



**Matematika I – Plán přednášek v prezenčním studiu
akademický rok 2023/24**

1. týden (25. 9. – 29. 9.; v tomto týdnu odpadá čtvrtek 28.9. bez náhrady):

Základní pojmy z lineární algebry: Číselné množiny, těleso reálných čísel \mathbb{R} . Vektorový prostor, lineární závislost a nezávislost skupiny vektorů, dimenze, báze, podprostor. Speciální prostory \mathbb{R}^n , \mathbb{E}_n a $V(\mathbb{E}_n)$. Operace s vektory ve $V(\mathbb{E}_n)$ (sčítání a odčítání vektorů, násobení vektoru reálným číslem, délka (norma) vektoru, skalární, vektorový a smíšený součin dvou vektorů).

2. týden (2. 10. – 6. 10.): Matice typu $m \times n$, matice transponovaná, trojúhelníková, diagonální, čtvercová, jednotková, symetrická. Rovnost dvou matic, operace s maticemi (násobení matice reálným číslem, součet, rozdíl a součin dvou matic). Hodnost matice. Určení hodnoty konkrétní matice (včetně matic s parametry). Elementární úpravy matic s komplexními prvky (např. pro výpočet vlastních vektorů).

Determinant čtvercové matice. Vlastnosti a výpočet determinantů. Regulární a singulární matice. Inverzní matice, podmínky pro její existenci, její výpočet. Vektorový a smíšený součin vektorů v \mathbb{E}_3 užitím "determinantu" matice 3×3 . Úlohy s parametry.

3. týden (9. 10. – 13. 10.): Soustava lineárních algebraických rovnic (souřadnicový i maticový zápis). Gaussova eliminační metoda. Frobeniova věta. Existence a počet řešení homogenní i nehomogenní soustavy, struktura množiny všech řešení. Cramerovo pravidlo. Řešení soustav lineárních rovnic s parametry.

Vlastní čísla a vlastní vektory čtvercové matice, geometrický význam. Spektrální poloměr. Charakteristická rovnice čtvercové matice. Nalezení vlastních čísel a vlastních vektorů konkrétní matice pro $n = 2$, $n = 3$. Vlastní čísla a vektory mocnin matice, včetně matice inverzní. Souvislost determinantu a stopy matice s vlastními čísly (definice pomocí vlastních čísel).

4. týden (16. 10. – 20. 10.): *Základy diferenciálního počtu reálných funkcí jedné reálné proměnné:* Funkce jedné reálné proměnné, definiční obor, obor hodnot, graf. Zúžení (restrikce) funkce. Funkce sudá, lichá, periodická. Složená funkce. Inverzní funkce. Funkce shora omezená, zdola omezená, omezená, rostoucí, klesající, nerostoucí, neklesající, monotónní, ryze monotónní. Přehled základních funkcí: mocninná, polynom, n -tá odmocnina, lineární lomená, exponenciální, logaritmická, goniometrické. Funkce cyklometrické.

Rozšířená množina reálných čísel \mathbb{R}^* , operace a uspořádání v množině \mathbb{R}^* . Definice minima, maxima, infima a suprema množiny. Různé typy okolí bodů v \mathbb{R}^* . Posloupnost reálných čísel, posloupnost shora omezená, zdola omezená, omezená, rostoucí, klesající.

Limita posloupnosti. Základní věty o limitách posloupností (aritmetické operace, sevřená posloupnost, vybraná posloupnost), použití při výpočtu limit posloupností.

5. týden (23. 10. – 27. 10.): Limita funkce (vlastní i nevlastní, ve vlastním i v nevlastním bodě). Limita zprava, limita zleva. Základní věty o limitách funkcí. Limita složené funkce. Výpočet jednoduchých limit.

Spojitosť funkce v bodě, spojitost zprava a zleva. Spojitosť funkce na intervalu. Definice minima, maxima, infima a suprema funkce. Věty o spojitosti součtu, rozdílu, součinu, podílu dvou funkcí. Věta o spojitosti složené funkce a věta o spojitosti inverzní funkce. Věta o nabývání mezihodnot (Darbouxova věta) a věta o existenci maxima a minima spojitě funkce na omezeném uzavřeném intervalu. Přibližné řešení rovnice $f(x) = 0$ metodou půlení intervalu (informativní).

6. **týden (30. 10. – 3. 11.):** Derivace funkce v bodě x_0 , derivace zprava a zleva, nevlastní derivace. Geometrická i fyzikální interpretace pojmu derivace. Rovnice tečny ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě $[x_0, f(x_0)]$. Diferenciál funkce v bodě, jeho geometrický význam, použití k přibližnému výpočtu funkčních hodnot.
- Souvislost existence derivace funkce a její spojitosti v bodě a na intervalu. Vzorce pro derivace elementárních funkcí (příklady odvození).
- Věty o derivaci součtu a rozdílu dvou funkcí, násobku funkce reálným číslem, součinu a podílu dvou funkcí. Věty o derivaci složené funkce, inverzní funkce. Použití na konkrétních příkladech. Derivace vyšších řádů. Věta o střední hodnotě (Lagrangeova), grafické znázornění. L'Hospitalovo pravidlo.
7. **týden (6. 10. – 10. 11.):** Souvislost znaménka první derivace a průběhu funkce na intervalu. Monotonie funkce. Konvexní a konkávní funkce na intervalu. Inflexní bod. Souvislost znaménka druhé derivace a konvexnosti (konkávnosti) funkce na intervalu. Hledání inflexních bodů funkcí. Přibližné řešení rovnice $f(x) = 0$ Newtonovou metodou (informativní).
- Lokální extrémů funkce, souvislosti s první a druhou derivací. Postup při hledání lokálních extrémů. Globální extrémů spojitě funkce na intervalu. Hledání globálních extrémů funkcí.
8. **týden (13. 11. – 17. 11.; v tomto týdnu odpadá čtvrtek 17.11. bez náhrady):** Asymptoty. Vyšetření průběhu funkce. Křivost, oskulační kružnice.
- Taylorův polynom (speciální MacLaurinův polynom) stupně n funkce f v bodě x_0 . Odvození vzorců pro koeficienty Taylorova polynomu. Taylorova věta. Lagrangeův tvar zbytku, jeho využití v úlohách. Aproximace funkcí Taylorovými polynomy.
9. **týden (20. 11. – 24. 11.):** *Základy integrálního počtu reálné funkce jedné reálné proměnné:* Primitivní funkce, neurčitý integrál. Postačující podmínka pro existenci primitivní funkce a neurčitého integrálu na intervalu. Základní (tzv. tabulkové) neurčité integrály.
- Věta o integraci per-partes. Použití na příkladech. Věta o integraci substitucí. Použití této věty (tzv. 1. a 2. substituční metoda). Výpočet neurčitých integrálů pomocí různých substitucí. Integrace funkcí typu $\sin^m x \cdot \cos^n x$.
10. **týden (27. 11. – 1. 12.):** Racionální funkce, rozklad na součet parciálních zlomků. Integrace racionální funkce s polynomem stupně nejvýše 3 ve jmenovateli. Integrace racionálních funkcí typu $R(x, \sqrt[n]{(ax + b)/(cx + d)})$.
11. **týden (4. 12. – 8. 12.):** Riemannův integrál, geometrická a fyzikální interpretace, základní vlastnosti. Newtonova–Leibnizova formule. Střední hodnota funkce na intervalu.
- Metoda per-partes pro Riemannův integrál. Substituční metoda pro Riemannův integrál.
12. **týden (11. 12. – 15. 12.):** Aplikace Riemannova integrálu: obsah plochy pod grafem funkce, objem tělesa vzniklého rotací grafu funkce, délka křivky (grafu funkce).
- Riemannův integrál jako funkce horní meze. Nevlastní Riemannův integrál.
13. **týden (18. 12. – 22. 12.):** Numerický výpočet Riemannova integrálu, lichoběžníková metoda.