

Šroubovice a šroubové plochy

PŘEDNÁŠKA 7, 8

Šroubovice

- ▶ lze definovat jako křivku, která je trajektorií bodu vykonávajícího šroubový pohyb
- ▶ šroubový pohyb je pohyb složený z rotace (otáčení) a translace (posunutí)
- ▶ Určení šroubového pohybu:
 1. osa šroubového pohybu
 2. přímá úměrnost mezi rotací a posunutím: $p = v_0 \cdot \omega$, kde p je posunutí, ω úhel otočení (*rad*) a parametr v_0 je tzv. redukovaná výška závitu (otočení o 1 *rad*, neboli délku rovnou poloměru)
* Pokud je šroubovice zadána pomocí tzv. výšky závitu v (tj. otočení o 2π *rad*), pak $v_0 = \frac{v}{2\pi}$
 3. smysl šroubového pohybu
- pravotočivý (= stoupání podle pravidla pravé ruky, rotace proti směru hodin) nebo levotočivý

Šroubovice - rovnice

- ▶ bod $A = [x_0, y_0, 0]$, šroubový pohyb dán osou z , parametrem v_0 , pravotočivá orientace

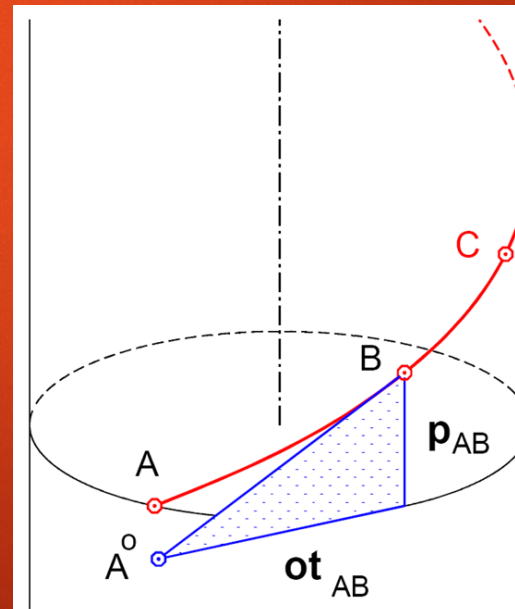
→ uvažujeme jako složení rotace a translace:

$$\text{rotace} - P_R(t) = (\sqrt{x_0^2 + y_0^2} \cos t, \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \sin t, 0), t \in \langle 0; 2\pi \rangle$$

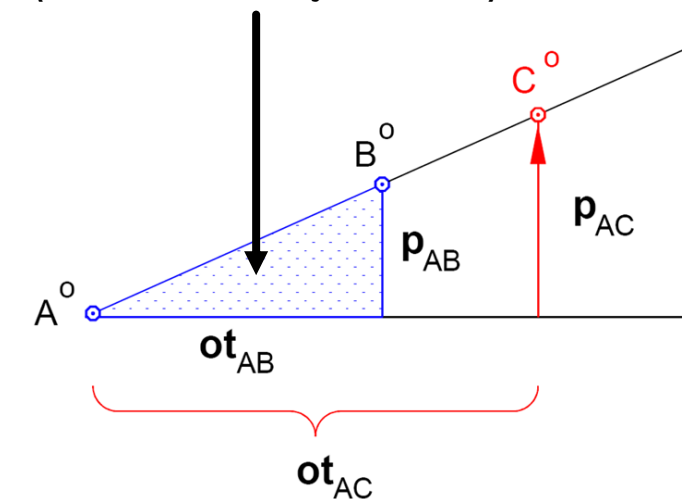
$$\text{translace ve směru osy} - P_T(t) = (x_0, y_0, t), t \in \mathbb{R}$$

šroubovice - $P(t) = (r \cos t, r \sin t, v_0 t)$, kde $r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ je

vzdálenost určujícího bodu od osy šroubového pohybu, tzv. poloměr šroubovice

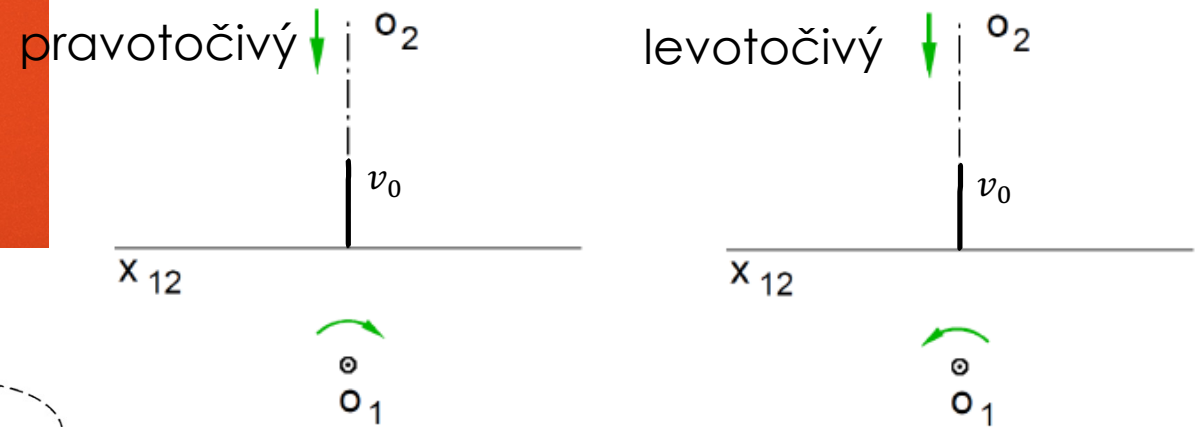
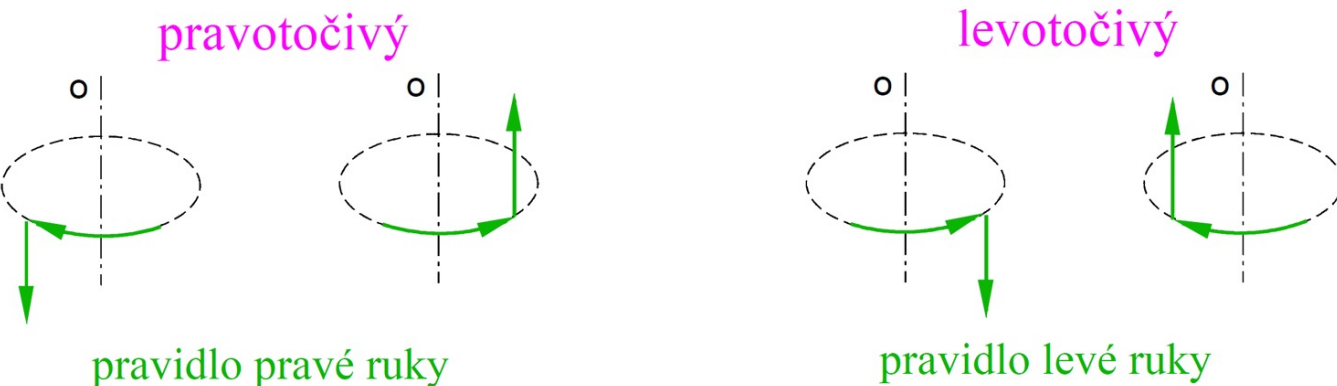


charakteristický trojúhelník
(základní trojúhelník)



Šroubovice - zobrazení

- ▶ budeme uvažovat pouze šroubovice s osou kolmou k průmětně (speciálně kolmou k půdorysně)
- ▶ v Mongeově promítání:
 - ▶ jako kružnice v rovině kolmé k ose šroubového pohybu
 - ▶ jako sinusoida v rovině rovnoběžné s osou šroubového pohybu
- ▶ smysl pohybu se značí takto:
(případně pro stoupání podobně)



animace šroubovice [zde](#)

Šroubovice

- ▶ je třeba umět řešit tyto základní typy úloh:
 - konstrukce dalšího bodu šroubovice, je-li daný úhel otočení (graficky) při šroubovém pohybu
 - konstrukce dalšího bodu šroubovice, je-li dané posunutí při šroubovém pohybu
 - konstrukce tečny v libovolném bodě šroubovice
 - průsečík šroubovice s rovinou ρ rovnoběžnou s osou ($\rho \perp \pi$, je nekonečně mnoho řešení, omezí se počtem závitů)
 - průsečík šroubovice s rovinou ρ kolmou k ose ($\rho \perp v$)

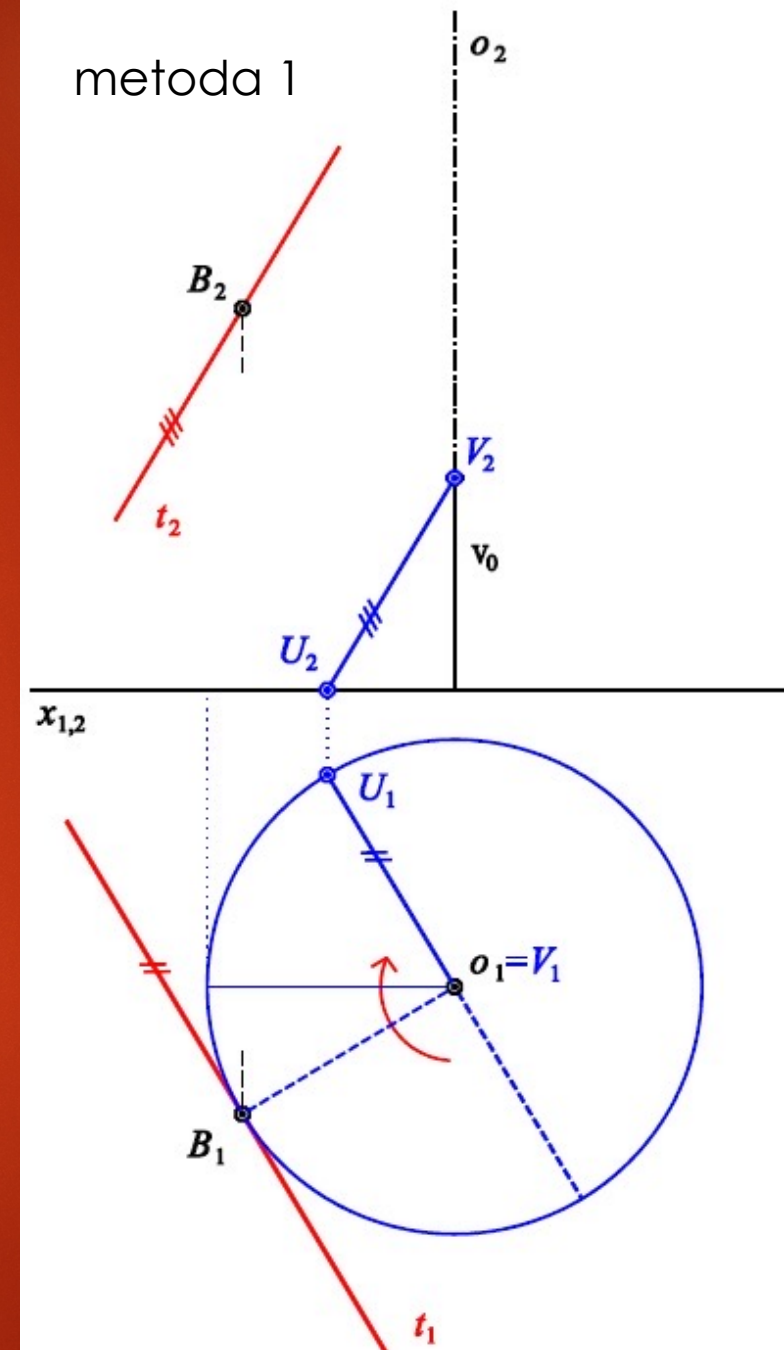
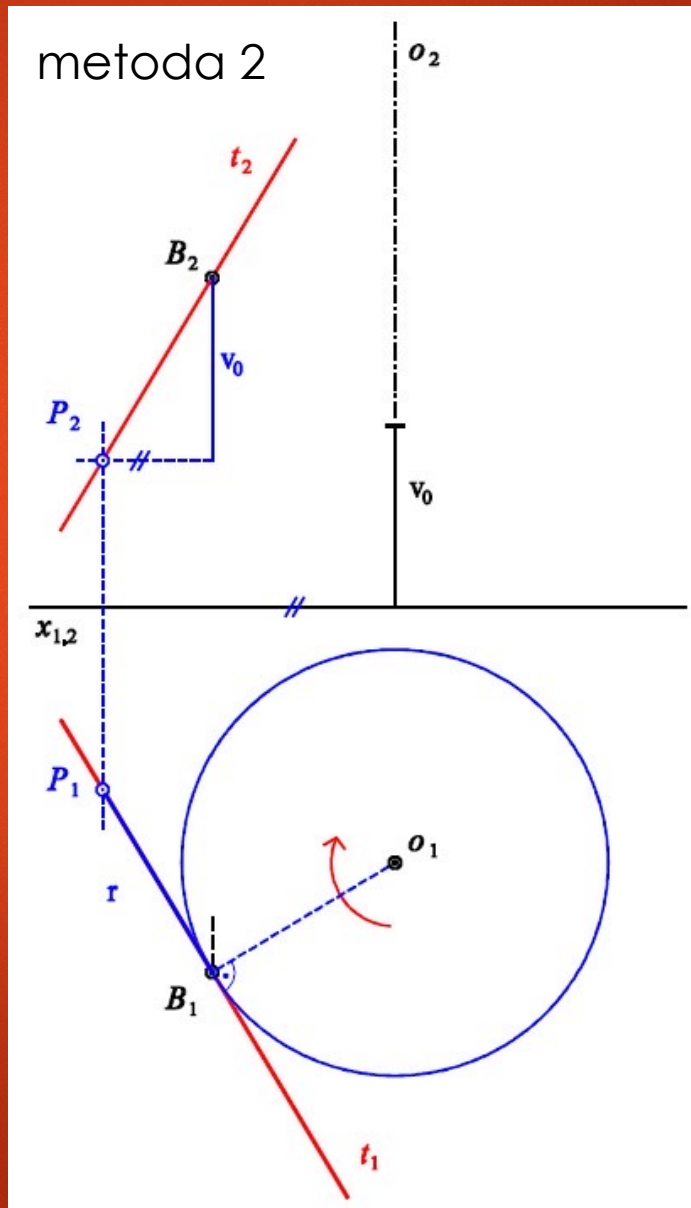
Šroubovice - tečna

- ▶ jde o tečnu prostorové křivky
- ▶ analyticky je to přímka určená bodem a tečným vektorem P' v bodě křivky: $P'(t) = (-r \sin t, r \cos t, v_0)$
- ▶ graficky je to průmět tečny ke křivce (tedy tečna k průmětu křivky):
 - půdorys tečny je tečna ke kružnici (která je půdorysem šroubovice)
 - nárys tečny je tečna k nárysu šroubovice (tedy tečna k sinusoidě)**řídící kuželová plocha šroubovice** je rotační kužel s osou v ose šroubového pohybu, vrcholem ve výšce v_0 a poloměrem kružnice podstavy totožným s poloměrem šroubovice
- ▶ tečna ke šroubovici v každém jejím bodě je rovnoběžná s jednou povrchovou přímkou řídícího kužele dané šroubovice

Šroubovice - tečna

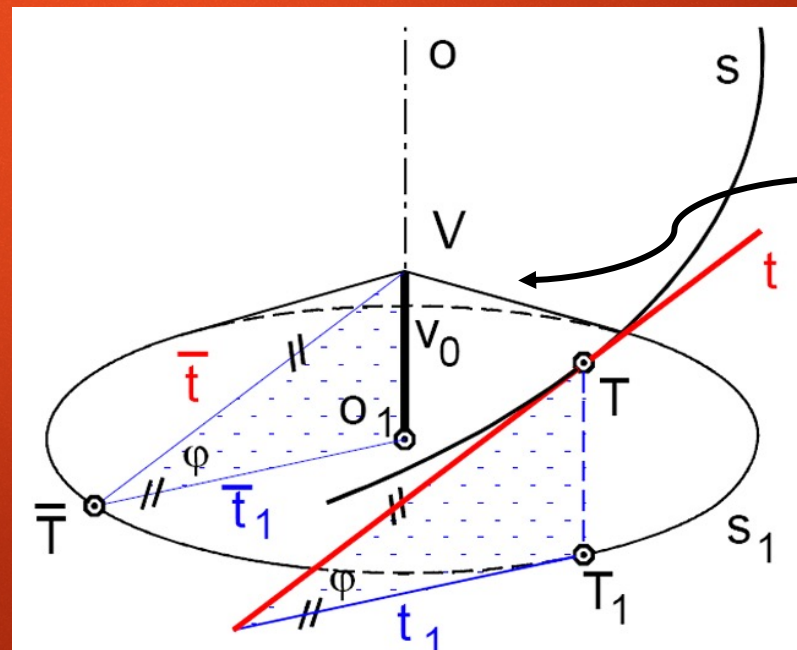
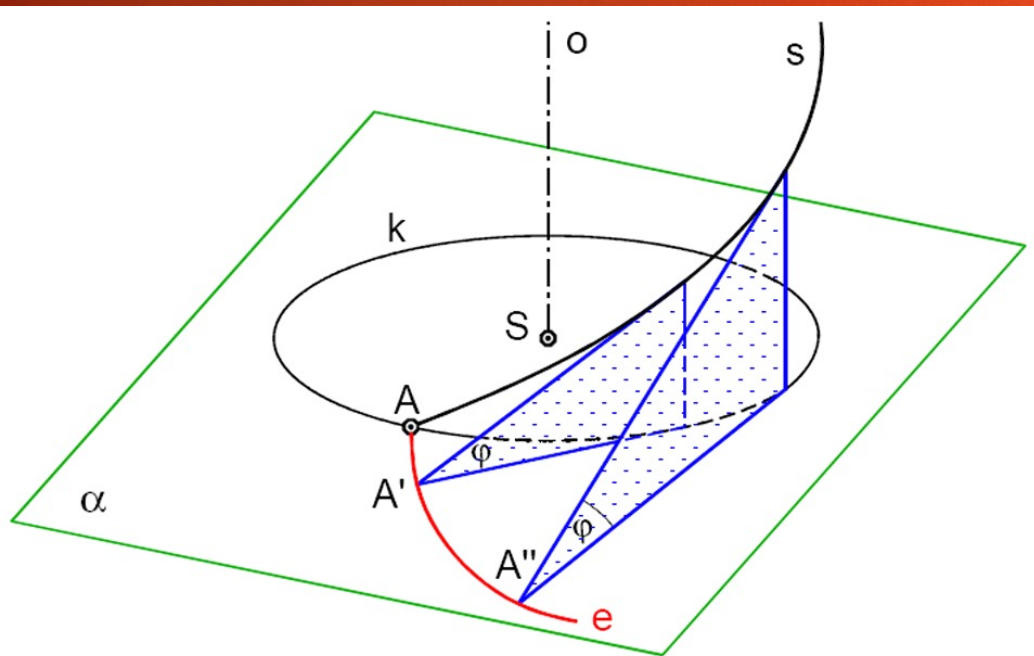
► dvě možnosti konstrukce tečny:

1. pomocí površky řídicí kuželově plochy a rovnoběžnosti
2. pomocí rozdílů výšek na tečně v půdoryse a redukované výšky závitů



Šroubovice - tečna

- ▶ průsečíky tečen šroubovice s rovinou α leží na evolventě e kružnice k
- ▶ tečny šroubovice svírají s rovinou α konstantní úhel φ - šroubovice je křivka konstantního spádu
- ▶ tečna t šroubovice s v bodě T je rovnoběžná s površkou t řídicího kužele (vrchol V , výška v_0 , podstava s_1)



směrová kuželová plocha
(řídicí kuželová plocha)

Šroubová plocha

- ▶ určena tvořící křivkou k a šroubovým pohybem (osa o , parametr v_0 , směr pohybu)
- ▶ Vlastnosti:
 - každý bod šroubové plochy leží na šroubovici určené stejným šroubovým pohybem
 - tečná rovina v bodě šroubové plochy je určena tečnou příslušné šroubovice a tečnou k libovolné křivce na ploše (speciálně tedy tvořící křivce k)
 - normála je kolmá k tečné rovině
- ▶ hlavní (polo)meridián – pojem stejného významu, jako u rotačních ploch

Šroubová plocha - druhy

přímkové

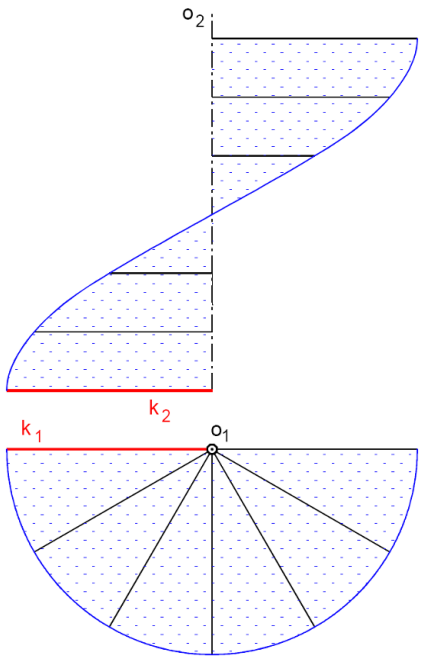
- podle polohy tvořící přímky vůči ose pohybu:
uzavřená - k různoběžná s osou pohybu
otevřená - k mimoběžná s osou pohybu
- podle úhlu, který svírá tvořící přímka s osou pohybu:
pravoúhlá, kosoúhlá
(speciálně kosoúhlá otevřená plocha je **plocha tečen šroubovice**)

cyklické

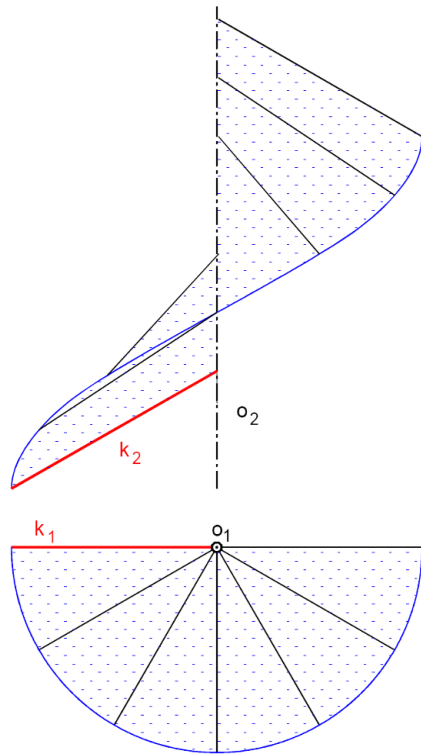
- normální cyklická šroubová plocha (= **vinutý sloupek**) - k v rovině kolmé k ose pohybu
- osová cyklická šroubová plocha (= **plocha sv. Jiljí**) - k v rovině osy pohybu
- **Archimedova serpentina** - k v rovině kolmé k tečně šroubovice středu k

Šroubová plocha - druhy

Přímková uzavřená

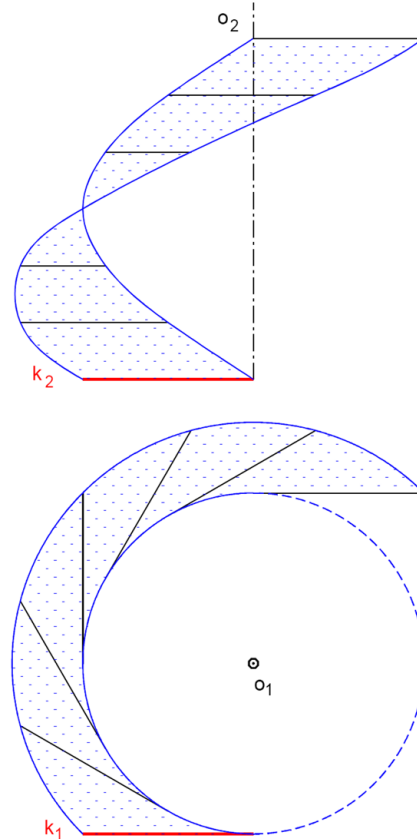


pravoúhlá

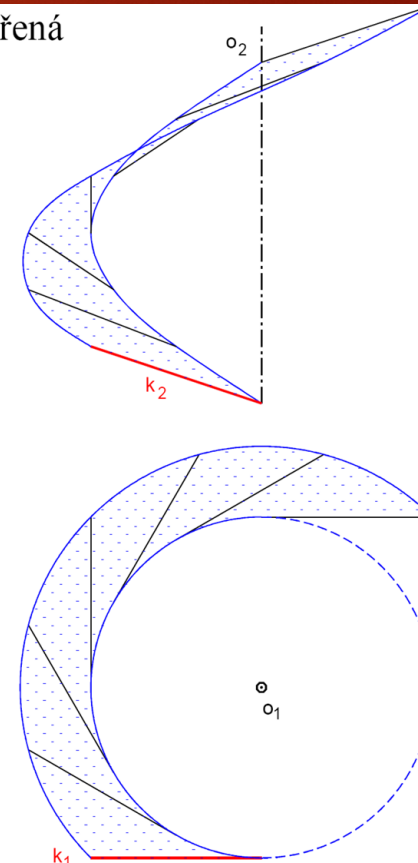


kosoúhlá

Přímková otevřená



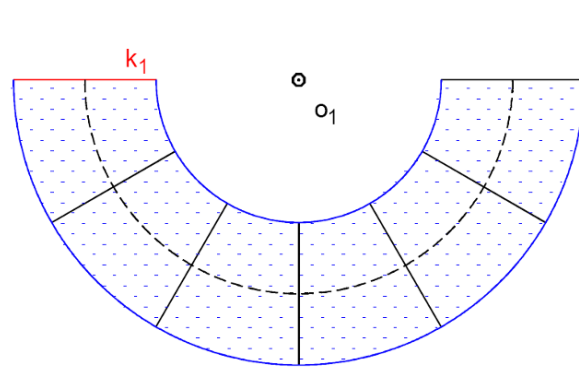
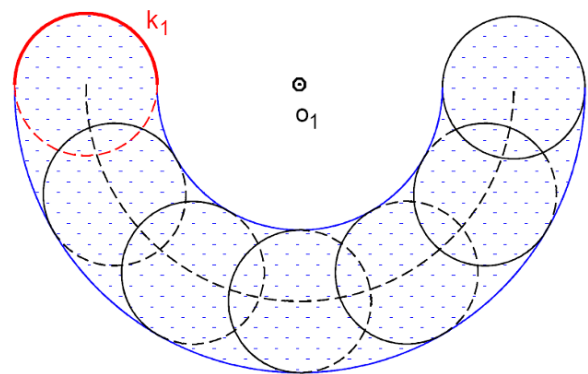
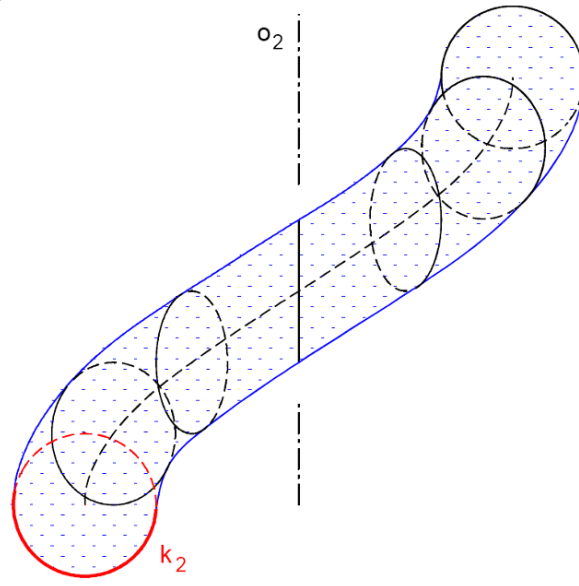
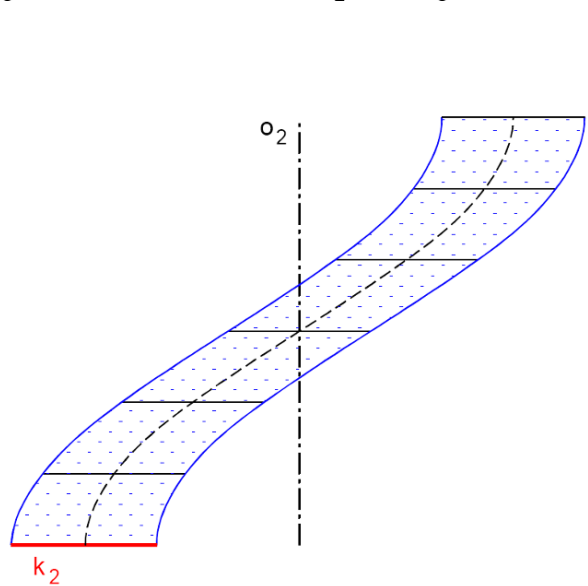
pravoúhlá



kosoúhlá

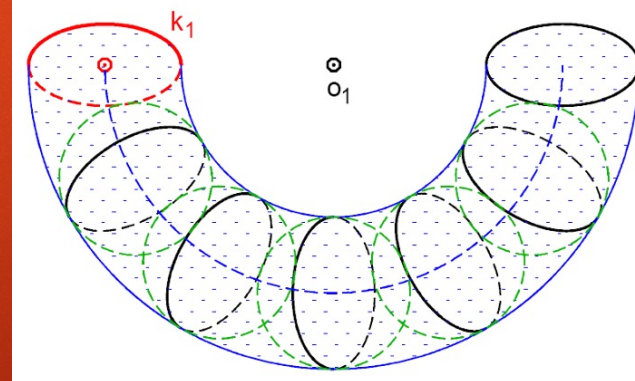
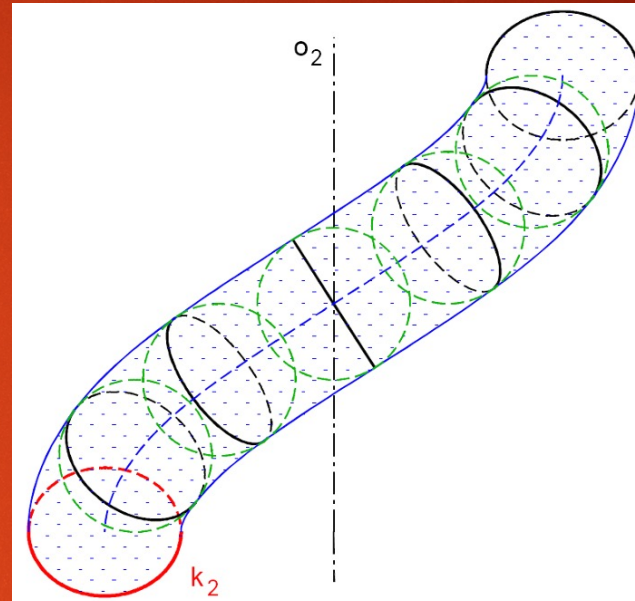
Šroubová plocha - druhy

Cyklické šroubové plochy - tvořící křivkou je kružnice $k \subset \alpha$



Vinutý sloupek

Osová cyklická plocha



Archimedova serpentina

Šroubová plocha - druhy

přímkové

pravoúhlá uzavřená
přímková šroubová
plocha

kosoúhlá uzavřená
přímková šroubová
plocha

pravoúhlá otevřená
přímková šroubová
plocha

kosoúhlá otevřená
přímková šroubová
plocha

cyklické

normální cyklická
šroubová plocha

osová cyklická
šroubová plocha

Archimedova
serpentina

využití

šroubový vrták

svidřík

šroub s ostrým závitem

šroub s tupým závitem

Šroubová plocha

▶ využití v praxi:

❖ vrtáky, svidříky, nebozezy, závity, ozubená kola, těstoviny, bločky, ...

➤ řezy plochou:

a) osový řez = řez rovinou meridiánu (hlavního)

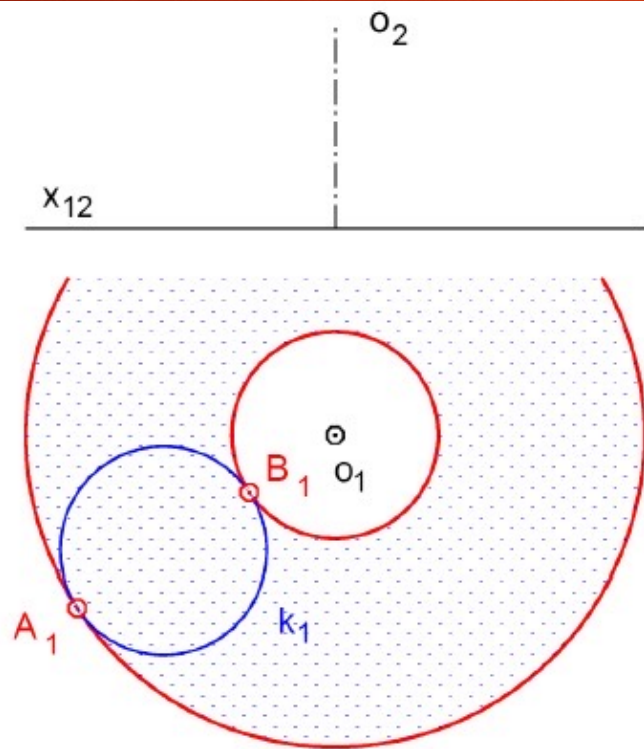
b) čelní (normální) řez = řez rovinou kolmou k ose šroubové plochy

➤ postup konstrukce:

1. zvolit vhodné body tvořící křivky (významné šroubovice) a další
2. sestrojít průsečíky zvolených šroubovic s rovinou řezu
3. průsečíky spojit **hladkou** křivkou (v obou průmětech!)
4. s ohledem na zadání řešit/neřešit viditelnost

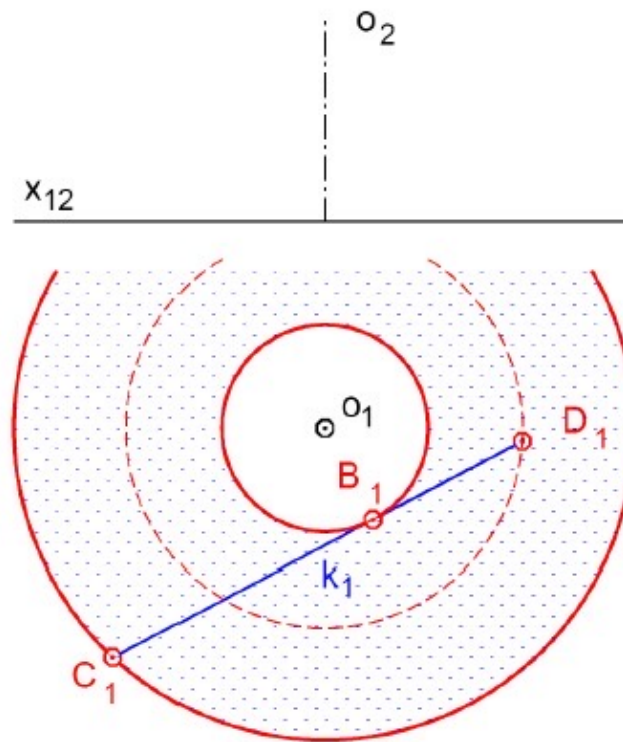
Šroubová plocha

- významné řezy plochou:



s_A - rovníková šroubovice

s_B - hrdlová šroubovice



s_B - hrdlová šroubovice

s_C, s_D - okrajové šroubovice

Šroubová plocha

- hlavní meridián šroubové plochy je osový řez rovinou $\rho \parallel v$
 - ☞ rozsahu jednoho závitu je složen ze dvou shodných polomeridiánů s výškovým rozdílem $\frac{1}{2}$ výšky závitu (osová souměrnost + posunutí o $v/2$ ve směru osy o)