

Domácí úkol č. 5

1. (4 body)

Vypočítejte následující limity funkcí (i s postupem):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg}(x^2)} \quad (1.5b)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{cotg}(x)}{\ln(x)} \quad (1.5b)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\arccos(x)}{1 - x} \quad (1b)$$

2. (6 bodů)

Vypočítejte derivace následujících funkcí (i s postupem):

$$y = \operatorname{arctg} \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \quad (1b)$$

$$y = \cos(\sqrt{x-1}) \quad (1b)$$

$$y = \left(\frac{\sin(x)}{x^2} \right)^{\frac{1}{1-\operatorname{tg}(x)}} \quad (2b)$$

$$y = \arcsin \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) \quad (2b)$$

Pozn: Při derivaci složené funkce $[f(x)]^{g(x)}$ použijte jejího zápisu ve formě:

$$(f(x))^{g(x)} = e^{\ln(f(x)g(x))} = e^{g(x) \cdot \ln(f(x))}$$

a tedy

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left((f(x))^{g(x)} \right) &= \frac{d}{dx} \left(e^{g(x) \cdot \ln(f(x))} \right) = e^{g(x) \cdot \ln(f(x))} \cdot \frac{d}{dx} \left(g(x) \cdot \ln(f(x)) \right) = \\ &= (f(x))^{g(x)} \cdot \left(g'(x) \cdot \ln(f(x)) + g(x) \cdot \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x) \right) \end{aligned}$$