu $\Delta p_{m,u}$ (Pa) vyjádříme analogicky jako u (9.9) dle vztahu

$$\Delta p_{m,u} = \varepsilon \rho_1 \mu v_1^2 (\beta_1 - \beta_0) \cong \mu \rho_1 v_1^2 \frac{u}{v} \quad (9.15)$$

a pro tlakovou ztrátu zdvihem $\Delta p_{m,H}$ (Pa) platí stejný vztah jako (9.10), tedy

$$\Delta p_{m,H} = \varepsilon \rho \mu \frac{v}{u} g H \cong \rho \mu \frac{v}{u} g H \quad (9.16)$$

Pro celkovou tlakovou ztrátu podtlakové PD podle Urbanovy metody pak platí

$$\Delta p_z = (p_1 - p_2^*) + \Delta p_{m,u} + \Delta p_{m,H} \quad (9.17)$$

Tlakové poměry u podtlakové dopravy jsou schématicky znázorněny na obr. 9.4.

Literatura ke kapitole 9

L1 Vávra, A.: Teorie potrubní pneumatické dopravy sypkých materiálů a výpočtové metody, Výzkumný ústav vzduchotechniky, k.ú.o., Praha, 1986

L2 Urban, J.: Pneumatická doprava, SNTL, Praha, 1964