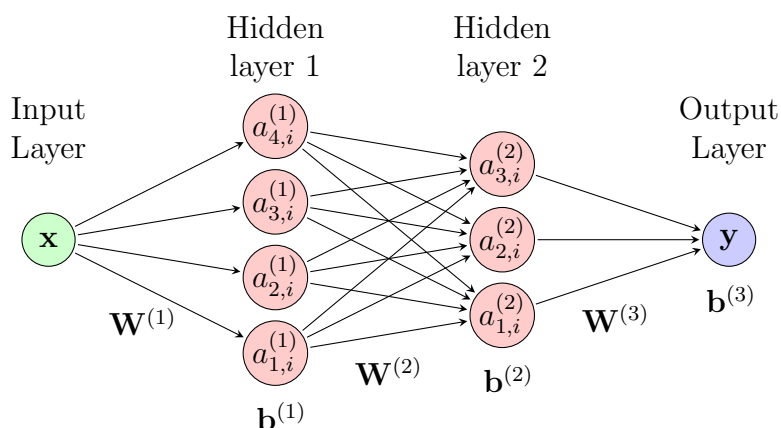


## Cvičení 12.

1. Vytvořte adresář se jménem: `PRIJMENI_CV12` (bez diakritiky, velká písmena) a v daném adresáři pracovní skript `PRIJMENI_CV12.m`.
2. Implementujte algoritmus na aproximaci dat pomocí neuronových sítí. Cílem je aproximovat funkci  $y(x) = \frac{1}{10}x \cos(x)$  zatíženou šumem na intervalu  $x \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$ . Proces trénování vizualizujte za běhu algoritmu, např. každých 100 epoch. Využijte neuronovou síť se 2 skrytými vrstvami (hidden layers). Počet neuronů v každé vrstvě zvolte dle uvážení (např. 10,10).
3. **POZNÁMKA:** Maximální počet bodů: 15b.

### NEURONOVÉ SÍTĚ:

Jeden ze základních modelů neuronových sítí se učí pomocí minimalizace chyby metodou **gradient descent**. Celý proces se stává ze následujících kroků (následující rovnice odpovídají níže uvedené síti, tj. 1 vstupní vektor, 1 výstupní vektor, 2 skryté vrstvy neuronů):



#### 1. Inicializace:

- a) Vytvoříme vstupní data:

```
N = ...;
x = linspace(-2*pi, 2*pi, N);
y_true = 0.1*x.*cos(x) + 0.1*randn(1, length(x));
```

- b) Nastavíme hodnoty v maticích:  $W_{4 \times 1}^{(1)}$ ,  $W_{3 \times 4}^{(2)}$ ,  $W_{1 \times 3}^{(3)}$  a vektorech biasu:  $b_{4 \times 1}^{(1)}$ ,  $b_{3 \times 1}^{(2)}$ ,  $b_{1 \times 1}^{(3)}$  na náhodné hodnoty, pomocí funkce `randn`.

- c) Nastavíme rychlost učení (pro vysoké hodnoty nemusí proces konvergovat, pro příliš malé hodnoty je tempo příliš pomalé).

```
r = 0.0005;
epochs = '...';
```

**2. Trenink:**

```

for epoch = 1:epochs
    % Forward propagation
    % Calculate loss/error (využití pouze pro monitoring učení)
    % Backpropagation
    % Update weights and biases
    % Display training progress
end

```

Kde:

**Forward propagation:**

$$\mathbf{a}_{4 \times N}^{(1)} = \tanh(\mathbf{W}_{4 \times 1}^{(1)} \mathbf{x}_{1 \times N} + \mathbf{b}_{4 \times 1}^{(1)} \mathbf{e}_{1 \times N})$$

$$\mathbf{a}_{3 \times N}^{(2)} = \tanh(\mathbf{W}_{3 \times 4}^{(2)} \mathbf{a}_{4 \times N}^{(1)} + \mathbf{b}_{3 \times 1}^{(2)} \mathbf{e}_{1 \times N})$$

$$\mathbf{y}_{1 \times N} = \mathbf{W}_{1 \times 3}^{(3)} \mathbf{a}_{3 \times N}^{(2)} + \mathbf{b}_{1 \times 1}^{(3)} \mathbf{e}_{1 \times N}$$

**Calculate loss/error:**

$$\text{loss} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_{\text{true},i})^2$$

**Backward propagation:**

$$\delta_{1 \times N}^{(3)} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_{\text{true}}$$

$$\delta_{3 \times N}^{(2)} = \left( (\mathbf{W}^{(3)})_{3 \times 1}^T \cdot \delta_{1 \times N}^{(3)} \right) \odot \left( \mathbf{I} - (\mathbf{a}^{(2)} \odot \mathbf{a}^{(2)}) \right)_{3 \times N}$$

$$\delta_{4 \times N}^{(1)} = \left( (\mathbf{W}^{(2)})_{4 \times 3}^T \cdot \delta_{3 \times N}^{(2)} \right) \odot \left( \mathbf{I} - (\mathbf{a}^{(1)} \odot \mathbf{a}^{(1)}) \right)_{4 \times N}$$

**Update weights and biases**

$$\mathbf{W}^{(3)} \leftarrow \mathbf{W}^{(3)} - r \cdot \left( \delta^{(3)} \cdot (\mathbf{a}^{(2)})^T \right)$$

$$\mathbf{b}_i^{(3)} \leftarrow \mathbf{b}_i^{(3)} - r \cdot \left( \sum_{j=1}^N \delta_{ij}^{(3)} \right)$$

$$\mathbf{W}^{(2)} \leftarrow \mathbf{W}^{(2)} - r \cdot \left( \delta^{(2)} \cdot (\mathbf{a}^{(1)})^T \right)$$

$$\mathbf{b}_i^{(2)} \leftarrow \mathbf{b}_i^{(2)} - r \cdot \left( \sum_{j=1}^N \delta_{ij}^{(2)} \right)$$

$$\mathbf{W}^{(1)} \leftarrow \mathbf{W}^{(1)} - r \cdot \left( \delta^{(1)} \cdot \mathbf{x}^T \right)$$

$$\mathbf{b}_i^{(1)} \leftarrow \mathbf{b}_i^{(1)} - r \cdot \left( \sum_{j=1}^N \delta_{ij}^{(1)} \right)$$

**Poznámky:**

Dolní indexy ve tvaru např.  $1 \times N$  značí rozměry matice/vektoru. Index  $i$  u např.  $\mathbf{b}_i^{(1)}$  značí  $i$ -tou složku vektoru, tj. ve vzorci se sčítá přes druhý index  $\delta_{ij}^{(1)}$ . Funkce  $\tanh$  se aplikuje na matici/vektor po složkách. Symbol  $\odot$  značí násobení po složkách, tj.  $(.*)$ . Symbol  $\mathbf{I}$  značí matici plnou jedniček (v MATLABu lze psát jednoduše jen jako: 1). Symbol  $\mathbf{e}_{1 \times N}$  je vektor jedniček (v MATLABu jím není nutno násobit, tj. lze u vzorce vynechat).

**Užitečné odkazy:**

[https://www.youtube.com/playlist?list=PLZHQObOWTQDNU6R1\\_67000Dx\\_ZCJB-3pi](https://www.youtube.com/playlist?list=PLZHQObOWTQDNU6R1_67000Dx_ZCJB-3pi)

[https://www.youtube.com/watch?v=7z86Lxzf\\_2o](https://www.youtube.com/watch?v=7z86Lxzf_2o)

