

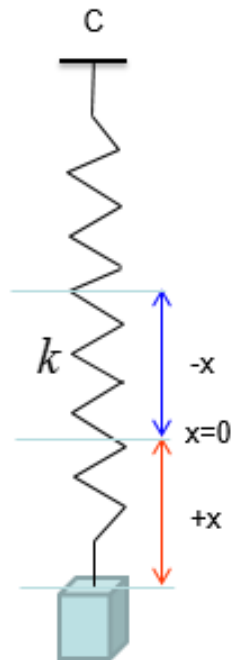
Cvičení z Matematiky 3

Diferenciální rovnice druhého řádu

DR druhého řádu s konst. koef.

- $y'' + b y' + c y = 0$ nebo $f(x)$
- Co popisují?

Kmitání hmoty na pružině



Governing Law : Total Force applied to a body = Motion of the body

$$F = ma$$

Q . What kind of Force is there ?

- i) Force to makes movement
= Restoration force of the spring
trying to get back to the equilibrium position
= $-kx$
- ii) Force created by Gravity
= Force pulling the object down to the ground
= mg
- iii) Force to oppose the pulling force by gravity
= Restoration force of the spring just to oppose
the pulling force by gravity
= $-ks$

Q. Can I convert this into a term related to position of the mass (x = distance from the reference point) ?

A. Yes. Acceleration (a) is the 2nd derivative of distance (x)

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

We can set this part to be '0' by setting 'the equilibrium point' as the reference point of the model.
(Refer to previous figure and comments on it)

+

$$-kx + \underline{mg - ks}$$



$$-kx$$

Kmitání hmoty na pružině

Total Force applied to a body

Motion of the body

$$-kx = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (1)$$

Rearranging the equation

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0 \quad (2)$$

Pohyb kyvadla

Řešíme v polárních souřadnicích

tj. popis pomocí úhlu θ

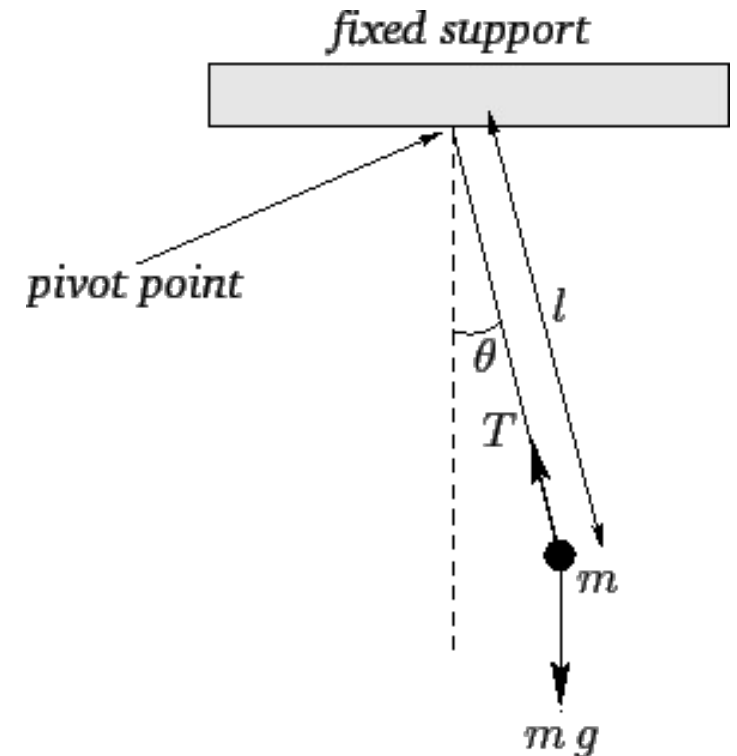
Pohybová rovnice

$$I \ddot{\theta} = \tau,$$

kde $I = ml^2$ a $\tau = -mgl \sin \theta$.

dává $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta \approx 0$,

kde vlastní frekvence je $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.



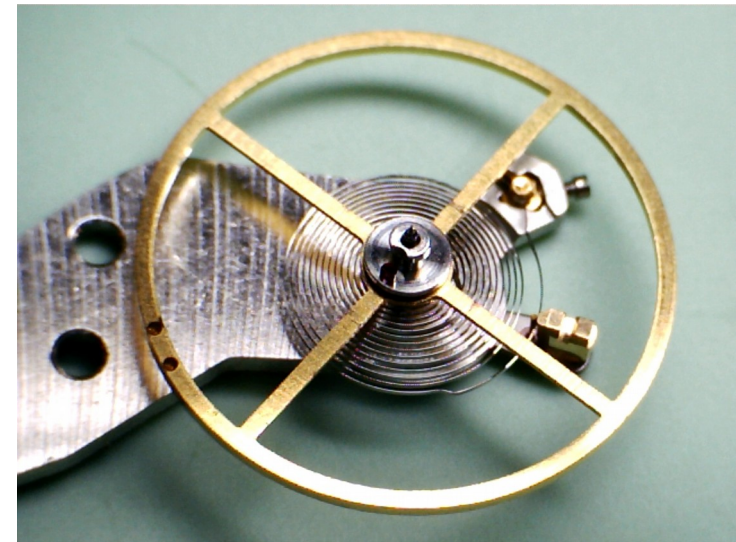
Torzní kmity

- Můžeme popsat pomocí úhlu θ

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + \kappa \theta = \tau(t)$$

Definition of terms

Term	Unit	Definition
θ	rad	Angle of deflection from rest position
I	kg m ²	Moment of inertia
C	joule s rad ⁻¹	Angular damping constant
κ	N m rad ⁻¹	Torsion spring constant
τ	N m	Drive torque



RLC obvod

Kirchhoffovy zákony

$$V_R + V_L + V_C = V(t),$$

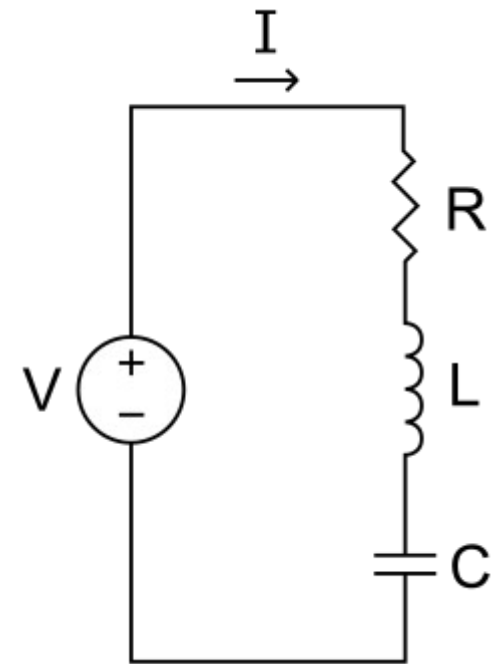
$$V_R = RI(t) \quad V_L = L \frac{dI(t)}{dt} \quad V_C = V(0) + \frac{1}{C} \int_0^t I(\tau) d\tau$$

pak

$$RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + V(0) + \frac{1}{C} \int_0^t I(\tau) d\tau = V(t).$$

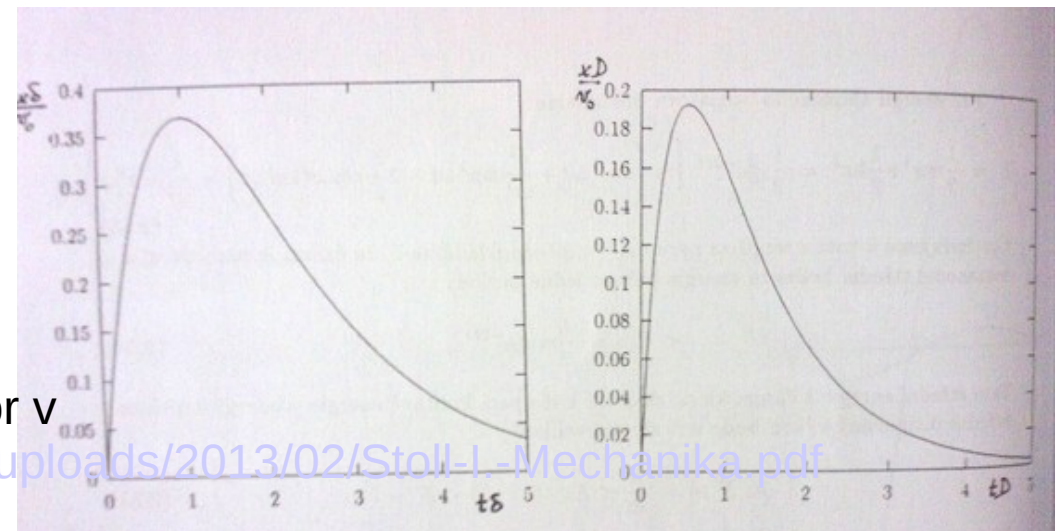
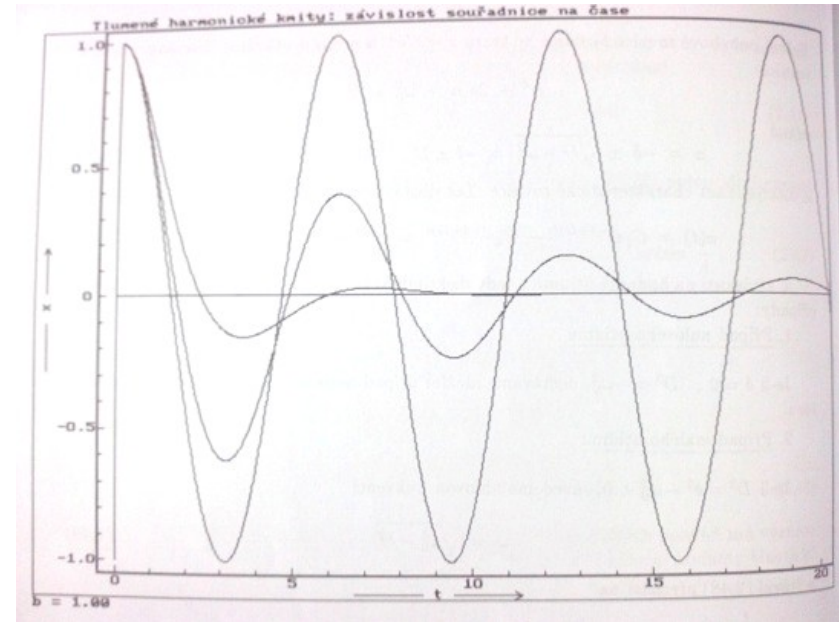
tj.

$$\frac{d^2}{dt^2} I(t) + \frac{R}{L} \frac{d}{dt} I(t) + \frac{1}{LC} I(t) = 0.$$



Druhy tlumení

- Žádné
- Slabé
- Kritické
- Silné (nadkritické)



Více např na str 76 - 2.2.2 Tlumený oscilátor v

<http://www.jaderny-prvak.8u.cz/wp-content/uploads/2013/02/Stoll-I-Mechanika.pdf>

Co se děje při vnějším buzení?

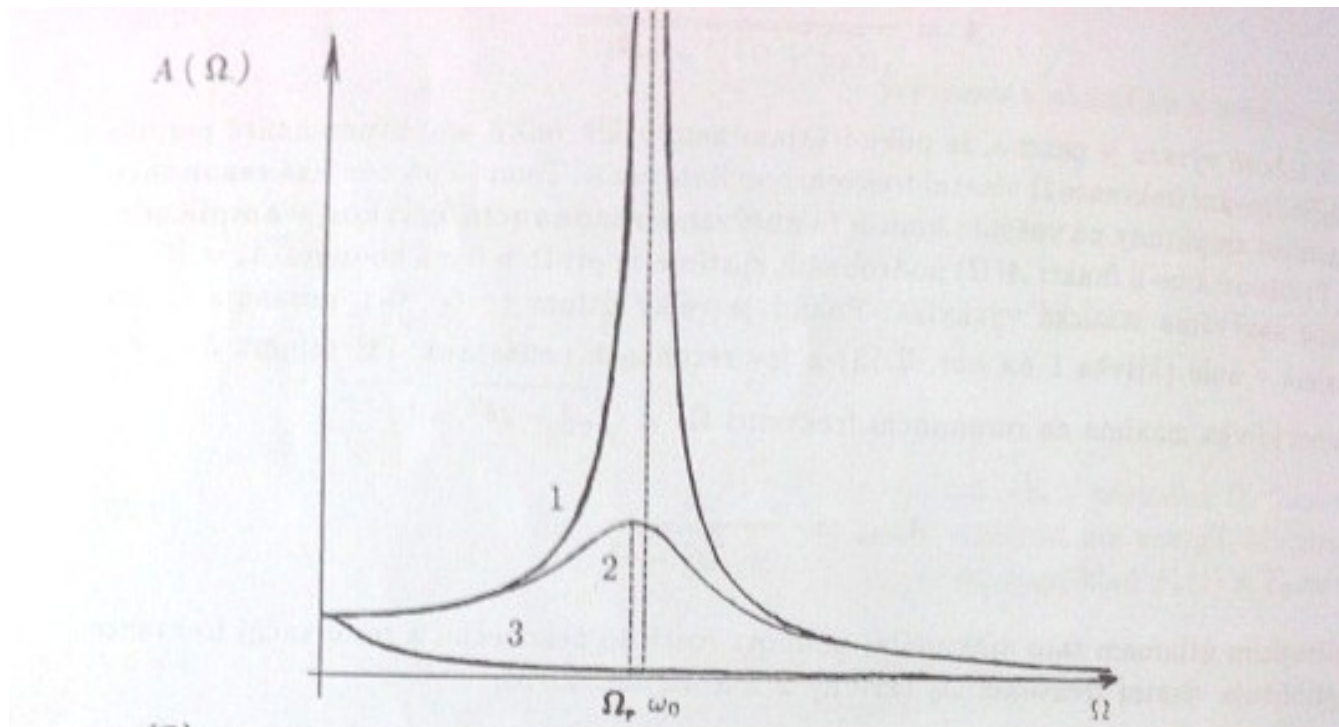
- Příklad $y'' + b y' + c y = f(x)$

- Odpověď systému bude **podobná** tvaru buzení



Co se děje při vnějším buzení?

- Rozhodující je, jestli budíme systém pomocí $f(x)$ na jeho vlastní frekvenci či ne



Více např na str 80 - 2.2.3 Rezonance (tlumená a netlumená) v

<http://www.jaderny-prvak.8u.cz/wp-content/uploads/2013/02/Stoll-I.-Mechanika.pdf>