

PROSTOROVÁ INTERPOLAČNÍ KŘIVKA (povinně volitelná zápočtová práce, 70 bodů)

Příjmení Jméno	Identifikátor						Akademický rok	Hodnocení
Graf Jan	A	B	C	D	E	F	2023-24	
	5	6	1	4	0	2		

Vstupní data

Hlavní meridián obecné rotační plochy je Bézierova křivka $\mathbf{M}(v)$, $v \in [0,1]$, s řídicími body

$$\mathbf{V}_0 = (x_0, y_0, z_0) = (0,0,0) \quad \mathbf{V}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (\mathbf{X}, 0, \mathbf{F}) \quad \mathbf{V}_2 = (x_2, y_2, z_2) = (0,0,10)$$

Souřadnice x_1 bodu \mathbf{V}_1 je první číslo \mathbf{X} identifikátoru zprava v pořadí $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{C}, \mathbf{B}, \mathbf{A}$, pro které platí $\mathbf{X} > 1$ (zde $x_1 = \mathbf{D}$). Napište souřadnice bodu \mathbf{V}_1

$$\mathbf{V}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (4,0,2).$$

Řešení

1. **(2 body) Hlavní meridián obecné rotační plochy.** Určete vektorovou rovnici křivky $\mathbf{M}(v)$, $v \in [0,1]$.

$$\mathbf{M}(v) = (x_{\mathbf{M}}(v), y_{\mathbf{M}}(v), z_{\mathbf{M}}(v)) = (-8v^2 + 8v, 0, 6v^2 + 4v)$$

2. **(2 body) Obecná rotační plocha.** Určete vektorovou rovnici rotační plochy $\mathbf{S}(u, v)$, $u \in [0, 2\pi]$, $v \in [0,1]$, která vznikne rotací hlavního meridiánu $\mathbf{M}(v)$ kolem osy z .

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(u, v) &= (x_{\mathbf{M}}(v) \cos(u), x_{\mathbf{M}}(v) \sin(u), z_{\mathbf{M}}(v)) \\ \mathbf{S}(u, v) &= ((-8v^2 + 8v) \cos(u), (-8v^2 + 8v) \sin(u), 6v^2 + 4v) \end{aligned}$$

3. **(2 body) Šroubovice na obecné rotační ploše.** Pomocí substitucí $u = 2\pi t$, $v = t$ určete vektorovou rovnici šroubovice $\mathbf{H}(t)$, $t \in [0,1]$ na rotační ploše $\mathbf{S}(u, v)$.

$$\mathbf{H}(t) = ((-8t^2 + 8t) \cos(2\pi t), (-8t^2 + 8t) \sin(2\pi t), 6t^2 + 4t)$$

4. **(2 body) Definiční body interpolačních křivek.** S využitím libovolného software vypočtete souřadnice bodů \mathbf{Q}_i , $i = 0, 1, \dots, 6$, šroubovice $\mathbf{H}(t)$ pro hodnoty parametru $t = 0, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1$ a uložte je do textového souboru $Q.txt$ (přesnost minimálně 6 desetinných míst, souřadnice každého bodu na samostatný řádek (v pořadí x, y, z), oddělovač souřadnic je čárka, mezera nebo tabulátor, oddělovač desetinných míst je **tečka**). Tyto body tvoří množinu definičních bodů interpolačních křivek. Uveďte jejich souřadnice do tab. 1 v Příloze – Tabulky (s přesností na 3 desetinná místa).
5. **(2 body) Body pro testování tvarové přesnosti interpolačních křivek.** S využitím libovolného software vypočtete souřadnice bodů \mathbf{T}_i , $i = 0, 1, \dots, 100$, šroubovice $\mathbf{H}(t)$ pro $t = 0, 0.01, \dots, 1$ a uložte je do textového souboru $T.txt$ (stejná pravidla jako v 4.). Tyto body tvoří množinu bodů pro testování přesnosti interpolačních křivek.
6. **(2 body) Okrajové podmínky interpolační křivky.** Body \mathbf{Q}_i , $i = 0, 1, \dots, 6$, jsou definiční body pro interpolační křivku $\mathbf{P}(t)$, která se skládá z šesti Bézierových kubik $\mathbf{P}_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, 5$, napojených s C^2 spojitostí v bodech \mathbf{Q}_i , $i = 1, \dots, 5$. Řídicí body Bézierových kubik jsou $\mathbf{P}_0(t): \mathbf{Q}_0, \mathbf{N}_0, \mathbf{N}_1, \mathbf{Q}_1$; $\mathbf{P}_1(t): \mathbf{Q}_1, \mathbf{N}_2, \mathbf{N}_3, \mathbf{Q}_2$; ... $\mathbf{P}_5(t): \mathbf{Q}_5, \mathbf{N}_{10}, \mathbf{N}_{11}, \mathbf{Q}_6$, kde \mathbf{N}_i , $i = 0, 1, \dots, 11$, jsou neznámé vnitřní řídicí body Bézierových kubik. Polohu dvou krajních bodů \mathbf{N}_0 a \mathbf{N}_{11} (tj. okrajové podmínky) zvolte takto:

$$\mathbf{N}_0 = \left(\frac{1}{8}x_1, 0, \frac{1}{8}z_1\right)$$

$$\mathbf{N}_{11} = \left(\frac{1}{8}x_1, 0, 10 - \frac{10-z_1}{8}\right)$$

7. Uveďte souřadnice bodů \mathbf{N}_0 a \mathbf{N}_{11}

$$\mathbf{N}_0 = (0.5, 0, 0.25)$$

$$\mathbf{N}_{11} = (0.5, 0, 9)$$

PROSTOROVÁ INTERPOLAČNÍ KŘIVKA (povinně volitelná zápočtová práce, 70 bodů)

Příjmení Jméno	Identifikátor						Akademický rok	Hodnocení
Graf Jan	A	B	C	D	E	F	2023-24	
	5	6	1	4	0	2		

8. **(12 bodů)** Sestavte soustavu rovnic pro výpočet vnitřních řídicích bodů \mathbf{N}_i , $i = 1, \dots, 10$, a vyřešte ji. Soustavu uveďte v Příloze – Výpočty. Souřadnice řídicích bodů \mathbf{N}_i , $i = 0, 1, \dots, 11$, uložte do souboru *N.txt* (stejná pravidla jako v 4.) a uveďte je do tab. 1 v Příloze – Tabulky (s přesností na 3 desetinná místa).

Rhino 7 (použijte šablonu *pv_70.3dm*, vhodně uplatněte vrstvy a podvrstvy připravené v šabloně)

9. **(8 bodů)** Nakreslete řídicí body $\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$, sestrojte řídicí polygon, nakreslete hlavní meridián $\mathbf{M}(v)$ a vytvořte obecnou rotační plochu $\mathbf{S}(u, v)$.

Proveďte import definičních bodů ze souboru *Q.txt* (příkaz *Importovat* > vybrat soubor *Q.txt* > Oddělovač = čárka (mezera nebo tabulátor), Vytvořit mrak bodů = Ano > Vždy použít toto nastavení a nezobrazovat toto okno = Ano).

Vytvořte obr. 1 dle vzoru (včetně popisu) a vložte do Přílohy – Obrázky. Vzhled zobrazených objektů lze nastavit příkazem *VlastnostiDokumentu* > *Pohled* > *Režimy zobrazení* > vybrat zvolený režim > nastavit vhodné atributy zobrazovacího režimu i jednotlivých objektů.

10. **(6 bodů)** Proveďte import řídicích bodů ze souboru *N.txt*. Nakreslete Bézierovy křivky $\mathbf{P}_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, 5$, (strádejte podvrstvy *Bézier 1* a *Bézier 2*).

11. **(10 bodů)** Určete konstrukci polohu řídicích bodů ukotvené křivky $\mathbf{U}(t)$, jejíž segmenty jsou Bézierovy křivky $\mathbf{P}_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, 5$. Řídicí body, řídicí polygon a křivku $\mathbf{U}(t)$ nakreslete. Vytvořte obr. 2 dle vzoru a vložte do Přílohy – Obrázky.

12. **(1 bod)** Pro porovnání nakreslete interpolační křivku \mathbf{R} příkazem *InterpolovatKřivku* (stupeň 3, uniformní), která prochází definičními body \mathbf{Q}_i , $i = 0, 1, \dots, 6$.

13. **(1 bod)** Proveďte import testovacích bodů ze souboru *T.txt* (*Vytvořit mrak bodů* = Ano).

14. **(10 bodů)** Aplikujte příkaz *OdchylkaBodů* (*Body pro testování* = body T_i , *Křivka pro testování* = $\mathbf{U}(t)$), vhodně nastavte parametry příkazu v dialogovém okně *Odchylka bodů* (viz obr. 3), vytvořte obr. 3 dle vzoru a vložte do Přílohy – Obrázky. Ze statistik zjistěte maximální vzdálenost testovacích bodů od interpolační křivky $\mathbf{U}(t)$ a uveďte ji do tab. 2 v Příloze – Tabulky.

15. **(10 bodů)** Obdobně aplikujte příkaz *OdchylkaBodů* (*Body pro testování* = body T_i , *Křivka pro testování* = \mathbf{R}), na interpolační křivku \mathbf{R} . Vytvořte obr. 4 dle vzoru a vložte do Přílohy – Obrázky (velikost obr. 3 a 4 nastavte tak, aby se oba vešly na jednu stránku). Ze statistik zjistěte maximální vzdálenost testovacích bodů od interpolační křivky \mathbf{R} a uveďte ji do tab. 2 v Příloze – Tabulky.

Odevzdání

Tento soubor vytiskněte do pdf, uložte jako *Prijmeni_Jmeno_pv_70.pdf* a odevzdejte v Moodle.

Soubor z Rhina uložte jako *Prijmeni_Jmeno_pv_70.3dm* a odevzdejte v Moodle.

PROSTOROVÁ INTERPOLAČNÍ KŘIVKA (povinně volitelná zápočtová práce, 70 bodů)

Příjmení Jméno	Identifikátor						Akademický rok	Hodnocení
Graf Jan	A	B	C	D	E	F	2023-24	
	5	6	1	4	0	2		

Příloha - Tabulky

Tab. 1 Definiční body Q_i a řídicí body N_i

i	Definiční body Q_i	Řídicí body N_i
0	(0.000, 0.000, 0.000)	(0.500, 0.000, 0.250)
1	(0.556, 0.962, 0.833)	(0.756, 0.533, 0.508)
2	(-0.889, 1.540, 2.000)	(0.356, 1.392, 1.159)
3	(-2.000, 0.000, 3.500)	(-0.300, 1.717, 1.553)
4	(-0.889, -1.540, 5.333)	(-1.478, 1.362, 2.447)
5	(0.556, -0.962, 7.500)	(-2.000, 0.681, 2.947)
6	(0.000, 0.000, 10.000)	(-2.000, -0.681, 4.053)
7		(-1.478, -1.362, 4.659)
8		(-0.300, -1.717, 6.008)
9		(0.356, -1.392, 6.752)
10		(0.756, -0.533, 8.248)
11		(0.500, 0.000, 9.000)

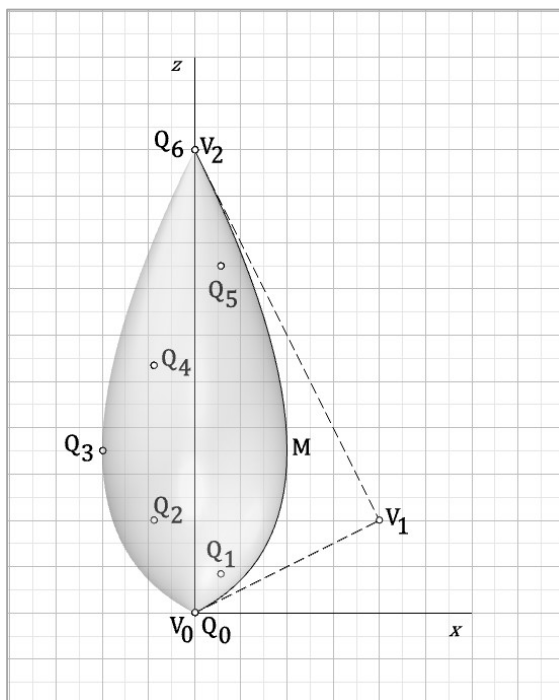
Tab. 2 Maximální odchylka interpolačních křivek od šroubovice na obecné rotační ploše

	Interpolační křivka $U(t)$	Interpolační křivka R
Odchylka	0.033	0.192

PROSTOROVÁ INTERPOLAČNÍ KŘIVKA (povinně volitelná zápočtová práce, 70 bodů)

Příjmení Jméno	Identifikátor						Akademický rok	Hodnocení
Graf Jan	A	B	C	D	E	F	2023-24	
	5	6	1	4	0	2		

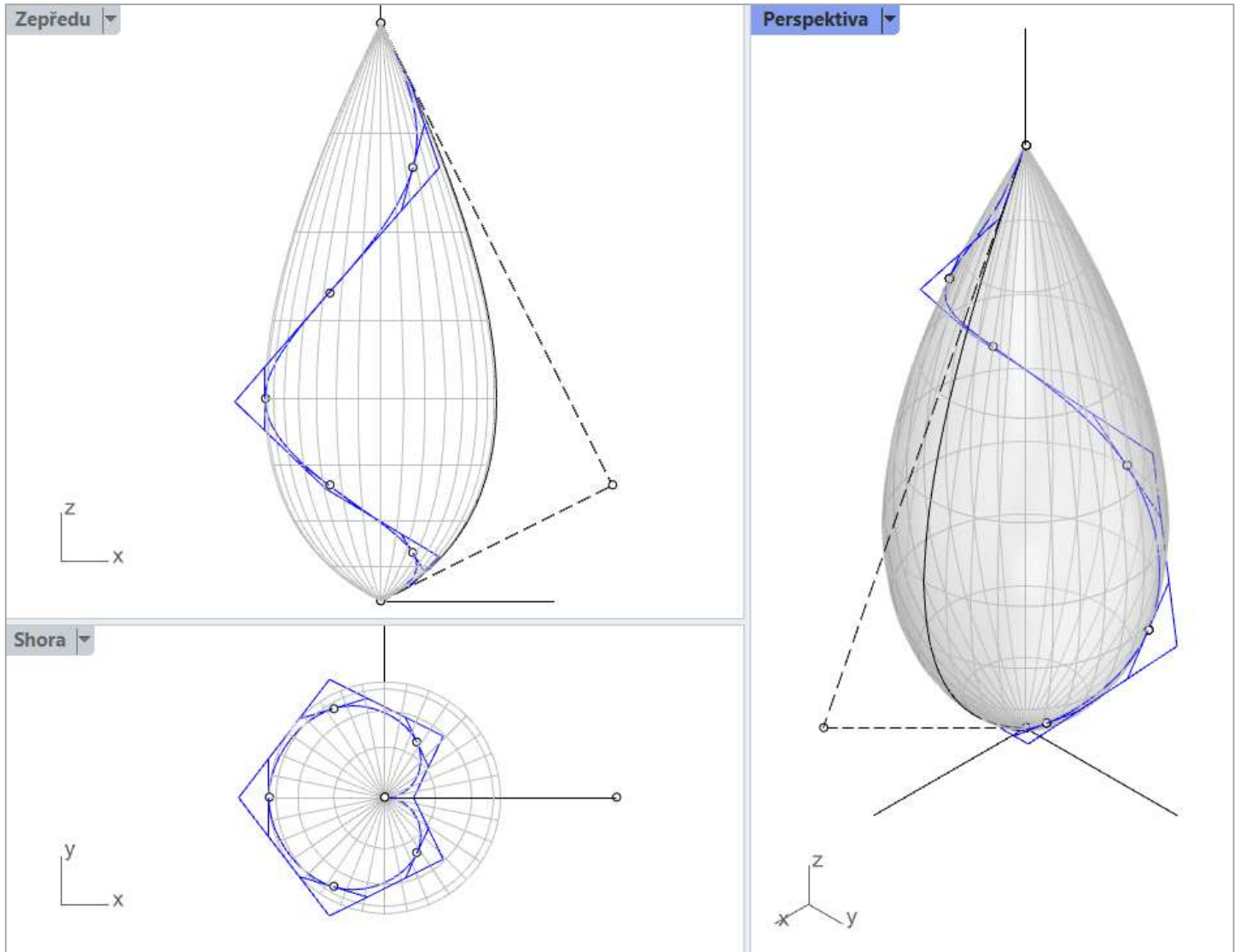
Příloha - Obrázky



Obr. 1 Obecná rotační plocha a definiční body interpolační křivky

PROSTOROVÁ INTERPOLAČNÍ KŘIVKA (povinně volitelná zápočtová práce, 70 bodů)

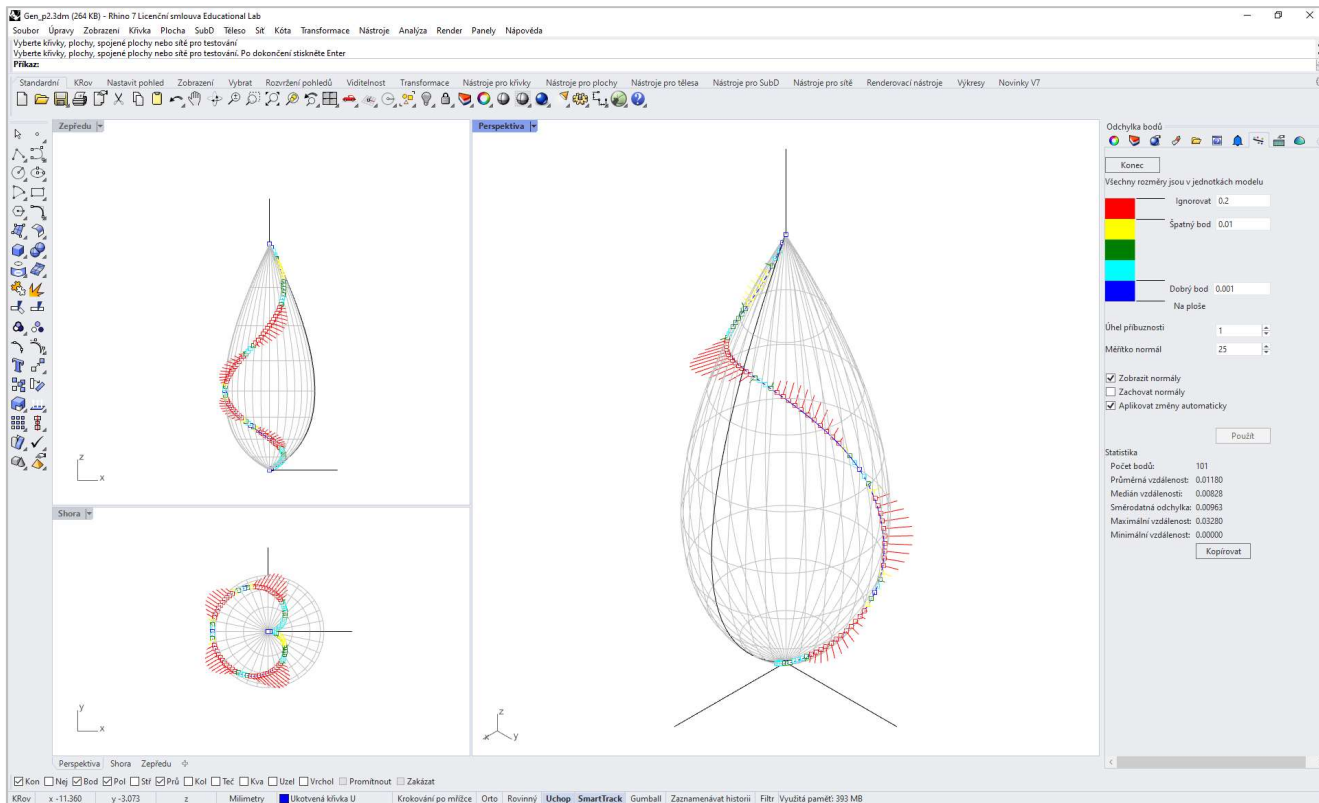
Příjmení Jméno	Identifikátor						Akademický rok	Hodnocení
Graf Jan	A	B	C	D	E	F	2023-24	
	5	6	1	4	0	2		



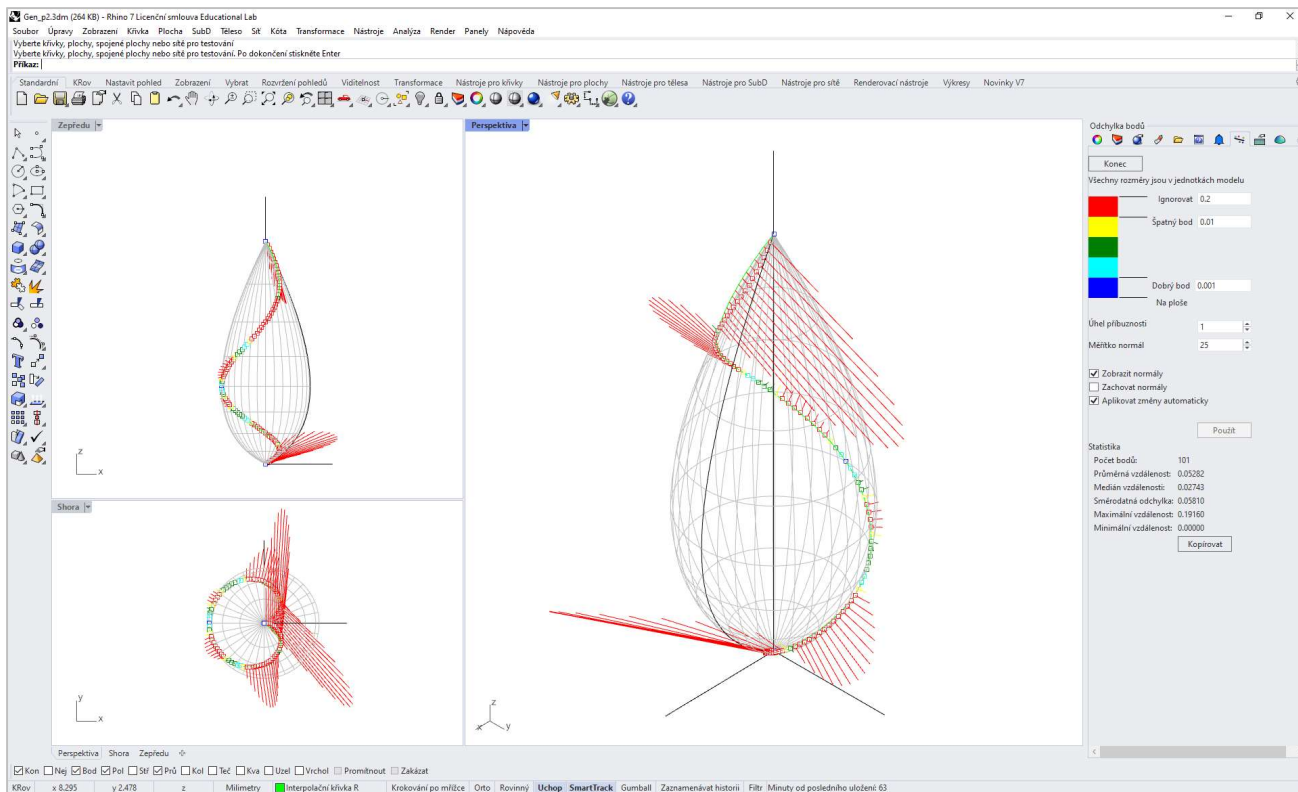
Obr. 2 Konstrukce řídicích bodů ukotvené interpolační křivky $U(t)$

PROSTOROVÁ INTERPOLAČNÍ KŘIVKA (povinně volitelná zápočtová práce, 70 bodů)

Příjmení Jméno	Identifikátor						Akademický rok	Hodnocení
Graf Jan	A	B	C	D	E	F	2023-24	
	5	6	1	4	0	2		



Obr. 3 Odchylyky interpolační křivky $U(t)$ od šroubovice na obecné rotační ploše



Obr. 4 Odchylyky interpolační křivky R od šroubovice na obecné rotační ploše

PROSTOROVÁ INTERPOLAČNÍ KŘIVKA (povinně volitelná zápočtová práce, 70 bodů)

Příjmení Jméno	Identifikátor						Akademický rok	Hodnocení
Graf Jan	A	B	C	D	E	F	2023-24	
	5	6	1	4	0	2		

Příloha - Výpočty