

Počítačová grafika

5. cvičení

Napojení Bézierových bikubických ploch

→ C^0 , C^1 , C^2 a C^3 spojitost a ověření v Rhinu

Ukotvená plocha – konstrukce v Rhinu z C^2 spojitě
napojených Bézierových bikubických ploch.

Napojení Bézierových bikubických ploch

- vychází z napojení Bézierových křivek v daném směru
→ spojitost napojení dvou Bézierových ploch ve směru v (resp. u) je dána spojitostí napojení Bézierových křivek určených řádkovými (resp. sloupcovými) řídicími polygony
- splňují-li řídicí body mapy napojované plochy s C^2 spojitostí danou polohu
→ je automaticky zajištěna totožnost zkrutů podél společného okraje
- pro C^0 spojitost: $P(1) = R(0) \rightarrow V_2 = W_0$
- pro C^1 spojitost: $P'(1) = R'(0) \rightarrow W_1 = V_2 + \overrightarrow{V_1V_2}$
- pro C^2 spojitost: $P''(1) = R''(0) \rightarrow W_2 = V_1 + 4 \cdot \overrightarrow{V_2V_3}$
- pro C^3 spojitost: $P'''(1) = R'''(0) \rightarrow W_3 = V_3 + \overrightarrow{V_0V_3} + 6 \cdot \overrightarrow{V_2V_3} - 6 \cdot \overrightarrow{V_1V_2}$

Napojení Bézierových bikubických ploch

Je dána mapa M Bézierovy plochy $P(u, v)$, $(u, v) \in \langle 0; 1 \rangle^2$,

$$M = \begin{pmatrix} (0,0,0) & (0,5,5) & (0,10,5) & (0,15,0) \\ (5,0,5) & (5,5,10) & (5,10,10) & (5,15,5) \\ (10,0,5) & (10,5,10) & (10,10,10) & (10,15,5) \\ (15,0,0) & (15,5,5) & (15,10,5) & (15,15,0) \end{pmatrix}.$$

Na okraj $P_0(u)$ napojte s C^0 spojitostí další Bézierovu plochu, dále na okraj $P_0(v)$ s C^1 spojitostí, na okraj $P_1(u)$ s C^2 spojitostí, a na okraj $P_1(v)$ s C^3 spojitostí, pokud není ze spojitosti jasné, volte $z = 0$.

* v Rhinu zobrazíme Coonsovou bilineární plochu shodnou s vypočtenou Bézierovou bikubickou plochou

Uniformní ukotvená bikubická B-spline plocha

- Vlastnosti:

- Ukotvená plocha je určena sítí $(m + 1) \times (n + 1)$, $m, n > 4$, řídicích bodů $V_{i,j}$; $i = 0, 1, \dots, m$; $j = 0, 1, \dots, n$, uspořádaných do mapy plochy.
- Ukotvená plocha interpoluje rohy sítě $V_{0,0}$, $V_{0,n}$, $V_{m,0}$, $V_{m,n}$ řídicích bodů. Ostatními řídicími body neprochází.
- Okrajové křivky ukotvené plochy jsou ukotvené křivky.
- Z přecházejících dvou vlastností vyplývá, že Coonsova bilineární plocha určená okrajovými ukotvenými křivkami je speciální případ ukotvené plochy. Zřejmě existuje nekonečně mnoho ukotvených ploch, které mají totožné okrajové ukotvené křivky, ale díky odlišné poloze vnitřních řídicích bodů mají odlišný tvar vlastní plochy. Pokud vnitřní řídicí body sítě ukotvené plochy splňují určité podmínky (které zde nebudeme odvozovat), je ukotvená plocha totožná s Coonsovou bilineární plochou určenou okrajovými ukotvenými křivkami.
- Ukotvená plocha je segmentovaná, protože počet řádků i sloupců řídicích bodů je větší než 4, což je počet právě nutný k vytvoření plochy 3. stupně ve směru parametru u i v .
- Ukotvená plocha je složena z $(m - 2) \times (n - 2)$ segmentů - plátů z Bézierovy bikubické plochy.
- Všechny pláty z Bézierovy bikubické plochy jsou automaticky C^2 spojitě napojené, proto je ukotvená plocha C^2 spojitá v celém oboru parametrizace.
- Změnou polohy libovolného vnitřního řídicího bodu se změní tvar ukotvené plochy, ale nezmění se C^2 spojitost ukotvené plochy.

Uniformní ukotvená bikubická B-spline plocha

- Rozdělení ukotvené plochy na jednotlivé pláty z Bézierovy bikubické plochy. Jsou dány řídicí polygony okrajových ukotvených křivek ukotvené plochy:

$$P_0(u): V_{0,0} = (0; 0; 3); V_{1,0} = (1; 0; 4); V_{2,0} = (2; 0; 3); V_{3,0} = (3; 0; 0); \\ V_{4,0} = (4; 0; 2)$$

$$P_1(u): V_{0,5} = (0; 5; 4); V_{1,5} = (1; 5; 0); V_{2,5} = (2; 5; 0); V_{3,5} = (3; 5; 0); \\ V_{4,5} = (4; 5; 0);$$

$$P_0(v): V_{0,0} = (0; 0; 3); V_{0,1} = (0; 1; 3); V_{0,2} = (0; 2; 3); V_{0,3} = (0; 3; 1); \\ V_{0,4} = (0; 4; 1); V_{0,5} = (0; 5; 4);$$

$$P_1(v): V_{4,0} = (4; 0; 2); V_{4,1} = (4; 1; 0); V_{4,2} = (4; 2; 0); V_{4,3} = (4; 3; 2); \\ V_{4,4} = (4; 4; 2); V_{4,5} = (4; 5; 0)$$

Nakreslete okrajové ukotvené křivky a ukotvenou plochu jimi určenou. Zkopírujte vytvořenou plochu. Kopii ukotvené plochy rozdělte na jednotlivé pláty z Bézierových bikubických ploch. Porovnejte spojitost takto vzniklé plochy se spojitostí původní ukotvené plochy. Přesvědčte se, že přemístěním libovolného vnitřního řídicího bodu libovolného plátu z Bézierovy bikubické plochy se ruší C^2 spojitost mezi pláty.

Ukotvená plocha - plátování

- je složena z plátů z Bézierových bikubických ploch → spojitě napojení plátů z Bézierových bikubických ploch
- z podmínek C^0 , C^1 a C^2 spojitěho napojení dvou ukotvených křivek (spojitost ukotvených křivek určených řádkovými, resp. sloupcovými řídicími polygony)
- ověření spojitosti v Rhinu