Matematika 3 – Opravné příklady

Za písemky standardně rozdávám $0, \frac{1}{2}, 1$ bod. Aby jste si opravili půl bod na celý, spočítejte vždy příklad za a). Na opravu celého bodu pak spočítejte všechny (většinou 3) podúlohy. Opravy počítejte doma a přineste mi je nejlépe na příští cvičením **na samostatném, podepsaném papíru**, ideálně formátu A4. Termín odevzdání není striktně daný, ale opravy slouží k procvičení dané látky, tak je lépe to udělat co nejdříve než začneme probírat něco nového.

1 – Řady

- a) Vyšetřete konvergenci (včetně abs./rel.!) řady $\sum_{k=1}^{+\infty}(-1)^k \frac{k^{\frac{3}{2}}+4}{2^k(k^2-5k+1)}$.
- b) Pro jaká $x \in \mathbb{R}$ konverguje mocninná řada $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^{3k+2}}{27^{k+1}}$?
- c) Rozviňte do řady se středem v $x_0 = 1$ f-ci $f(x) = \frac{1}{\frac{x}{3}}$. Nezapomeňte napsat pro jaké x tento rozvoj platí.

2. – Fourier

- Dle výběru jiný příklad ze seznamu – `http://marian.fsik.cvut.cz/~valasek/data/teaching/Mat3/M3_FourierCvic2016.pdf`.

3. – Separovatelné
Vyřešte následující ODR:

1) [*Sbirka* 1.6.16] $$y' = \exp^y \cos 2x, \quad y(0) = \ln 2. \qquad (()$$

2) [*Sbirka* 1.6.23] $$y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}, \quad y(1) = 2. \qquad (()$$

3) [*Sbirka* 1.6.22] $$y' = y^2 \ln x, \quad a)\ y(1) = 0, \quad b)\ y(1) = 4. \qquad (()$$

4. – ODR druhého řádu
Vyřešte následující ODR:

1) $$y'' - 2y' = 4t + 2, \quad y(0) = 1, y'(0) = -2. \qquad (()$$

2) $$y'' - 2y' = t\ \exp^{-2t}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0. \qquad (()$$

3) $$y'' - y' = t + 2, \quad y(0) = 2, y'(0) = 0. \qquad (()$$

Nebo si vyberte jiné příklady z Sbírky zkouškových, kapitola 4.

5 – Soustavy ODR

- Na základě hodnoty parametru $p \in \mathbb{R}$ rozhodněte, pro které hodnoty p má soustava $\dot{X} = \mathbb{A}X$ právě jeden bod rovnováhy. Dále diskutujte různé typy BR v závislosti na p. (Sb. 3.4.41)

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} p & 1 \\ -2 & p \end{pmatrix}.$$

- Určete fundamentální systém soustavy, (Sb. 3.4.31):

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

  a řešení Cauchyho úlohy pro $X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- Najděte obecné řešení soustavy, (Sb. 3.4.44):
  $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}.$